

群 教 七	G03 - 03
	平28.261集
	数学一中

数学的な思考力を育成する数学科指導の工夫

— 疑問や気づきを含んだ発言やつぶやきを促し、
生かす活動の工夫を通して —

特別研修員 力丸 忠史

I 研究テーマ設定の理由

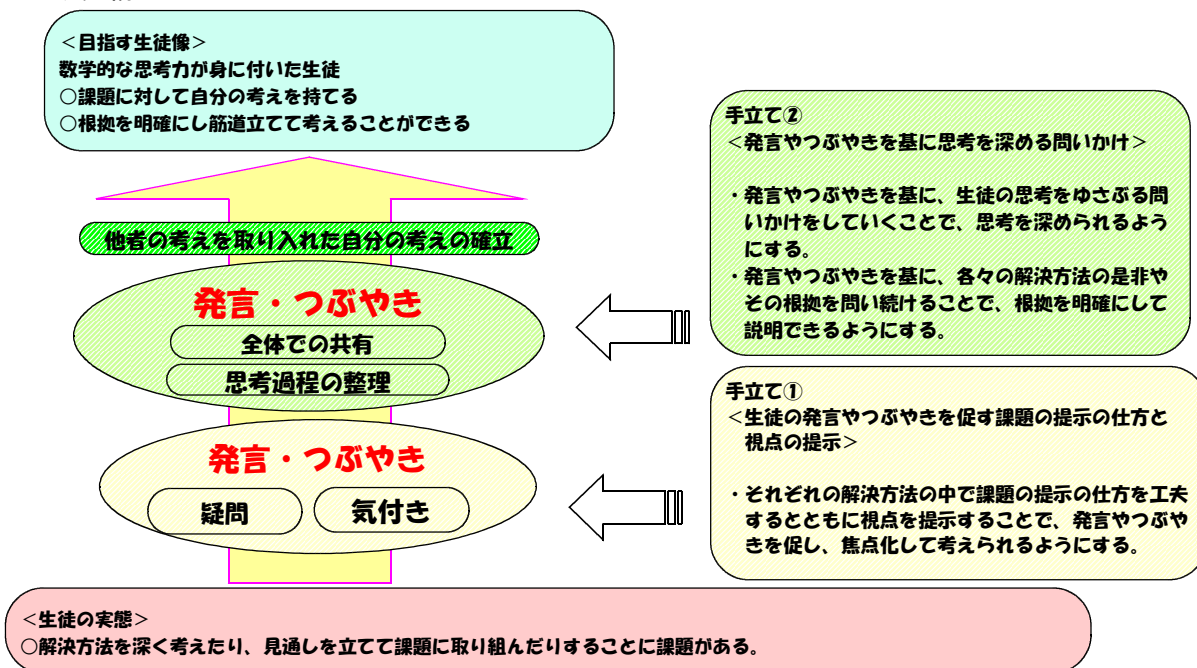
はばたく群馬の指導プランには、本県生徒の数学科の課題として「既習の知識や考え方を活用して、課題解決すること」「筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明すること」が挙げられている。また、その解決に向けて伸ばしたい資質・能力として「数学的な考え方を身に付けることができる」「数学的な推論を用いて考え、根拠を明確にして説明し合うことができる」ということが挙げられている。日常生活や社会においても論理的に思考する力は必要である。

本校の1学年では習熟度による少人数指導を実施している。基礎コースのクラスにおいては、与えられた課題には取り組むが、見通しを持って課題に取り組んだり、解決方法を深く考えたりしようとする生徒は少ない。

生徒が思考を始めるきっかけになるのは疑問や気づきである。そこから思考が広がったり深まったりしていく。しかし、基礎コースの生徒は一人では疑問や気づきが生まれなかったり、疑問や気づきがあっても考えが深まらなかったりすることが多い。このような生徒には周りの友人の疑問や気づきをきっかけに自分の思考を始めたり、周りの友人の考えを生かして自分の思考を深めたりすることが大切になってくる。そこで、課題設定や課題提示の仕方の工夫をしたり、何を考えればよいかを焦点化したり、思考をゆさぶる問いかけをしたりすることで、疑問や気づきを含んだ発言やつぶやきを表出させる。そのような発言やつぶやきを共有し、授業を進めることが大切だと考える。その際、生徒の考えを繰り返し説明させたり、複数の生徒の言葉をつなげながら説明させたりしていくことで、思考過程が整理されたり、思考が深まったりしていく。こういった学習を積み重ねていくことで他者の考えのよさを取り入れながら自分の考えを確立できると考え、本テーマを設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手立て

