

主体的に数学の問題発見・解決に向かう 生徒の育成

—生徒が「問いを生み出す問題」と 「思考をゆさぶる問題」の設定を通して—

富岡市立富岡中学校 上田 将大

《研究の概要》

本研究は、中学校2年生を対象に、数学科において主体的に問題発見・解決に向かう生徒の育成を目指したものである。生徒から自然と「問い」が出るようにするため、「問いを生み出す問題」「思考をゆさぶる問題」を設定する。生徒が表出した「問い」を授業で解決していく授業展開を繰り返し行うことで、教師が問題を提示し、それを生徒が解決するといった今までの態度から、自ら問いを見いだし問題解決に向かうようになった。

【キーワード：数学一中 主体的 問い 問いを生み出す 思考力を高める】

I 主題設定の理由

現代はグローバル化の進展や絶え間ない技術革新等が起こっているため、よく「複雑で予測困難な時代」と表現されている。このような時代の課題として、中央教育審議会では「社会の中で自ら問いを立て、解決方法を探索して計画を実行し、問題を解決に導き新たな価値を創造していくとともに新たな問題の発見・解決につなげていくことができること」を挙げている。これから求められるものとして、与えられた問題を作業的にこなす「ロボットでもできること」よりも、「人間にしかできないこと」にますますその価値を見いだす時代である。その大きな価値の一つが「主体的であること」だと考える。そのため、本研究では授業における生徒自らの「問い」に着目した。はばたく群馬の指導プランⅡには主体的・対話的で深い学びの授業改善の実現に向けたポイントに「本時の問いを基に、既習内容を意識しためあてを設定する」、「学びの連続性を意識できるように、次時の学習につながる問いかけをする」とある。前回のはばたく群馬の指導プランとの違いの一つに、「単元の学習で追究していく問い」を設定することがあり、県では「問い」を軸としたつながりのある数学が求められている。問題を解決して終わりではなく、生徒たちが常に問い続け、その問いをつなげていくことが、生徒が興味・関心を持ちながら取り組める授業になり、主体的に数学の問題発見・解決に向かう生徒が育成できると考え、本主題を設定した。

本学級の生徒は、1年次には、生徒の評価をパフォーマンス評価で行い、様々な発展的な問題に取り組んだ生徒を高く評価してきた。間違えた問題に対して自分なりに分析し、それをノートに書き表し、理解を深めようとしている生徒が多くいる。しかし、主体的に学習を進められている生徒は多くはない。ワークブックの問題を繰り返し解くことはあっても、それ以外の

問題をやろうとするなどの、自ら問題を探し解決しようとする姿はあまり見られない。そのため、一度授業で扱った問題の正答率が高かったとしても、その問題の数値を変えたり、形を変えたりしただけでも、正答率が落ちてしまうという傾向がある。生徒たちには、与えられた問題のみを解いて満足するのではなく、「自ら問いを立て、解決方法を探索する」といった主体的な態度を養わせたい。

本学級でも、生徒たちに「問い」を表出させ、それを軸として問題解決に向けた授業を展開していくことで、「次はどうなるのだろう」、「どうしてそうなるのだろう」と意欲が高まり、ワクワクしながら、前のめりに問題解決に向かう「主体的に問題発見・解決に向かう生徒」になるのではないかと考えた。しかし、ただ生徒に「問いを出しなさい」といっても、数学的に価値のある問いを表出できるとは限らない。そこには教師の意図的な問題設定が必要であり、工夫も必要である。「問いを生み出す問題」や「思考をゆさぶる問題」を設定し、そこから「問い」を表出させることで、生徒たちは今までの考え方の有効性を考えたり、自分の考えを批判的に見ようとしたりしながら、よりよい問題解決方法を探そうという態度になっていくと考えられる。

II 研究のねらい

数学の授業において、「主体的に数学の問題発見・解決に向かう生徒の育成」のために価値のある問いを生徒から表出させることのできる『「問い」を生み出す問題』を設定したり、問題解決後に「思考をゆさぶる問題」を設定することで、「新たな問い」を表出させ、その問題解決に取り組ませたりすることが有効であることを実践を通して明らかにする。

