

群 教 セ	G03 - 04
	平28.261集
	数学 - 高

高校数学科における生徒の 数学的な見方・考え方を育成する授業実践

—自力解決・協働的問題解決活動の工夫を通して—

特別研修員 益子 千里

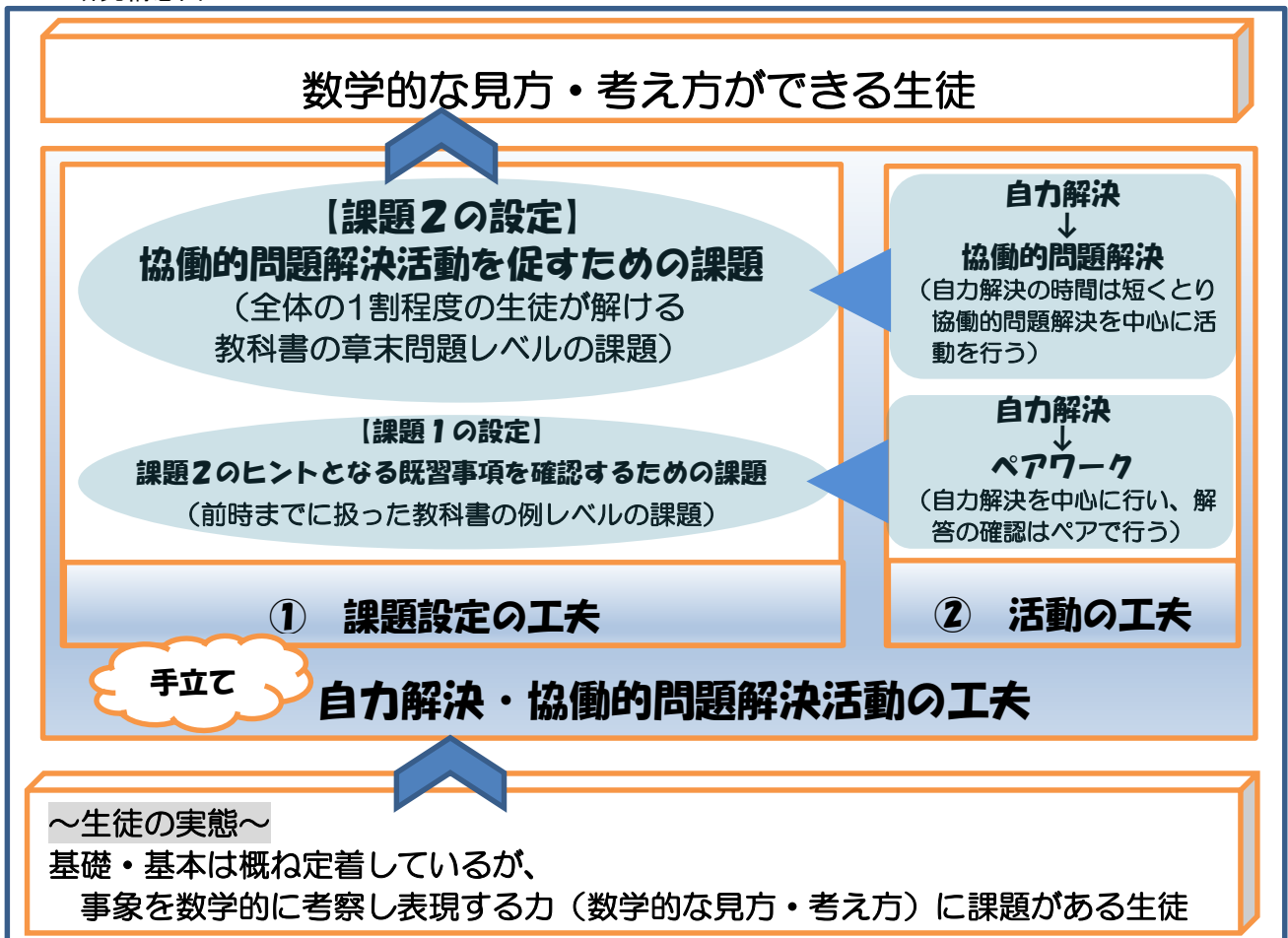
I 研究テーマ設定の理由

平成27年8月に出された教育課程企画特別部会の論点整理では、次期学習指導要領の改訂の議論の中で、「知識・技能、思考力・判断力・表現力等、学びに向かう力や人間性など情意・態度等に関わるものの全てを、いかに総合的に育てていくか」という視点の基、「アクティブ・ラーニング」の意義について記されている。また、平成28年度県立学校教育指導の重点の数学の目標では、「数学的活動を通して、数学の基本的な概念や体系的な理解を深め、将来にわたり自ら学び自ら考える力や、事象を数学的に考察し表現する力を育成する」とある。変化や情報の多い現代社会において、主体的に学びに向かう力、的確な思考力・判断力・表現力、他者と協働して問題を解決する力はこれから身に付けなければならない重要な能力である。