生徒が他者の考えのよさを取り入れながら自分の考えを確立させていくために次の二つのことを手立てとした。

手立て1 生徒の発言やつぶやきを促す課題の提示の仕方と視点の提示

手立て2 発言やつぶやきを基に思考を深める問いかけ

手立て1では、生徒の疑問や驚き、気付きの発言やつぶやきを促し、多様な解決方法を見いだせるように課題の一部を隠したり、条件を加えたりするなどの工夫をする。その際、より思考を促せるように、きまりがかくれている、条件不足・過剰がある、簡単である、意外性がある、間違いがあるなどの課題を設定する。また、全体で課題を焦点化して考えられるように視点を提示する。

手立て2では、思考を深められるように、発言やつぶやきを基に、思考をゆさぶる問いかけをしていく。例えば、発言やつぶやきとして出てきた考えとは違った考えや間違いの例を示し、比較することで多様な考えを生み出したり、自分の考えのよさや不十分な点を確認したりすることができるようにする。また、各々の解決方法の是非やその根拠を問い続けることで自分の考えをより確かなものにする。そして、全体での共有の場面では、各々の解決方法の発表の際に、発表を途中で区切って続きを別の生徒に問いかけたり、他の生徒の考えを自分の言葉で説明するよう問いかけたりすることで根拠を明確にした説明ができるようにする。これらを繰り返していくことで思考の深まりにつながり、根拠を明確にして考えたり、説明したりすることができるようになると思われる。

生徒の発言やつぶやきを生かしていくために、生徒の発言やつぶやきの中でポイントとなるものは板書などで残しておくことも必要である。

以上のような手立てを通して、数学的な思考力を育成させる。

Ⅲ 研究のまとめ

1 成果

- 生徒の思考に寄り添って、徐々に生徒に与える情報を減らすなど段階的に課題を提示するとともに、その課題に対して解決する際の視点を提示したことで、「分かった」「〇〇すればいいんだ」など、生徒の活発な発言やつぶやきを生むことができ、思考を始めるきっかけをつくることができた。
- 周りの生徒の発言やつぶやきを聞くことで、「そうか」「なるほど」と言いながら問題に取り組む姿が見られた。自分一人では気付くことができなかつたことに気付くことができたものと思われる。
- 発言やつぶやきとは別の考えを提示して生徒の思考をゆさぶる問いかけをすることで、「そういう考え方もあるのか」などの発言を生むことができた。生徒が、自分の考えが本当に正しいのかをもう一度考え直したり、自分とは違った方法で考えたりすることにつながったと思われる。
- 各々の解決方法の是非やその根拠を問い続けることで、自分の考えを筋道立てて説明する生徒が増えた。根拠を明確にして考えることのきっかけになったものと思われる。

2 課題

- 発言やつぶやきを拾い、広げていくための工夫がさらに必要であると感じた。例えば発言やつぶやきに対してペア学習を取り入れて「何が言いたいのか」「本当に正しいのか」等について話し合わせることで、より深い思考につながるものと思われる。
- 課題に対する考えは持てたものの根拠を明確にした説明をしていくことが不十分であった。基礎コースの生徒にも説明できるように段階的に記入できるワークシートを工夫したり、説明のためのキーワードを提示したりする必要性を感じた。
- 生徒が発言する意欲をより生み出すために、賞賛をより多くするべきだと感じた。また、発言やつぶやきだけでなく、発問後の生徒の表情をしっかり捉え、問いかけに生かしていくことの重要性も感じた。

実践例

1 単元名 「比例と反比例」(第1学年・2学期)

2 本単元について

本単元では、小学校での学習を基に関数関係についての内容を一層豊かにし、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係の意味を理解できるようにする。そのために比例と反比例の基礎を理解させ、グラフに表したり式を求めたりすることを徹底する。