III 研究の手立て

「問い」とは

| | |
|-----------|---|
| 「問い」の定義 | 「問い」とは生徒の「素朴な疑問」や「気付き」のこと。 |
| 「問い」の種類 | |
| ①「ねっこの問い」 | 「なぜそうなるのだろう」「もしかすると～の理由で成り立っているのかもしれない」といった原理原則を見いだそうとする態度からでてくる本質的な理解のための問い。 |
| ②「ひろげる問い」 | 「図形が変わったらどのような問題になるのか」「自然数が分数や負の数になった場合にどのような方法で解けばよいのか」「他の図形や数でも同じことはいえるだろうか」といった、主に問題解決後にでてくる発展的に考える問い。 |
| ③「つなげる問い」 | 「2つの考え方の共通点は何か」「動的な見方を働かせれば、この2つは同じ考えかもしれない」といった2つ以上の事柄をつなげようとする統合的な見方の問い。 |

有効な「問い」を生み出す問題設定の工夫

(1) である過程での問題設定

- ①生徒が経験から感覚的に解決できるが説明することに困難を感じる問題を設定する。
- ②既知の学習では解決できない日常にある数学的な問題を設定する。

(2) 追究する過程での問題設定

- ①前時の復習をし、既習事項を用いれば解決できそうなのに実際は既習事項だけでは解決できない問題を設定する。
- ②問題解決に必要な情報が不足している「情報不足の問題」を設定する。
- ③生徒が感覚的に予想を立て、その感覚的な予想とは異なる結果になるような問題を設定する。

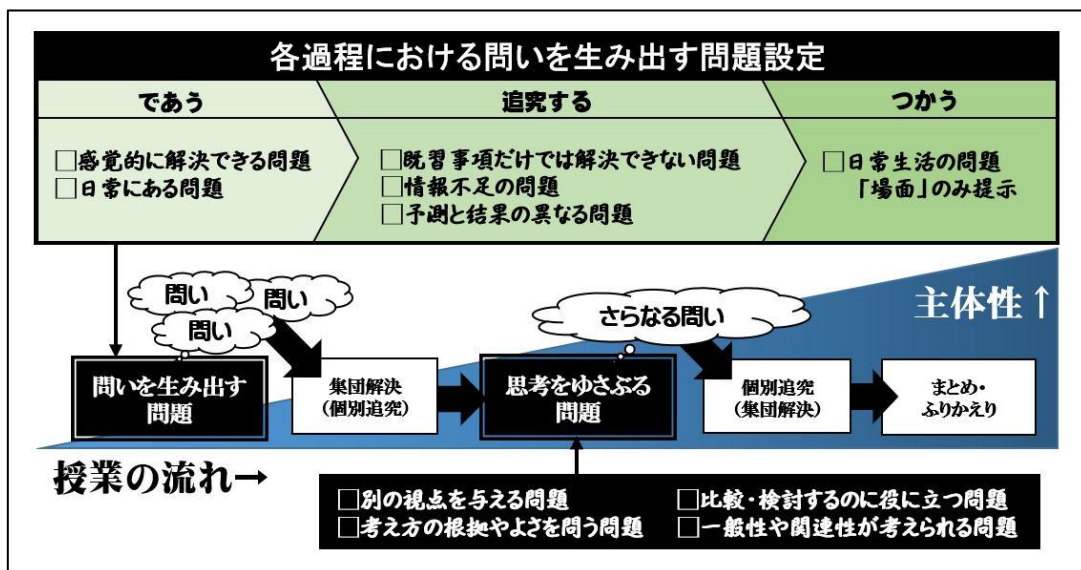
(3) つかう過程での問題設定

- ①生徒自らがそこから問題を考えられるような、日常生活の中で見いだされる「問題場面」を設定する。

有効な「問い」を生み出すための「思考をゆさぶる問題」の設定の工夫

- (1) 「『問い』を生み出す問題」の解決後に、「別の視点を与えるような問題」を設定する。
- (2) 「『問い』を生み出す問題」の解決の際に出てきた考え方を「比較・検討するのに、役に立つ問題」を設定する。
- (3) 「『問い』を生み出す問題」の解決の際に出てきた考え方の「根拠やよさを問う問題」を設定する。
- (4) 「『問い』を生み出す問題」の解決で出てきた考え方の「一般性や関連性が考えられ、別の単元とのつながりを意識できるような問題」を設定する。

