

群 教 七	G03 - 03
	平 28. 261 集
	数学一中

見通しを持って筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明する力を伸ばす指導の工夫 ——「なぜ」「どうやって」をキーワードとした、 思考過程の整理を通して——

特別研修員 武正 宗一郎

I 研究テーマ設定の理由

はばたく群馬の指導プランには、群馬県の数学科の課題として「筋道を立てて考え、根拠を明らかにして説明する」とあり、中学校での解決に向けて伸ばしたい資質・能力として「数学的な推論を用いて考え、根拠を明確にして説明し合うことができる」ことが示されている。

本校の生徒は、数学の授業に意欲的に取り組み、積極的に友達と意見交流しながら課題解決しようとする姿勢が見られる。しかし、課題に対して解決の見通しを持ってずに諦めてしまう生徒や、求められた解に対して、自身が答えを導くためにたどった思考過程を、数学的な表現を用いながら適切に説明することができない生徒が多い。このような課題を解決するためには、「平成 28 年度学校教育の指針」に示されているように、考える視点を明確にするとともに、解決方法や結果の見通しを持てるようにすることが大切である。また、授業の中で何を説明させるのかを教員が十分に検討した上で、「どのように考えたのか」「なぜそう言えるのか」といった、説明する視点が明確になるような問いかけをしていく必要がある。

そこで本研究では、問題の解決方法を考えるとともに、求められた答えまでの筋道を、根拠を明らかにしながら説明できるようにする。「なぜこの式が立てられたのか」、「なぜそのように考えたのか」、「どのように解いたのか」などをキーワードに、説明する視点が明確になるように問いかけながら、例題、課題、類題の順に繰り返し思考過程を整理させる。そうすることで、生徒は自他の思考過程を適切に説明できるようになる。このような繰り返しが、「見通しを持って筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明する力を伸ばす」ことに有効だと考え、本テーマを設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手立て

見通しを持って筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明する力を伸ばすための工夫として、次のような手立てを取り入れる。

手立て1 「なぜ」「どうやって」をキーワードとした導入の工夫

- ・図や動画を利用して、視覚的に理解させることで解決への見通しを持たせる。
- ・既習事項を確認し、根拠を明らかにしながら思考できるようにする。

本時のねらいを達成するため、導入で図や動画を提示することで、問題場面や題意について視覚的に理解できるようにする。さらに、問題解決に必要な既習事項や、その既習事項が成り立つ理由を確認する。その上で例題を提示し、全体で解決方法を考える。答えを導く過程で「なぜ」「どうやって」という問いかけをしながら進めることで、生徒が筋道を立てて考えられるようにする。

手立て2 「なぜ」「どうやって」をキーワードとした思考過程の整理の工夫

- ・自力解決後、「なぜ」「どうやって」というキーワードを用いた、生徒同士で教え合う場面を設定する。ただし、自分一人で考えたい生徒については、その意思を尊重する。
- ・生徒同士の教え合いでは理解の足りない部分や誤解している部分がある可能性が考えられるので、最後に全体で思考過程の整理を行い、理解を深めさせる。

課題に対しては、その結果だけでなく、答えにたどり着くまでの思考過程を、根拠を明らかにしながら説明できるようにさせたい。そのため、例題で確認した「なぜ」「どうやって」という問いかけを、その課題に合わせ、説明する視点が明確になるような具体的な問いとして事前に準備しておく。机間支援の際に、説明の視点がずれていたり抜けていたりする生徒に問いかけ、根拠を引き出していく。また、その問いかけについて、教える側の生徒にも周知させることで、生徒同士の教え合いでも視点を基に根拠を明らかにしながら説明することができるようにする。教え合いの場面では、自力解決をしたいのか、教えてほしいのかを明確にするため、「一人で考えます」「アドバイスください」という言葉が表裏になったカードを用意し、机上で提示できるようにする。生徒同士でのやり取りで終わらせることなく、最後に全体で「なぜ」「どうやって」という問いかけをしながらまとめることで、更に一人一人の説明する力の定着を図る。