本校の生徒は、大学進学を目指す生徒がほとんどであり、学習に対する意識が高く、授業中の態度や課題の取組も良好である。しかし、基礎・基本は概ね定着しているが、思考力・判断力や、事象を数学的に考察し表現する力についてはまだまだ課題が残る。そこで、生徒の数学的な見方・考え方がより高いレベルに育成できるよう、本テーマを設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手立て

生徒の数学的な見方・考え方を育成できるような授業を実践するために、以下のような手立てを考案した。

手立て 自力解決・協働的問題解決活動の工夫
① 課題設定の工夫 ・ 既習事項を確認するための課題1の設定 課題2のヒントとなるような教科書の例・例題レベルの問題を設定する。生徒が取り組みやすいように、一度授業で扱った問題を取り上げる。 ・ 協働的問題解決活動を促すための課題2の設定 全体の1割程度の生徒が解ける、教科書の章末問題レベルの問題を設定する。これまでに扱ったことのない問題を取り上げ、協働的問題解決活動を促す。
② 活動の工夫 ・ 課題1での活動 自力解決を中心に行わせ、ペアで解法・解答の確認をさせる。課題2の活動の時間を十分に確保するため、黒板では解答のみを簡単に示す。 ・ 課題2での活動 自力解決の時間で課題解決の見通しを持たせた後、協働的問題解決活動の時間を設定する。協働的問題解決活動では、4人グループで机をU型にし、課題解決に向けた協議をさせる。生徒の活動をより活発にさせるため、解決が難しいグループは他のグループに協力を仰ぎに行くように促す。

Ⅲ 研究のまとめ

1 成果

- 既習事項を確認するための課題1を設定することで、課題2の取組も課題1を参考にしながら積極的に行う様子が見られた。また、課題2は生徒たちにとって少し高いレベルであるため、自力解決の場面ではほとんどの生徒が解決に至っていなかった。しかし、協働的問題解決の活動を通して、問題を解く際に必要な工夫や思考を協議したことで、数学的な見方・考え方を高め合いながら解答を導くことができていた。
- 机をU型にすることで、生徒間の距離が近くなり、4人が集中して話し合いをしている様子が見られた。
- 協働的問題解決の場面で他のグループに協力を仰ぎに行かせることで、グループでは進まなかった部分を生徒同士で解決できたり、自分のグループの解法に確信を持てたりすることが可能になり、より積極的に活動している様子が見られた。

2 課題

- 課題2の時間を確保するために、既習事項の確認である課題1はなるべく時間のかからない、また解く際に個人差の出ない問題を選択する必要がある。
- 自力解決の場面と協働的問題解決の場面では、個人差やグループ差がどうしても生まれる。生徒がよりスムーズに活動ができるように、場面を切り替えるタイミングの取り方や活動内容の細かい指示を行うことが課題である。
- 他のグループに協力を仰ぎに行っても良いことにしたが、積極的に動けないグループもあった。生徒がより積極的に活動ができるように、今後もグループを超えた活動がしやすい雰囲気作りを工夫すべきだと感じた。

実践例

1 単元（題材）名 「微分法と積分法」（第2学年・2学期）

2 本単元（題材）について

この単元は、微分・積分の考えについて理解し、それらの有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにすることが目標である。ここでは、簡単な整式で表される関数に限定して、瞬間の速さや面積などを用いて微分・積分の考えを理解させ、その考えの有用性を認識できるようにするとともに、関数の値の変化を調べるなど事象を数学的に考察し表現する能力を養えるようにする。

これまで学習してきた関数については、式・表・グラフを中心にその性質や変化を考察してきた。しかし、そのような考察だけでは、関数の増減を正確に調べることはできない。そこで、極限の概念を用いて、関数の値やグラフの変化を局所的に調べるという新しい手段を学ぶ。また、積分法も、微分法とともに、自然科学の分野だけでなく社会学や経済学の分野など広範囲にわたり不可欠な方法である。微分・積分は、これまでの関数の概念を更に発展、拡充させた考察ができるため、生徒は関数をより現実的に、身近に感じることができる単元であるとともに、数学Ⅲの内容においても重要な単元である。しかし、数学Ⅱの微分・積分においては、極限を直感的に扱い、定義導入の後は計算中心に扱われることが多く、計算の苦手な生徒にとっては、本来の面白さを実感しないまま学習を終えてしまうことも考えられる。数学Ⅲへのつながりも考えながら、基礎・基本の定着を図るとともに、定義の段階においても計算練習においても、具体的な事象や図形的な意味との関連を大事にした丁寧な指導を行う必要がある。