研究構想図



IV 実践の様子

- 1 対象 富岡市立富岡中学校第2学年 63名
- 2 期間 令和2年6月～12月
- 3 教科等 数学科
- 4 単元名 平行と合同「平行線と角」
- 5 実践例

(1) 指導の計画






| 時 | 過程 | 学習活動 | 指導方針 |
|---------|------|---|---|
| 1 | であう | <ul style="list-style-type: none"> 星形五角形の角の和を求め、説明する。 | <ul style="list-style-type: none"> 星形五角形の角の和をいろいろな考え方で求められるように、分度器を使うように促したり、図を切ったり貼ったりして考えるように促す。 |
| 2 | 追究する | <ul style="list-style-type: none"> 三角形、四角形の内角の和を確認し、五角形、六角形の内角の和の求め方を考え、説明する。 | <ul style="list-style-type: none"> 三角形の分け方を関連して捉えることができるようにするために、ICT機器を用いて、1点から放射状に頂点を結ぶ方法の、1点を動かす図を提示する。 |
| 3 | | <ul style="list-style-type: none"> 百二角形の内角の和の求め方を考える。 n角形の内角の和「$180^\circ \times (n - 2)$」を用いて、いろいろな多角形の内角の和を求める。 | <ul style="list-style-type: none"> 生徒からの「問い」を表出しやすくするために、「百二角形」という実際にはかけない問題を設定する。 |
| 4 | | <ul style="list-style-type: none"> 百二角形の外角の和を予想する。 多角形の内角の和を基にして、多角形の外角の和がいつでも 360° であることを説明する。 | <ul style="list-style-type: none"> 生徒からの「問い」を表出しやすくするために、実際に角の和を求めたときに、予測と結果が異なりやすい「百二角形の外角の和を予想する」という問題を設定する。 |
| 5 | | <ul style="list-style-type: none"> 「対頂角」「同位角」「錯角」「平行線の性質」「平行線になるための条件」について、自分たちで調べ、まとめる。 | <ul style="list-style-type: none"> 主体的な学習にすするため、自分たちで「問い」を設定し、ノートにまとめさせる。 |
| 6 | | <ul style="list-style-type: none"> 三角形の内角の和を平行線の性質を用いて説明する。 三角形の内角の和と外角の和の性質を用いて角の大きさを求める問題を解く。 | <ul style="list-style-type: none"> 視覚的に理解できるように、三角形の内角の和を証明する際には、ICT機器を用いて証明の手順を確認する。 |
| 7 | | <ul style="list-style-type: none"> 既習事項や補助線を用いて、角の大きさを求める問題を解き、グループで発表し合う。 グループで出てきた意見を学級で発表し、それぞれの考え方のよさについて話し合う。 | <ul style="list-style-type: none"> 集団追究の場面では、考えを深めるために、それぞれの考え方のよさを「補助線の数」「計算の簡単さ」「似ている点」「相違点」の観点で比べさせる。 |
| 8 | つかう | <ul style="list-style-type: none"> 1点とばしの星形五角形の角の和を求める。 次時への「問い」を表出する。 | <ul style="list-style-type: none"> 次時への興味関心を引き出すために、星形五角形の角の和を求めた後、さらなる「ひろげる問い」を表出させる。 |
| 9 本時 | | <ul style="list-style-type: none"> 1点とばし、2点とばしの星形多角形の角の和を求める。 帰納的な考え方から、星形n角形の角の和の公式を導く。 | <ul style="list-style-type: none"> 生徒に図形を発展的・統合的に捉えようとさせるために「2点とばしの星形多角形ではどうなるのか」を「ゆさぶる問題」として設定し、「問い」を表出させる。 |