Ⅲ 研究のまとめ

1 成果

- 生徒の中には、解き方は分かるが自分の言葉でどう表していいか分からない生徒がいた。そうした生徒に、「なぜ」「どうやって」と説明する視点が明確になるように問いかけることで、生徒は思考過程を整理し、根拠を明らかにしながら説明することができた。
- 導入で図や動画を提示し、視覚を通して課題を明確につかむことができるようにしたことで、多くの生徒が見通しを持って問題に取り組むことができた。
- 生徒同士の教え合いでは、教える側の生徒が必ずしも教わる側の生徒のつまづきに合った視点を提示できてはいなかった。しかし、教わる側が質問をしたり、教える側が工夫して問いかけたりするなど意見交換する中で、お互いの思考過程が整理されていき、教える側の理解も更に深まっていく様子が見られた。

2 課題

- 課題によって、生徒の思考過程を整理させるための問いかけは変わる。その課題に合わせた問いかけについては、事前に吟味しておかなければならない。
- 生徒同士の教え合いでは、生徒に任せる部分が多い。そのため、問いかけの仕方、教えるときの注意点など、少しずつ経験をさせながら定着させていく必要がある。
- 教え合いの場面では、自力解決をしたい生徒の意思を尊重したが、結果としてその生徒が内容を十分理解できないこともありうる。支援の仕方や指導過程の工夫が必要である。

実践例

1 単元名 「一次方程式」(第1学年・2学期)

2 本単元について

本単元では、方程式の必要性と意味を理解し、等式の性質や移項を利用して方程式を解く技能を身に付けるとともに、具体的な場面で活用できることを目標としている。本時は、道のり・速さ・時間の問題を、方程式を利用して解決するとともに、その思考過程を整理し、筋道を立てた説明をする力を付けることをねらいとして授業を行った。

以上のような考えから、本単元では以下のような指導計画を実践した。

目標	方程式の必要性と意味を理解し、一元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用し、考察できるようにする。	
評価 規 準	数学への関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> 方程式の必要性やよさに関心を持ち、数量の関係を、方程式を用いて表そうとしている。 方程式が一定の手順で解けることよさに気づき、方程式を活用して解こうとしている。 方程式を活用することに関心を持ち、問題の解決に活かそうとしている。
	数学的な見方や考え方	<ul style="list-style-type: none"> 等式の性質を基にして、方程式の解き方を考えることができる。 具体的な事象の中の数量の関係を捉え、その関係を方程式に表すことができる。また、求めた解や解決の方法が適切であるかを振り返って考えることができる。 比例式の性質を用いて、身近な問題の解決方法を考えることができる。
	数学的な技能	<ul style="list-style-type: none"> いろいろな方程式を解くことができる。 比を簡単な自然数の比に直したり、比の値を求めたり、比例式を解いたりできる。
	数量や図形などについての知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> 方程式とその解の意味を理解している。 等式の性質と移項の意味を理解している。
時間	主な内容	主な学習活動
第1時～第7時	方程式とその解き方	<ul style="list-style-type: none"> 方程式とその解の意味を理解し、文字に値を代入して方程式の解を求める。 等式の性質を使って、方程式を解く。 移項の意味を理解し、移項の考えを使って方程式を解く。 かっこを含む方程式や係数に小数や分数を含む方程式を解く。 係数に文字を含む方程式について、その文字の値を求める。
第8時～第14時	1次方程式の利用	<ul style="list-style-type: none"> 方程式を利用して具体的な問題を解決するときの考え方や手順を理解する。 個数と代金に関する問題、過不足に関する問題、速さ・時間・道のりに関する問題を、方程式を利用して解決することができる。また、求めた解が問題に適しているかどうかを考え、説明することができる。
第15時	章の問題	<ul style="list-style-type: none"> これまでに学習した内容を振り返り、学習が定着しているかどうかを確認する。

3 本時及び具体化した手立てについて

本時は全15時間計画の第12時に当たる。学習してきた一次方程式を具体的な場面で活用できるようにする。未知数の扱いや立式、答え方など、思考過程を整理して解き方を明確にすることが大切である。そこで、以下のように手立てを具体化した。