以上のような考えから、本題材では以下のような指導計画を構想し実践した。

目標	具体的な事象を調べることを通して、比例、反比例についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。	
評価 規 準	関心・意欲・態度	様々な事象を比例、反比例などで捉えたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に比例や反比例の考え方を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。
	数学的な見方や考え方	比例、反比例などについての基礎的・基本的な知識や技能を活用して、論理的に考察し表現するなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。
	数学的な技能	比例、反比例などの関数関係を、表、式、グラフなどを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなどの技能を身に付けている。
	数量や図形についての知識・理解	関数関係の意味、比例や反比例の意味、比例や反比例の関係を表す表、式、グラフの特徴などを理解し、知識を身に付けている。
過程	時間	主な学習活動
課題把握	第1時	<ul style="list-style-type: none"> 一人にかかる時間を一定と考えて、並んでいる人数から行列の待ち時間を予想する。
課題 追究	第2 ～19時	<ul style="list-style-type: none"> 関数の意味、変域の意味と表し方を知る。 伴って変わる二つの数量の間の関係を、表や式に表す。 $y = ax$ について、xの変域や比例定数を負の数に広げて、比例の性質が成り立つかどうかを調べる。 yがxに比例するとき、一組のx、yの値から、yをxの式で表す。 点の座標を求めたり、座標を平面上で表したりする。 $y = ax$のグラフをかく。 比例のグラフについて、比例定数が正の場合と負の場合で、xの値が増加するときのyの値の変化やグラフの傾き方を比べる。 比例の表やグラフから式を求める方法を考える。 $y = a/x$ について、xの変域や比例定数を負の数に広げて、比例の性質が成り立つかどうかを調べる。 yがxに反比例するとき、一組のx、yの値から、yをxの式で表す。 $y = a/x$のグラフをかく。 反比例のグラフについて、比例定数が正の場合と負の場合を比べたり、xの値を大きくしたり0に近付けたりにして、その特徴を調べる。 反比例の表やグラフから式を求める方法を考える。 比例のグラフから、具体的な事象を読みとる。
まとめ	第20時	<ul style="list-style-type: none"> 身のまわりの問題を、比例や反比例の関係を利用して解決する。

3 本時及び具体化した手立てについて

本時は全20時間計画の第10時に当たる。本時は、これまでの学習を生かして、表やグラフから比例定数がいくつになるか考え、その求め方について自分の考えを説明したり、他の生徒の考えを読み取って説明したりする学習である。その際、比例の式の求め方を多様な方法で考えることが比例の理解を深める上で大切である。

そのため、以下のような手立てを考え、授業を実践した。

手立て1 生徒の発言やつぶやきを促す課題の提示の仕方と視点の提示

表から式を求める場面において、表の数値を徐々に隠していくことによって既知条件を減らすことで生徒の思考を促し、発言やつぶやきが生まれるようにする。また、考える際の視点「ぱっと見」「yの増え方」「xの値とyの値の関係」を提示することによって、焦点化して考えられるようにする。

手立て2 発言やつぶやきを基に思考を深める問いかけ

生徒の考えが出た後、それとは違った考えを提示することによって本当に自分たちの考えが正しいのかどうかを再思考させる。また、各々の解決方法の是非やその根拠を問い続けることで、根拠を明確にして説明できるようにする。

4 授業の実際

(1) 「導入」の過程

$y = 3x$ の式から表やグラフをかく復習から授業に入った。そして生徒自身がかいた表やグラフを用いて $y = 3x$ の3の求め方を課題として設定した。

(2) 「展開」の過程

「表やグラフから式を求める方法を考えよう」というめあてを立て、以下のような手立てを行った。

手立て1 生徒の発言やつぶやきを促す課題の提示の仕方と視点の提示

【視点1：「ぱっと見」】

生徒が復習でかいた表を基に、「ぱっと見」をフラッシュカードで提示した。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-9	-6	-3	0	3	6	9	...

ほとんどの生徒が表から比例定数を見付けられ、**気付きのつぶやき**が出た。

「分かった」「簡単!」

「**xが1のときのyの値だ**」



【視点2：「yの増え方」】

表の $x = 1$ 、 $y = 3$ の部分を隠し、「yの増え方」をフラッシュカードで提示した。

x	...	-3	-2	-1	0	2	3	...
y	...	-9	-6	-3	0	6	9	...