(2) 本時の実践

①ねらい 1点とばしや2点とばしの様々な星形多角形の角の和を求め、角を表にまとめていき、そこから帰納的に規則性を見つける活動を通して、多角形の内角の和の求め方の性質を発展的・統一的に捉えようとする態度を養う。

②準備 プロジェクター、ホワイトボード

③展開

| 学習活動 | 指導上の留意点・生徒の姿 |
|--|--|
| <p>1 めあてを設定する。(5分) ○星形五角形の角の和を復習する。</p>  <p>○「問題場面」と『問い』を生み出す問題を提示する。</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; background-color: #d9ead3;"> <p><問題場面> 1点とばしの星形百四角形</p> </div> <p>T: どんな「問い」が出ますか。 S: どんな形だろう？ S: 角の和は何度だろう？</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; background-color: black; color: white;"> <p><「問い」を生み出す問題> 1点とばしの 星形百四角形の角の和は？</p> </div> <p>○本時のめあてを設定する。 T: この問題からどんな「問い」が出ますか。 S: 式で求められるのか？ S: 規則性はあるのか？ S: 帰納的に求められるのでは？</p> | <p>指導上の留意点・生徒の姿</p> <ul style="list-style-type: none"> ペアで復習  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-left: 20px;"> ブーメラン型の対頂角と残りの角の和が三角形の内角になっているから。 </div> 生徒からの「問い」を表出しやすくするために、「実際にはかけない図形」を問題場面として設定する。 生徒の「問いを生み出す問題」になるようファシリテートする。 「形についての『問い』」が表出されたら、「星形二十四角形」を提示し、本時の問題は図からは求められないことを理解させる。  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-left: 20px;"> 星形百四角形は、ほぼ「円」のような形になるな </div> 生徒から表出された「問い」をつないで本時のめあてを設定する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>【めあて】 星形多角形の角の和を帰納的に求めよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 「帰納的」の意味を確認する。 |
| <p>2 めあてを追究する。 (1) 『問い』を生み出す問題を解決する。(15分)</p> <p>・ $180 \times (104 - 4) = 18000^\circ$ になる。</p> <p>(2) 「思考をゆさぶる問題」を設定し、解決する。(20分) T: 星形の条件をどのように変えることができるかな。【ひろげる問い】 S: 角が多くなったらどうなるのか？ S: 2点とばしの場合はどうなるのか？</p> | <ul style="list-style-type: none"> ホワイトボードを用いて、グループで問題解決させる。 理解を深めるために、全体で考え方を共有した後、再度「自分の言葉」でグループ内で説明させる。  <p>…だから、$180^\circ \times 100$</p> <ul style="list-style-type: none"> 「1点とばしの星形多角形の角の和について、一般化させる。<u>1点とばしの星形n角形の角の和 = $180^\circ (n - 4)$</u> 条件を変えることで「思考をゆさぶる問題」になるようファシリテートする。 変えた条件を整理するために、2点とばしの意味を確認する。  <p>2点とばしの星形七角形</p> |

<思考をゆさぶる問題>
 2点とばしの
 星形 n 角形の角の和は？

- 2点とばしの星形七角形、八角形と順序よく考えることで、帰納的に考えるよさを感じさせる。
- 全体共有の際には、段階的な思考になるように、意図的指名を行い、前述の問題と対比させる。



星形八角形では
 ...だから 360°

- 2点とばしの星形 n 角形の角の和について、一般化させる。
 2 点とばしの星形 n 角形の和 $= 180^\circ \times (n-6)$

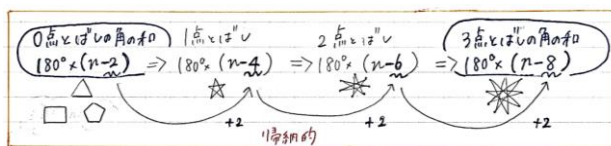
3 学習をまとめる。(10分)

T: 今日考えた2つのことから、さらにもうどのようなことがでてくるかな。【つなげる問い】

S: 1点とばしが $180^\circ (n-4)$ 、
 2点とばしが $180^\circ (n-6)$ だから、
 3点とばしは $180^\circ (n-8)$ かな？