<p>手立て1 「なぜ」「どうやって」をキーワードとした導入の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 兄が弟に追い付く様子を、動画を利用して視覚的に理解させ、見通しを持たせる。 「なぜ」「どうやって」と問いかけながら例題を考えさせることで、生徒が根拠を基に筋道立てて考えられるようにする。 <p>手立て2 「なぜ」「どうやって」をキーワードとした思考過程の整理の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ワークシート①について、筋道立てた説明が書けない生徒には、「何をxにしましたか。」「左辺と右辺が等しくなる理由は?」「求めた解が答えのようになるのはなぜ?」という説明の視点が明確になる問いかけをシールにして貼ることで、思考過程を整理しやすくする。また、教え合いの場面では、

教える側の生徒にも同様のシールを渡し、相手のつまずきに合わせて使えるようにする。

- ・課題を解決する過程では、各生徒が「教えてカード」を机の上に置く。一人で考えたいときには「大丈夫！一人で考えます。」という面を、他の人に教えてもらいたいときには「難しいです！アドバイスください。」という面を上にして置くことにより、生徒同士がスムーズに教え合えるようにする。
- ・ワークシート②に取り組む前に全体で確認することにより、繰り返し思考過程を整理させる。

4 授業の実際

(1) 見通しを持つ

授業にスムーズに入るため、毎時間行っているプレゼンテーションソフトによる計算練習から授業を開始した。教科書で本時の問題（道のり・速さ・時間）を確認させた後、テレビ画面で兄が弟に追いつく様子を、動画を用いてイメージさせた（図1）。1度目は皆「どうなるのだろう」という表情で見ていたが、二度目は画面下に表示されたストップウォッチのカウントが消えた後も各自でカウントを続け、14分で追いつきそうだという予想を立てている生徒もいた。

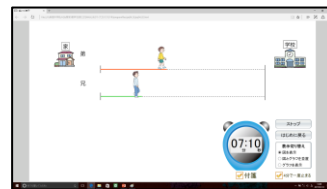


図1 兄が弟に追いつく様子

黒板を使いながら全員で解き方を考える際には、「なぜそうなるの」「どうしてそれが言えるの」「どうやってやるの」と問いかけることで、生徒に思考過程を整理させながら進めるようにした。

もう一つの未知数を x にしても解けることを確認する場面では、既習事項であることと、手順は同じであることから、時間をかけないようにするためにプレゼンテーションソフトを使って簡潔に行った。

(2) 繰り返し思考過程を整理する

課題（ワークシート①）は、始めは個人で解決させ、教師は机間支援した。根拠を明らかにした説明ができていない生徒には、説明の視点を示したシールを貼っていった。根拠を明らかにした説明が書けた生徒には、教師がそれを添削し、一緒に重要な説明の視点を確認した。合格をもらった生徒はシールをもらい、教える側となった。教え合いが始まると、まだ解決していない生徒の机には「大丈夫！一人で考えます。」「難しいです！アドバイスください。」のカードが提示され、それに合わせて教える生徒たちが必要な生徒の所へ移動した（図2、図3）。

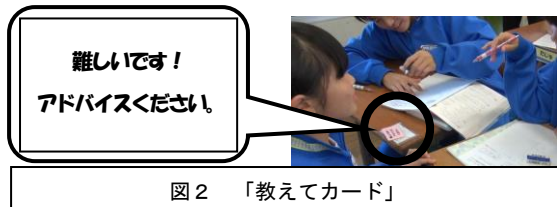


図2 「教えてカード」



図3 教え合う様子

「難しいです！アドバイスください」のカードを提示していた生徒のやりとり

(教わる生徒A) $x = 4$
 (教える生徒B) よし、そうだね。じゃ、答えは？

A: え、4？
 B: それは、解。正しい答えは？
 A: 4分。
 B: 違う。問題はなんて書いてある？
 A: 9時4分。
 B: 何時に出たの？
 A: あ、9時14分。
 B: 正解。じゃ、説明してみて。
 A: えーと…(しばらく経過)
 B: じゃあ、スペシャルヒントをあげよう。
 (「何を x にしましたか。」シールを貼る)

