数　学　科　学　習　指　導　案

令和３年 10 月　第３学年　指導者　星野　優太

1　単元名　「関数　$y=ax^2$」

2　学習指導要領上の位置付け

第３学年　C 関数　C (1)　関数 $y=ax^2$

(1)　関数 $y=ax^2$について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）　関数 $y=ax^2$について理解すること。

（イ）　事象の中には関数 $y=ax^2$として捉えられるものがあることを知ること。

（ウ）　いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（ア）　関数 $y=ax^2$として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見いだし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現すること。

（イ）　関数 $y=ax^2$を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

3　目標

(1) 関数 $y=ax^2$についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。

(2) 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができる。

(3) 関数 $y=ax^2$について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとする態度を身に付ける。

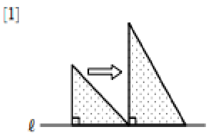
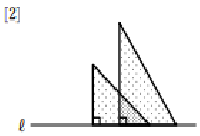
4　指導計画　※別紙参照

５　本時の展開（13／17）

(1)　**ねらい**

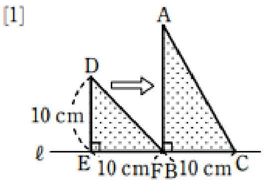
図形が移動する様子の中に関数関係を見いだす活動を通して、面積の変化の様子や数量を表、式、グラフなどを用いて表し、相互に関連付けることができる。

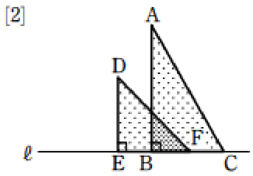
(2)　**展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	○指導上の留意点 ◎研究上の手立て 〔記〕記録に残す評価 評価項目＜方法（観点）＞
１　学習を把握し、めあてを設定する。 ○二つの三角形が重なる問題場面を見て、何が変化していくのかを考えて、自分たちで本時の問題を見いだす。 ・片方の三角形が動いて重なっていく。 ・重なった部分の面積が増えていく。 ・時間が経つと重なりが多くなる。 ・底辺の長さと重なった部分の面積。 ・底辺がぴったりに重なる。 ・もともとの三角形の面積がだんだんと減っていく。	８分	○動画で二つの三角形（三角定規）が重なるイメージを見せることで、変化する数量を捉えられるようにする。 [1]  [2]  ○問題を提示して、素朴な疑問から問いを表出させることでめあてを設定できるようにする。 ○変化する数量の中でも、重なった部分の図形に着目させることで、その面積の変化の様子を捉えられるようにする。

［めあて］重なってできる三角形の面積はどのように変化するだろうか。

〔問題〕図のように三角定規 ABCと、三角定規 DEFが、直線ℓ上に並んでいる。三角定規 ABCを固定し、三角定規 DEFを矢印の方向に移動させる。

[1]


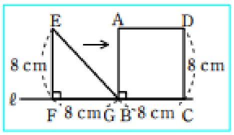
[2]


このとき、二つの三角定規の重なった部分の面積はどのように変化するだろうか。

		○生徒に必要な情報を問うことで、問題解決に向けて見通しをもてるようにする。
２　めあてを追究する。 (1)個別に追究し、考えを全体で共有する。 ○まず、考え方のモデルを作り、そのあと全体で共有する。	12分	◎既習事項を基に、生徒からどのように考えたらよいか意見を出させて、考え方のモデルを作ることで、自分の考えを記述できるようにする。 考え方のモデル ・表・式・グラフを使う ・底辺、高さ、面積を文字でおく （底辺を $x$cm、面積を $y$cm^2） ・三角形の面積（底辺×高さ÷２）