以上のような考えから、本題材では以下のような指導計画を構想し実践した。

目標	微分・積分の考えについて理解し、それらの有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できる。	
評価 規 準	関心・意欲・態度	微分・積分の有用性を認識し、それらを具体的な事象の考察に活用しようとする。
	数学的な 見方・考え方	平均変化率と微分係数の図形的な関係や定積分と面積の関連について考察することができる。
	数学的な技能	微分・積分の考えを利用して、関数の値の変化を調べることや面積を求めることができる。
	知識・理解	微分・積分の考えを理解し、接線の方程式の求め方やグラフの概形のかき方、面積の求め方の知識を身に付けている。
過程	時間	主な学習活動
課題把握	第1時	・極限の概念を導入し、微分定数を定義する。
課題追究 微分法	第2 ～13時	・導関数を定義し、微分係数やグラフ上の点における接線の方程式を求める。 ・関数の増減を調べ、極値を求める。また、そのグラフをかく。
	第14 ～18時	・導関数を利用して、関数の最大値・最小値や、方程式の実数解の個数を求める。 また、不等式を証明する。
課題把握	第19時	・微分の逆の演算として不定積分を定義し、不定積分を求める。
課題追究 積分法	第20 ～34時	・定積分を定義し、定積分を求める。 ・定積分を利用して、図形の面積を求める。
	まとめ	第35時

3 本時及び具体化した手立てについて

本時は全35時間計画の第29時に当たる。積分法を用いると直線や曲線で囲まれた図形の面積を求めることができるということを学び、簡単な図形の面積を3時間学習した後の4時間目が本時である。前時までに、直線と放物線で囲まれた図形の面積、絶対値が付いた関数の積分法を学んだ。本時では、少し複雑な図形の面積を求める問題に取り組む。正しいグラフをかき、グラフの上下関係に注意をして立式することがポイントとなる。そこで、次のように手立てを具体化した。

手立て 自力解決・協働的問題解決活動の工夫

① 課題設定の工夫

課題1では、前時に行った「(1) 直線と放物線で囲まれた部分の面積」「(2) 絶対値が付いた関数の積分」を取り上げ、既習事項の確認を行わせる。取り組みやすいように、教科書の例題と同じ問題を扱う。

課題2では、これまでの授業では扱ったことのない「絶対値が付いた関数と直線で囲まれた部分の面積」を取り扱う。クラス全体の1割程度の生徒が解けることを想定するとともに、協働的問題解決活動を促す問題であることが大切である。授業では、正しいグラフをかくこと、正しい立式をすることに重点を置く。求める面積の積分区間が三つに分けられることに気が付くかどうかポイントである。

② 活動の工夫

課題1では、自力解決を中心に行わせ、その後ペアワークで解法・解答の確認をさせる。教科書やノートを自由に見ても良いこととする。既習事項なので、全体の解説は行わない。

課題2では、最初に自力解決の時間を短くとり、その後の協働的問題解決活動を中心に行わせる。協働的問題解決活動では、4人グループで机を円型にし、生徒間の距離を近くして話し合いがしやすいようにする。また、解決が難しいグループは他のグループに協力を仰ぎに行っても良いこととする。

4 授業の実際

(1) 課題1について

☆課題1☆

(1) 放物線 $y = x^2 - 1$ と直線 $y = x + 1$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(2) 定積分 $\int_{-2}^2 |x - 1| dx$ を計算せよ。

① 自力解決

自力解決の場面では、半分ほどの生徒が教科書やノートを見ながら進める様子が見られた。課題1は前時で扱った教科書の例題であったが、解答においては予想していたよりも時間がかかっていた。

② 協働的問題解決活動 (ペアワーク)

8割程度の生徒ができた時点で、ペアで解答の確認をさせた。できなかった生徒は解法を隣の生徒に聞きながら確認をしている様子が伺えた。解答が教科書やノートに載っているので、黒板では、グラフ、式、解答のみ簡単に示した。しかし、中には計算が間に合わず、次の課題への切り替えがスムーズにできなかった生徒もいた。