A: …妹の時間？
 B: そう。じゃあ、どうしてこの式になったの？(「左辺と右辺が等しくなる理由は？」シールを貼る)

A: 左辺と右辺？
 B: 左辺は何を表しているの？
 A: 姉の道のり。
 B: そう。じゃ、右辺は？
 A: 妹の道のり。
 B: どうしてイコールになるの？
 A: え、同じ道を歩いて追いついたから？
 B: そう。それを書けばいいんだよ。(以下略)

$$60(x+10) = 210x$$

$$60x + 600 = 210x$$

$$+60x - 210x = -600$$

$$-150x = -600$$

$$\frac{-150x}{-150} = \frac{-600}{-150}$$

$$x = 4$$

$$4 + 10 = 14$$

答え 9時14分

何を x にしましたか？

姉を x として

姉は妹より10分早く歩いて
いるので $(x+10)$ と表せる

左辺と右辺が等しくなる理由は？

姉と妹が同じ道を歩いて
追いつくから

求めた解が答えのようになるのはなぜ？

姉の方が10分先に家を出ているため

生徒同士の交流がある程度進んだところで着席させ、その後黒板を使って全員で確認した。なお、黒板には教え合いの最中に数人の生徒に解答を記入させた。確認の際には説明の視点を示したシールと同じ「何を x にしましたか。」「左辺と右辺が等しくなる理由は?」「求めた解が答えのようになるのはなぜ?」という問いかけをしながら、全員で思考過程を整理した。

以上の手立てを終えて、本時の類題・発展問題（ワークシート②）を行った。

類題では、生徒のやりとりの中の「教わる生徒 A」の説明がより筋道立てたものに変容していた（図 4）。説明の視点を示した問いかけを、シールを活用して個別に確認することで、思考過程の整理につながり、根拠を明らかにし筋道立てて表現できるようになったと考えられる。

また、本時の振り返りでは、「歩く速さの違う二人の関係が方程式になることに驚いた。」「違う時間に出発した二人の会う時間が求められるなんてすごいと思った。」「小学校のときよりも難しい道のりの問題が、方程式を使うことでこんなに簡単に解けることが分かった。」という意見が出ていた。

問1 私は11時に家を出発して図書館に向かいました。兄が、8分後に家を出発して、自転車で同じ図書館に向かいました。私の歩く速さを毎分70m、兄の自転車の速さを毎分210mとすると、兄が私に追いつくのは11時何分ですか。

	私	兄
速さ (m/分)	70	210
時間 (分)	$x+8$	x
道のり (m)	$70(x+8)$	$210x$

<解答>

$$70(x+8) = 210x$$

$$70x + 560 = 210x$$

$$170x - 210x = -560$$

$$-40x = -560$$

$$x = 14$$

$$x+8 = 22$$

答え 11時22分

兄の時間を x として、
 初め兄より8分先に家を出ているので $x+8$ と表せる。
 道のりが等しいので、
 道のりが8分前には家を出ているため、
 $x+8$ と表せる。

図 4 生徒 A の類題の解答

5 考察

生徒に根拠を明らかにした説明をさせるために、思考過程を整理する場面を三回取り入れた。

一回目は、動画を用いて本時の例題を視覚的に理解させた後、黒板を使って考えをまとめた場面である。「何を x にしたらいいですか。」「左辺と右辺はどうして等しいと言えるのですか。」「答えはどのように書くべきですか。」といった説明の視点が明確になる問いかけをしながら進めた。その後、ワークシート①の課題では、根拠を明らかにして説明することができた生徒は31名中8名だった（表1）。

二回目は、生徒同士の教え合いの場面である。根拠を明らかにして説明できた生徒に、同様の三つの視点を示したシールを持たせた。以前は、教える側になった生徒が、考え方ではなく答えを教えてしまうことが多かったが、視点がシールになっていたことで何を問いかけたらいいのかを考えるようになった。結果として、教わる側の生徒が自己の思考過程を振り返ることにつながった。31名中24名の生徒が、根拠を明らかにした説明ができた（表1）。