○考え方のモデルを基に面積の変化の様子を表、式、グラフを使って記述する。 ・重なった部分は三角形になる。 ・底辺を x、面積を yとすると重なった図形は直角二等辺三角形になるので $y=\frac{1}{2}x^2$と表せる。 ・具体的に座標平面に点をとっていくと曲線（放物線の半分）になる。 ・x=10を越えると、重なった部分が三角形ではなくなり $y=\frac{1}{2}x^2$とならない。		○三角形の高さはどう表すことができるかを生徒に説明させることで、△ABC は直角三角形、△DEF は直角二等辺三角形であることから、∠DEF=45°となり重なった部分の三角形も直角二等辺三角になることを全体で理解できるようにする。 ○変化の様子の表し方で悩んでいる生徒には「もし x が１㎝だとしたら…」と、具体的な数字を考えさせることで、表で表すことができるようにする。 ◎ ICT端末に、ノートに書いたものやグラフを撮らせる。また面積の変化を調べたときに、表、式、グラフのそれぞれのよさを踏まえて班で意見交流をさせることで、話合いの視点を明確にして、自分の考えを説明したり友達の考えを聞いたりしながら、比較・検討できるようにする。 ○意図的に指名して発表させることで表、式、グラフで面積の変化の様子を確認できるようにする。
(2)考えを深める。 ○考え方のモデルを個人で作成し、面積が25㎝^{2}になるときの xの値を求める。 〔問題〕重なった部分の面積が△DEF の面積の半分になるとき、 x の値を求めなさい。 ・△DEF は面積50㎝^{2}となるので、半分は25㎝^{2}になる。 ・グラフから読みとるとx=７ぐらいかな。x=７は微妙にズレている。 ・正確に求めるためには方程式の方がよい。$x=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ ・ $y=\frac{1}{2}x^2$に、y=25を代入すれば xの値が求められる。 ○班で意見交流をした後、全体で解き方を確認する。	18 分	○考え方のモデルを付け加え、自分の考えを記述できるようにする。 考え方のモデル ・△DEF の面積の半分を求める ・グラフをかいて読みとる ・式から代入して考える ・表から xの値を求める ○ xの値の求め方で悩んでいる生徒には、考え方のモデルを一緒に作ったり、二次方程式の計算方法を想起させたりすることで、 xの値を求めることができるようにする。 ◎ ICT端末やノートに書いた考えを基に表、式、グラフのどれを使って求めたのかを明確にして、班で意見交流させることで、互いの考えを比較しながら、表、式、グラフのよさを確認できるようにする。 ○数人を意図的に指名して発表させることで、表、式グラフの考え方を確認できるようにする。 表、式、グラフなどを用いて xの値をどのように求めたかを記述することができ、相互に関連付けることができる。 ＜ノート・行動観察 (思考・判断・表現) ＞
３　学習をまとめる。 ○表、式、グラフのよさについてまとめる。 ・表にすると具体的な数値が分かり、グラフは変化の様子が分かりやすい。 ・グラフから正確に読みとれない場合は式から数値を求めることができる。	５ 分	○数人を意図的に指名して発表させることで、図形の問題について言葉でまとめることができるようにする。 ○デジタル教科書で図形の移動とグラフの変化の様子を同時に見ることで、視覚的に確認できるようにする。

［まとめ］・表にすると数字が具体的で分かりやすい。式だと $y=\frac{1}{2}x^2$ になる。グラフは変域が $0\leqq x\leqq 10$ の放物線になり、面積がだんだんと増えていくのが分かる。
・グラフから読み取れない場合は、式から方程式を解いて求めることができる。
・三角形が移動して突き抜けていくとどう変化していくのか調べてみたい。

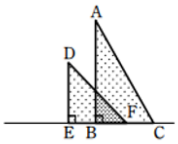
4　学習を振り返る。 ○本時の学習内容を振り返りながら、練習問題に取り組む。 ・△EFG の面積は８×８÷２＝32 $32\times\frac{2}{3}=\frac{64}{3}$　　$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると $\frac{64}{3}=\frac{1}{2}\times x^2$　これを解いて答えを求めると、 x の値は $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ となる。	7分	○図形を変えるとどうなるかを問う。単元の導入で取り組んだ、図形が移動する問題を解く。 練習問題 右の図のように，正方形ABCDと直角二等辺三角形EFGが，直線 ℓ 上に並んでいる。 正方形を固定し，直角二等辺三角形を矢印の方向に移動させる。点Bと点Gの間の距離を x cm，２つの図形の重なった部分の面積を y cm² とする。 x の変域を $0\leqq x\leqq 8$ とするとき， 問題　y と x の関係を表、式、グラフに表し、２つの図形の重なった部分の面積が、△EFG の $\frac{2}{3}$ になるとき x の値を求めなさい。 