(2) 課題2について

☆課題2☆

次の曲線と直線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

$$y = |x^2 - x - 2|, y = x + 1$$

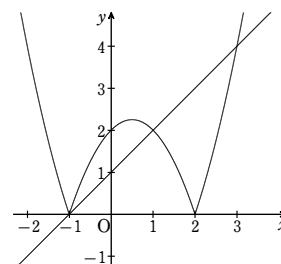


図1

① 自力解決

最初は自力解決の時間をとった。課題1が良いヒントとなり、それを生かしながら進めている生徒が多かった。実際には、図1のような正しいグラフがかけた生徒は数名であり、その中で積分区間が三つに分けられると気付いて進めていた生徒は二人ほどであった。

② 協働的問題解決活動（4人グループ）

自力解決の後は協働的問題解決活動の時間とし、4人グループで解法について話し合わせた。協働的問題解決活動をする際には、注意事項として「グラフ」「立式」についてまず協議し、計算は後回しにするように指示した。グループの話合いは積極的に行われ、理解できたときや解決できたときはグループ内で歓声があがる様子などが見られた（図2）。また、解法がなかなか導けないグループは他のグループの解法を参考にしたり、解法が不安なグループも他のグループの解法を見に行ったりして、自分たちのものが正しいかどうかの確かめをする様子が見られた。中には、こちらが予想をしていなかった解法で答えを出したグループもあった。最後はほとんどのグループが解答までたどり着くことができていた。計画では、グラフや立式ができた段階で、各グループで「グラフ」「立式」を一つの紙にまとめる作業をする予定であったが、生徒はそれよりも解答を出したいという気持ちが強く、計算に集中してまとめる時間がなくなってしまい、作業ができたのは二つのグループのみであった。



図2 協働的問題解決の場面

(3) まとめについて

本時のポイントの部分（積分区間が三つに分けられる）を、生徒が作成したグラフと式を使って、生徒の発表の場面で共有する予定であったが、時間がなくなりポイントの一部のみを生徒に発表させた（図3）。次の時間に、もう一度課題2のポイントの確認と、別解を示したグループに解法を発表させた。

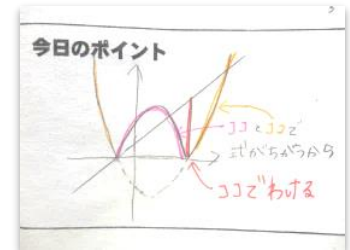


図3 生徒のワークシート

5 考察

応用問題や入試問題は、既習事項を活用するものはもちろん、少し変わった見方やちょっとした気付きでクリアできる問題も多くある。そこで実践例では、普段講義形式の授業で教師側が解説することが多い問題を、じっくり時間をとってまず個人で、そしてグループで考えさせた。その結果、教師側がほとんど説明をすることなく、主体的な取組の中で問題を解決することができた。

課題1は、課題2のヒントとなる問題を教科書の例題から取り上げた。一度解いたことのある問題は生徒たちにとっても取り組みやすく、また分からないときは振り返りやすいものであり、課題2を行う上でも効果的であった。ただ、計算に時間がかかり、時間内に解答までたどり着けなかった生徒は、課題2への移行がスムーズにいかず、中途半端に課題1を終わらせることとなった。このことから、課題1は課題2の良いヒントとなり、生徒が自分で確認しやすいものであるとともに、解答するのに個人差の出ないシンプルな問題という特徴が必要であると考えられる。

課題2の協働的問題解決の場面では、机を円型にしたことで生徒の距離が近くなり、より話し合いがしやすくなったと考える。また、他のグループの考えを自由に見に行くことによって、どのグループも徐々に解答に近付いていき、教師側の助言はほとんど必要なかった。生徒たち自身で解決をしているという自覚を持てたのではないかと感じた。また、ワークシートを利用して、課題2に対する自力解決後と協働的問題解決後の理解度を4段階（数字が大きいほど理解度が高い）で評価させた。その結果、自力解決後に3と4に評価をつけた生徒は10%であったが、協働的問題解決後に3と4に評価をつけた生徒は86%であった。このことから、協働的問題解決によって理解度が増した生徒が多く、数学的な見方・考え方を高め合いながら効果的なグループ学習ができたことが伺える。

毎回の授業でこのような取組をすることはできないが、各単元で基礎・基本を学んだ後に取り入れることは可能である。実践においては、生徒の実態を十分把握した上での課題設定、時間配分を事前に考慮することも大切である。また、自力解決の場面、協働的問題解決の場面で生徒の活動がより活発になるような工夫も今後考えていく必要がある。