S: 内角の和の公式と似ている？

- 「つなげる問い」が表出されない場合は、黒板に似た式はないかを問いかける。



生徒のノートの一部

【主体的に学習に取り組む態度】

1点とばし2点とばしの星形 n 角形の角の和の公式から規則性を見だし、1点とばし2点とばし以外のとばす点を自ら見つけ、その星形多角形角の和の公式を導こうとしている。(発言・ノート)

- 0点とばしの星形と多角形が等しいことを帰納的に確認する。

0点とばし $= 180^\circ (n-2) =$ 多角形の内角の和

- 多角形と0点とばしの図形が繋がらない生徒には、0点とばしの星形多角形を実際にかかせる。
- 生徒の言葉をつないでまとめをする。
- 学習過程を振り返ることで、「帰納的に考えることのよさ」を実感させる。

【まとめ】

星形 n 角形の角の和は1点とばしでは $180^\circ (n-4)$ 、2点とばしでは $180^\circ (n-6)$...のように、つながりがある。多角形も、0点とばしの星形多角形としてとらえられる。

4 振り返り(宿題)

- 「振り返りの視点」を提示し、振り返えさせる。

- 新しくわかったこと
- わからなかったこと (今日の問い)
- 参考になった友達の意見と理由
- 次回の予想
- 今後の問い

【本時の板書】

| | | | | | | | |
|----|-------------|-------------|-------------|-----|------------------------|-----|--------------------------|
| 角数 | 5 | 6 | 7 | ... | 104 | ... | n |
| 角和 | 180° | 360° | 540° | ... | $180^\circ \times 100$ | ... | $180^\circ \times (n-2)$ |

| | | | | | |
|----|-------------|-------------|-------------|-----|--------------------------|
| 角数 | ? | 8 | 9 | ... | n |
| 角和 | 180° | 360° | 540° | ... | $180^\circ \times (n-6)$ |

1点とばしの星形 n 角形の角の和 $= 180^\circ (n-4)$

2点とばしの星形 n 角形の角の和 $= 180^\circ (n-6)$

3点とばしの星形 n 角形の角の和 $= 180^\circ (n-8)$

V 研究のまとめと今後の課題

1 研究のまとめ

「問いを生み出す問題」「思考をゆさぶる問題」の設定から表出される「生徒の問い」を授業で解決していくことは、主体的に問題解決に向かう生徒の育成において有効であった。

| 回答した生徒の内訳 | | |
|---|---|---|
| ①数学は好きで、得意である(7人) | ②数学は好きだが、得意ではない(39人) | |
| ③数学は好きではないが、得意である(1人) | ④数学は好きではなく、得意でもない(12人) | |
| | はい | いいえ |
| Q1 以前よりも数学の問題に取り組むのが楽しくなったか。 | ① 7 ② 38 ③ 1 ④ 9 55人 93% | ① 0 ② 1 ③ 0 ④ 3 4人 7% |
| Q2 以前よりも数学について考えるのが楽しくなったか。 | ① 7 ② 37 ③ 0 ④ 7 51人 86% | ① 0 ② 2 ③ 1 ④ 5 8人 14% |
| Q3 以前よりも自分から問題を見つけたり、問題を探したりすることが多くなったか。 | ① 6 ② 26 ③ 0 ④ 5 37人 63% | ① 1 ② 13 ③ 1 ④ 7 22人 37% |
| Q4 以前よりも「問題を解いた後」に、「問い」をもつことができるようになったか。 | ① 7 ② 31 ③ 1 ④ 5 44人 75% | ① 0 ② 8 ③ 0 ④ 7 15人 25% |

表1 アンケート調査結果

(1) 「『問い』を生み出す問題」の設定について

実践後12月のアンケート(表1)では、①「以前よりも数学の問題に取り組むことが楽しくなったか」という質問に対して、2年生の生徒全体の93%が「はい」と回答し、②「以前よりも数学について考えるのが楽しくなったか」という質問に対しても86%が「はい」と回答した。③「なぜそう感じるのか」についても回答させたところ、「問題を深く考えることで自分なりの問いが生まれて、それをみんなで考えるのが楽しいから」「授業を自分たちで作っている気がするから」「前よりも数学の問題について諦めずに考えることができるようになったから」中には「最近歩いている時にも自分で数学の問題を作って頭の中で解くようになった」と回答する生徒がいた。これは、「『問い』を生み出す問題」の設定によるものだと考える。教師からただ与えられた問題に取り組むのではなく、自分たちで「問い」を表出し、目的意識をもって授業に参加することによって、生徒たちは授業に主体的に臨む態度が養われた。