6　板書計画

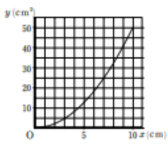
めあて　重なってできる三角形の面積はどのように変化するだろう。

考え方のモデル
○表・グラフ・式
○底辺、高さ、面積を文字でおく
　底辺 x cm、面積 y cm²
○三角形の面積（底辺×高さ÷２）

・直角二等辺三角形になる



直角があり、平行線の同位角より45°
底辺と高さは同じ



x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	$\frac{25}{2}$	18

面積＝底辺×高さ÷２　　　　$0\leqq x\leqq 10$

$y=x\times x\div 2=\frac{1}{2}x^2$

問　重なった部分の面積が、△DEF の面積の半分になるとき、x の値を求めなさい。

・△DEF は面積 50cm² となるので、半分は 50÷２＝25cm² になる。
・グラフから読みとると、$x=7$ ぐらい？
・$y=\frac{1}{2}x^2$ より、y に25を代入する

$25=\frac{1}{2}x^2$　　$x=\pm 5\sqrt{2}$　　$x=5\sqrt{2}$

・表だと数字が具体的で分かりやすい。
・式は $y=\frac{1}{2}x^2$ となる。
・グラフは変域が $0\leqq x\leqq 10$ の放物線になり、面積がだんだんと増えていくのが分かる。
・式から数値を代入して求めることができた。

指導計画　　数学科　第３学年　単元名「関数 $y=ax^2$」（全 17 時間計画）

目標	(1) 関数 $y=ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。 (2) 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができる。 (3) 関数 $y=ax^2$ についての数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度、多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとする態度を身に付ける。
評価規準	(1)　（知識・技能） ①　関数 $y=ax^2$ について理解している。 ②　事象の中には関数 $y=ax^2$ として捉えられるものがあることを知っている。 ③　いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。 (2)　（思考・判断・表現） ①　関数 $y=ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見いだし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。 ②　関数 $y=ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することできる。 (3)　（主体的に学習に取り組む態度） ①　関数 $y=ax^2$ について考えようとしている。 ②　関数 $y=ax^2$ ついて学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③　関数 $y=ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