生徒から「**3ずつ**」といった**気付きのつぶやき**が出たので、板書に残した。

この視点でうまく考えられない生徒もいたが、他の生徒の発言から表に増え方の矢印を付け加えたことでyが3ずつ増えていることに気付くことができた。



【視点3：「xの値とyの値の関係」】

表の $x = 2$ 、 $y = 6$ の部分以外を隠し、「xの値とyの値の関係」をフラッシュカードで

手立て2 発言やつぶやきを基に思考を深める問いかけ

xの値にも3があるが、それも比例定数と関わりがあるのかを問いかけ、生徒の思考をゆさぶった。

S1: xが1のときのyの値だ。

T: (xの値の3を指して) **ここにも3があるけど、これは比例定数だとは言えないのかな。**

S2: 言えない。

T: どうして?

S3: xの値は比例定数が1でも2でも関係しないから。

xの値が2ずつ増加した表を提示し、そのときのyの増加量も比例定数として良いのかを問いかけることで生徒の思考をゆさぶった。

S4: yが3ずつ増えているから比例定数は3だ。

x	...	0	2	4	6	...
y	...	0	6	12	18	...

T: **こんな表の場合はyは6ずつ増えているから比例定数は6でいいよね。**

S5: xが1ずつ増えていないと駄目。

根拠を明確にするために $y = ax$ の式を変形することによって $a = y/x$ が導けることを確認した。

提示した (図1)。

x	...	2	...
y	...	6	...

始めからこの視点を持っていた生徒がおり、「xに3をかけている」という発言があった。その発言を板書に残しておいて、ここでそれを振り返ることによって他の生徒もこの視点で考えることができた。



図1 考え方の視点を示した様子

S6: $6 \div 2$ をすればいいんだ。

T: (表の见えている部分を $x = 3$, $y = 9$ のところに変えて) これならどうなるの?

S7: $9 \div 3$ をすればいい

T: どうしてyの値をxの値で割ると比例定数になるんだろう?

S8: 比例の式 $y = a x$ を変形してみれば分かるよ。

S9: そうか。 $a = y / x$ になった。

(3) 「まとめ」の過程

演習問題を全体で確認させる場面では考えが正しいのかを問いかけたり、生徒の発言を途中で区切って別の生徒に続きを説明させたり、各々の解決方法の根拠を説明させたりした。解決方法を再度自分で確認したり、お互いに確かめ合ったりする生徒の姿が見られた (図2)。

演習問題 「yがxに比例し、下のような表のとき、yをxの式で表しなさい。」

x	...	2	3	4	5	6	...
y	...	12	18	24	30	36	...

S1: $x = 2$ のときyが12になっているから...

T: ちょっとストップ。S1さんはこのあと何て言うと思う?

S2: $12 \div 2$ で6!

T: 別の視点でも考えられるよね。

S3: yの増え方

T: 「yの増え方」でどう考えればいいの?

S4: xが1ずつ増えたときに...

T: ちょっとストップ。S5さん、続きを言ってみて。

S5: yが6ずつ増えているので、比例定数は6!



図2 解決方法を確かめ合う様子

5 考察

課題を提示する際に数字を隠し条件を減らしたことや、視点を提示したことで、生徒の活発な発言やつぶやきを生むことにつながった。生徒が課題に主体的に関わり、思考を始めることにつながったと思われる。しかし、より多様な考えを引き出すことは不十分であり、その方策が今後の課題である。また、問題演習ではほとんどの生徒が表やグラフから比例定数を求め、式をつくることができていた。これは、生徒から出た発言やつぶやきとは別の考えを提示して生徒の思考をゆさぶる問いかけをすることでより深く考えたり、各々の解決方法の是非やその根拠を問い続けることで、根拠を明確にして考えたりすることにつながった結果と思われる。しかし、根拠を明確にして説明を書いている生徒はほとんどいなかった。基礎コースの生徒にも説明できるように段階的に記入できるワークシートを工夫したり、キーワードを提示したりする必要性を感じた。