(2) 「思考をゆさぶる問題」の設定について

先のアンケート③についての回答では、「また新しい考えが出るのではではないか、違うやり方があるのではではないかと考えるようになったから」と回答していた生徒がいた。また、授業終了後の休み時間にも、新たな問いを生み出し、生徒自身で学び合っている姿が多く見られるようになった。(図1)これは、1授業で1つの問題を解決して終わりという授業展



図1 休み時間に学び合う生徒

開をやめ、「思考をゆさぶる問題」に日々取り組ませた結果だといえる。生徒の思考習慣が「問題解決後にも考えることがある」と考えられるようになったこと、そして、数学について深く学ぶことの楽しさを感じられるようになったからである。

(3) 「問い」を軸として授業を行うことについて

授業では、生徒たちが主体的に学ぶ姿をたくさん見ることができた。生徒たちが自分の考えをノートやホワイトボードに表し、生徒のコミュニケーションだけで、問題解決に向かうようになった。ノートの「授業の振り返り」の記述は本時のねらいに沿ったものであると同時に、次時への学びに向かう態度がよく伝わってくるものが多かった。(図2) これは、生徒の「問い」を軸とした授業展開を行ったことによるものだといえる。先も述べたように、生徒たちの中で問題に対する目的意識が強くなり、この内的要因により、数学の問題に取り組むこと・考えることが「楽しくなった」と感じ、前向きに数学を学ぼうとする姿が変わった。

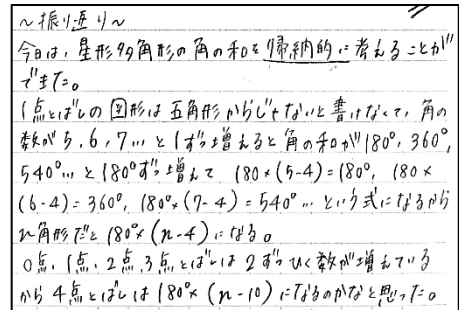


図2 生徒の振り返り

2 課題

アンケート結果(表1)では、「以前よりも自分から問題を見つけたり、探したりすることが多くなったか」「以前よりも『問題を解いた後』に『問い』を持つことができるようになったか」という質問に対してはどちらも4分の1以上の生徒が「いいえ」と回答している。記述には「問題を解くのがいっぱいいっぱい、問いが出てこない」「問題を解決すると満足してしまい、そこで終わってしまう」などを書いてあった。「問い」をもつこと自体に苦手意識がある生徒がいるというのが現状である。

また、今回の研究で「数学が好き」と回答した生徒は全体の約8割に対し、「得意ではない」と回答した生徒も8割以上いた。授業展開として、「思考をゆさぶる問題」では、思考力を高める問題を多く扱うことにより、数学の楽しさを感じられるようになった反面、難しいと感じた生徒も多くいた。

今後は、生徒たちの興味・関心が高い「『問い』を生み出す問題」「思考をゆさぶる問題」の設定を継続しつつ、生徒がもっと「できた」と実感できるような授業展開を考えていく。そのためには、問題をたくさん解く機会を意図的に設けたり、習熟が早くない生徒たちも、安心して問題に取り組めるよう、個に応じた指導の充実を今以上に図ったりしていく必要がある。これからも生徒に寄り添うことを忘れず、授業改善に励んでいきたい。

(参考文献)

- ・文部科学省『中学校学習指導要領解説 数学編』(2017)
- ・群馬県教育委員会義務教育課『はばたく群馬の指導プランⅡ』(2019)
- ・岡本光司・土屋史人【著】『生徒の「問い」を軸とした数学授業』明治図書(2014)