	時間	○ねらい めあて	・振り返り（意識）	評価項目 〈方法(観点)〉 〔記〕記録に残す評価
であう	1	○正方形と直角二等辺三角形の二つの図形が移動して重なる様子の中に関数関係を見いだす活動を通して、二つの数量関係について関心をもって調べ変化の様子を表や式、グラフを使って考えようとしている。 重なってできる三角形の面積の変化の様子を調べよう。	・ xが２乗となる式となり、グラフは直線にならない関数であった。新しい関数について表や式、グラフを中心に学んでいきたい。	・２乗に比例するような yと xの二つの数量関係について関心をもって調べ、変化の様子を表や式、グラフから見つけて記述している。 ＜行動観察(3)①＞
追究する	1	○斜面に沿ってボールを転がしたときの様子を考察したり時間と位置を調べたりする活動を通して、２乗に比例する関数の意味及び性質について理解する。 1.5 秒後のボールの位置はどうなるか。	・x^2 の値を２倍すると yの値になるような関数があることが分かった。x^2 の値が２倍３倍…になると yの値も２倍３倍…になっていて比例と似ている。	・x^2 の値を２倍すると yの値になる関数は、$y=2x^2$の式で表され、yは xの２乗に比例していることを理解している。 ＜行動観察(1)①＞
	1	○様々な数量を xの式で表す活動を通して、２乗に比例する関数を見いだすことができるようにする。また xと yの値の組から $y=ax^2$の式を求めることができるようにする。 ２乗に比例する式を求めてみよう。	・ yを xの式で表すことで、２乗に比例する関数を見つけることができた。 ・ $y=ax^2$の式で表すときには、値を代入して比例定数を求めるとよい。	・２乗に比例する関数を見いだすことができる。値の組から $y=ax^2$の関係を式に表すことができる。 ＜行動観察(1)②③＞
	1	○ xと yの値の組を座標平面上の点で表す活動を通して、$y=ax^2$のグラフの特徴を捉え、グラフにかくことができる。 $y=2x^2$ のグラフはどうなるか。	・ $y=ax^2$のグラフは直線ではなく反比例のように曲線になることが分かった。細かく点をとるとなめらかな曲線になった。	・どうすれば$y=2x^2$のグラフが折れ線にならないことを示すことができるかを考え、グラフをかくことができる。 ＜プリント(1) ①＞
	1	○いくつかの関数 $y=ax^2$（ $a>0$）のグラフをかき、開き具合の違いについて考える活動を通して、 $y=ax^2$のグラフの特徴を理解してかくことができるようにする。 $y=2x^2$ と $y=x^2$ のグラフを比べたときの違いはなんだろう。	・ $y=ax^2$のグラフでは $a>0$のとき、 aの値が大きくなるとグラフの開き具合は小さくなることが分かった。aの値が小さくなると開き具合は大きくなる。	・ $a>0$のときの $y=ax^2$のグラフの特徴を理解して、$y=ax^2$のグラフをかくことができる。 ＜ノート・プリント(1) ①〔記〕＞
	1	○$y=x^2$ と$y=-x^2$ の対応表をつくり、それぞれのグラフをかく活動を通して、 $a>0$、 $a<0$の場合を統合して $y=ax^2$のグラフをかき、その特徴を理解することができるようにする。 $y=-x^2$ のグラフはどうなるか。	・ $y=ax^2$のグラフは aの値の絶対値によって開き具合が変わる。また $a<0$、 $a>0$によって上下どちらに開くかが分かる。原点を通りy軸に対称な曲線となる。	・ $y=ax^2$のグラフをかき、グラフが上下どちらに開いているか、対称になっているかなどの特徴を理解している。 ＜行動観察(1) ①＞
	1	○ $y=ax^2$のグラフの特徴をまとめる活動を通して、 aの値と関連付けてその特徴を説明したり、値の変化について考えたりすることができるようにする。 $y=ax^2$ のグラフの特徴はなんだろう。	・ aの値が正か負を考えることでグラフが上に開くか下に開くか判断して、 aの絶対値が大きいか小さいかでグラフの開き具合を考えるとよいことが分かった。	・ aの値と関連付けて $y=ax^2$のグラフが上下どちらに開くか、開きぐあいはどうなるかなど特徴を考えて記述している。 ＜ノート(2)①〔記〕＞