三回目は、一斉指導によるワークシート①の確認の場面である。生徒が黒板に記入した解答を使い、教え合いと同じように三つの視点を中心に思考過程を整理した。これら三回の思考過程の整理を経て、本時のまとめとして行ったワークシート②の類題では、根拠を明らかにして説明できた生徒は31名中25名であった（表1）。計算はできたが説明が終わらなかった生徒が4名、計算が終わらなかった生徒は2名であった。

本授業は、答えを求めるまでにたどった思考過程を、根拠を明らかにしながら説明させることを目的とした授業であった。一斉指導や教え合いなど、形態を変えながらも、思考過程を整理させるための「説明する視点が明確になる問いかけ」を繰り返し行ったことにより、多くの生徒が目的を達成することができた。説明できた生徒数の変容からも、この手立てが有効であったと考える。ただし、ワークシート②で計算が終わらなかった生徒の1人は、教え合いで誰からも教わろうとせずに考えていた生徒だった。自力解決したい生徒の意思を尊重しながらも、手立てを講じるべきだったと考える。教え合いの残り3分程は必ず複数の生徒で確認し合うといったルールとしたり、教師が個人で解決している生徒を中心に適切な助言をしたりするなど、研究を通して有効だった手立てを更に追究していく必要がある。

表 1 手立てによる生徒の変容

	説明できた	説明できない
一斉指導後のワークシート① (10分間)	8名 (26%)	23名 (74%)
教え合い (10分間)	24名 (77%)	7名 (23%)
一斉指導後のワークシート② (8分間)	25名 (81%)	6名 (19%)

6 資料

資料① 本時に使用した問題は、以下の四問である。

例題	<p>弟は家を出発して学校に向かいました。 その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけました。 弟の歩く速さを毎分50m、兄の歩く速さを毎分70mとすると、兄は家を出発してから何分後に弟に追いつきますか。</p>
ワークシート①の問題	<p>姉は9時に家を出発して駅に向かいました。 姉の忘れ物に気付いた妹が、9時10分に家を出発して、自転車で姉を追いかけてきました。 姉の歩く速さを毎分60m、妹の自転車の速さを毎分210mとすると、妹が姉に追いつくのは9時何分ですか。</p>
ワークシート②の類題	<p>私は11時に家を出発して図書館に向かいました。 兄が、8分後に家を出発して、自転車で同じ図書館に向かいました。 私の歩く速さを毎分70m、兄の自転車の速さを毎分210mとすると、兄が私に追いつくのは11時何分ですか。</p>
ワークシート②の発展問題（類題を早く解決できた生徒用）	<p>Aくんが家から学校まで行くのに、分速80mで歩いていくのと、分速240mで自転車で行くのとでは、歩いていく方が10分多くかかります。 家から学校までの道のりを求めなさい。</p>

資料② 以下のようなシールを作成し、生徒に持たせた。

説明で大切なのは3か所です。
たりないところがあったら貼ってあげてください。

①何を x としたのかを書いていないとき

何を x にしましたか。	何を x にしましたか。
何を x にしましたか。	何を x にしましたか。
何を x にしましたか。	何を x にしましたか。

②左辺と右辺が等しくなる理由を書いていないとき

(例) 妹が追いついたということは、姉の歩いた道のりと妹の歩いた道のりが等しいということだから。

左辺と右辺が等しくなる理由は？	左辺と右辺が等しくなる理由は？
左辺と右辺が等しくなる理由は？	左辺と右辺が等しくなる理由は？
左辺と右辺が等しくなる理由は？	左辺と右辺が等しくなる理由は？

③求めた解と答えの関係が書かれていないとき

(例) $x = 4$ となったが、これは9時10分から数えて4分なので、答えは9時14分になる。

求めた解が答えのようになるのはなぜ？	求めた解が答えのようになるのはなぜ？
求めた解が答えのようになるのはなぜ？	求めた解が答えのようになるのはなぜ？
求めた解が答えのようになるのはなぜ？	求めた解が答えのようになるのはなぜ？