	1	○ $y=ax^2$の xの変域に対応する yの変域をグラフをイメージしながら考えることを通して、$y=ax^2$のグラフの変域や最大値、最小値を説明することができるようにする。 $y=x^2$ の y の変域はどうなるか。	・ $y=ax^2$のグラフの yの変域を求めるときは、$y=0$ の値になるところがあるので、実際にグラフをかいて考えることが大切である。	・グラフを用いて yの変域や最大値、最小値がどうなるか求め、説明することができる。 ＜行動観察(2)①＞
	1	○斜面でボールを転がしたときの平均の速さについて考えることを通して、$y=ax^2$の変化の割合について調べ、グラフ上の２点を通る直線の傾きを表していることを理解できるようにする。 $y=2x$ と $y=2x^2$ の変化の割合の違いはなんだろう。	・ $y=ax^2$の変化の割合は一次関数や比例と違って一定ではない。また２点を通る直線の傾きや平均の速さを求めることに等しいことが分かった。	・ $y=ax^2$の変化の割合は一定でないことを知り、与えられた範囲で変化の割合および平均の速さを求めることができる。 ＜行動観察(1)③＞
	1	○ $y=ax^2$の性質や特徴を、一次関数 $y=ax+b$と比較してまとめる活動を通して、グラフや yの値の変化の違いを理解できるようにする。 一次関数と２乗に比例する関数の特徴の違いはなんだろう。	・一次関数と $y=ax^2$をグラフの形や変化の割合、yの値の変化について比べることで様々な違いがあることが分かった。	・ $y=ax^2$と $y=ax+b$の特徴を対比して、グラフや yの値の変化の違いを理解することができる。 ＜行動観察・小テスト(1)①＞
つかう	1	○物体の落下する時間と落下距離の関係や自動車の走行時の速さとブレーキをかけてから停止するまでの距離の関係を表す問題を解決する活動を通して、$y=ax^2$について学んだことを生活に生かそうとすることができるようにする。 東京タワーからボールを落とすと何秒かかるのか。	・２乗に比例する関数が、日常生活の中にも存在することが分かった。制動距離の問題では車はすぐに止まれないことが分かった。	・時速と制動距離が $y=ax^2$の関係になっていて、すぐに車が止まれないことを理解した上で、ドライバーに対する理解や交通安全のために自分ができることを考えて記述している。 ＜プリント(1) ①③(3)②③〔記〕＞
	1	○列車と平行に走る自転車の進む距離と時間の関係について考えることを通して、$y=ax^2$のグラフによる視覚的な判断と、数値による正確な判断を組み合わせて問題を解決することができるようにする。 電車は何秒後に追い抜くだろうか。	・グラフ上の点であればどの点を使っても aの値が求められる。グラフが交わっているところを探したり、数値を代入して求めたりすることができた。	・事象について考えるために、グラフの適切な箇所を読みとったり、計算によって正確に求めたりすることができる。 ＜行動観察(2)②＞
	1 本時	○図形が移動する様子の中に関数関係を見いだだす活動を通して、面積の変化の様子や数量を表、式、グラフなどを用いて表し、相互に関連付けることができる。 重なってできる三角形の面積はどのように変化するだろうか。	・表にすると数字が具体的で分かりやすい。グラフだと面積がだんだんと増えていくのが分かる。グラフから読み取れない場合は、式から方程式を解いて求めることができる。 ・三角形が移動して突き抜けていくとどう変化していくのか調べてみたい。	・表、式、グラフなどを用いて xの値をどのように求めたかを記述することができ、相互に関連付けることができる。 ＜行動観察・プリント(2)①＞
	1	○放物線と直線の二つの交点の座標から直線の式を求めたり、座標平面上の三角形の面積を求めたりする活動を通して、直線と放物線の位置関係を考えて問題を解決することができるようにする。 直線の式はどのように求められるだろうか。	・点Ａは二つの関数のグラフ上にあるから、x座標と y座標の値の組はどちらの関数の式に代入しても成り立つことが分かった。	・直線と放物線の位置関係を利用して、二つの交点の座標や二つの交点を通る直線の式を求め、座標平面上の三角形の面積を求めることができる。 ＜行動観察(2)①＞
	1	○２社の宅配便の重さと料金について、表からグラフを作成しどのような場合にどちらが安いかを調べることを通して、式で表すことができない場合であっても yを xの関数と捉えて、表やグラフを用いて考察し、説明することができる。 どちらの会社を利用すれば安くなるだろうか。	・今までと違うグラフで、式に表すことが難しい関数があることが分かった。関数の定義を改めて確認することができた。	・具体的な事象から式で表すことが難しい関数関係について、表やグラフを用いて考察し、どちらの会社が安いかを説明することができる。 ＜プリント(2)②〔記〕＞
	2	○これまでの学習を振り返り、確認問題や章末の問題、小テストを解くことができるようにする。	・ $y=ax^2$の関数は、これまでに学んだ関数を利用したり、身の回りの事柄において考えたりする場面がたくさんあった。	・これまでの学習を生かして $y=ax^2$に関するいろいろな問題を解くことができる。 ＜ノート・小テスト(1)①②③(2)①②〔記〕＞