

群 教 セ	G03 - 02
	平25.251集
	高・数学

事象を数学的に表現・処理する能力を高める 高校数学科指導の工夫

—学習形態と学習課題の与え方を工夫した授業を通して—

特別研修員 中嶋 賢一

I 主題設定の理由

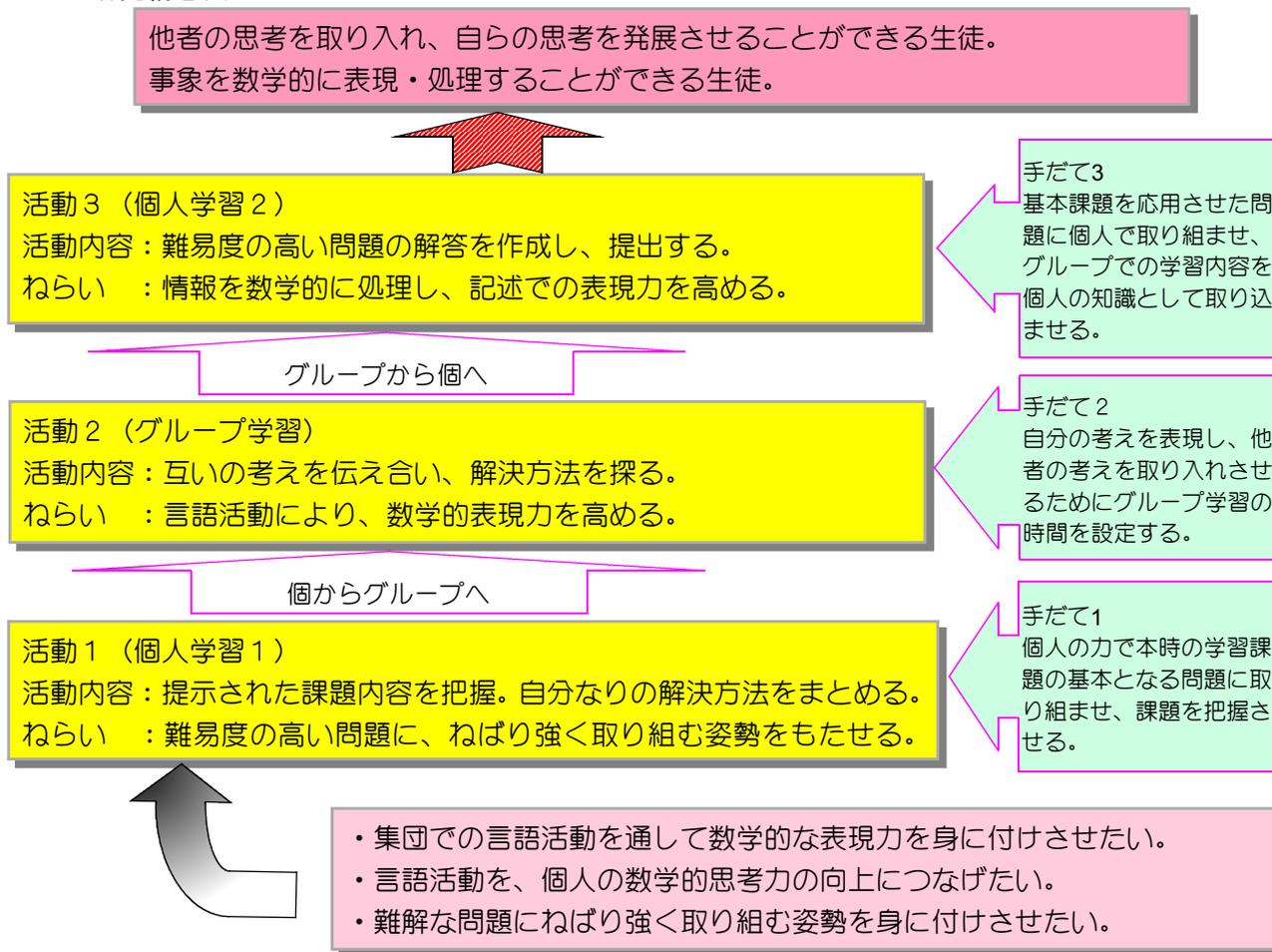
本校の生徒は、論理的説明を必要とする問題を出題した際、多くが白紙、または答えのみの回答である状況が見受けられる。これは、自らの思考を論理的に表現することが苦手であることが原因と考えられる。このことから、授業時間の中にグループ学習などの言語活動を増やす必要性を感じた。

また、県立学校教育指導の重点においても指導上の配慮すべきところとして、言語活動の充実が上げられている。その中で「グループ学習などを活用し、互いのポイントなどを生徒に表現させる」と記載されている。しかし、本校の数学科においては講義形式の授業が多く、言語活動を活発にさせるような授業の試みはほとんど行われていない。

そこで、グループでの意見交換を通して思考を発展させ、個人の力で解答としてまとめていく作業を行うことで数学的に表現・処理する能力が向上すると考え、本主題を設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手だて

単元「場合の数と確率」(数学A)において、グループ学習で発展させた思考を個へとフィードバックさせることをねらいとして実践を試みた。

—— 実践1における研究上の手だて ——

- グループ学習で互いの考えを伝え合い、言語活動により、数学的な表現力を高める
 - ・ 授業の開始時に、本時の課題を把握するための問題に個人学習で取り組ませる。
 - ・ 机の形をU型に並べ、互いのノートが見える状況をつくる。

全員が高い集中力を保った状態で活動を行い、問題の解決方法をグループ内で共有できていた。

グループによっては「1人が一問」と分業して解答を作成するよりも一問に全員で取り組み、解決したら再び全員で次の問題に取り組む方法をとっているところが多かった。

数学の得意な生徒がいるグループでは早々に問題を解決して思考を停止してしまう者もいた。

また、グループ学習では解答が作成できたのに最後の個人学習では、ほとんど解答できなくなってしまっている者もいた。

生徒の活動を重視した授業形態を意識し過ぎたことにより、本時の重点について解説を行う時間が不足してしまった。そのため、本時の学習の重点を意識できなかった生徒もいた。

そこで、単元「図形の性質」(数学A)では、次のような手だてを加えた。

—— 実践2における研究上の手だて ——

- 個人学習とグループ学習の流れの中で学習の重点に気付かせる。
 - ・ 解答例が多く存在する問題をグループ学習の課題とする。
 - ・ 生徒が学習の流れを把握しやすいように、基本課題と応用課題につながりをもたせる。

解答例が多く存在する問題を与えることで、数学の得意な生徒は別解答を探してさらに学習を深めることができるようになった。

また、授業の初めに取り組む基本課題と最後に取り組む応用課題につながりをもたせたことで、生徒は問題を解いていく中で、学習課題に自然と気付いていくことができたことが提出されたノートから確認できた。

Ⅲ 研究のまとめ

1 成果

- 得意・不得意に関わらず、お互いの考えを積極的に表現できるようになった。
- 「聴く授業」から「活動する授業」へと授業形態が変化したことで生徒の授業への参加意欲が高まった。
- 記述による数学的な表現力が高まり、読み易い解答を作成することができるようになった。

2 課題

- 全体に発表できる場面を設定することでさらに生徒の活動を活発にしていきたい。
- 教員の発言内容をさらに精選して、重要な学習事項を端的に伝えられるようにしていきたい。
- 授業の初めから終わりまで、生徒が思考を全力で働かせるよう発問の順番に工夫の余地がある。

3 グループ学習によって数学の個人能力を向上させるために

- 難易度の高い問題を課題として提示することで、生徒たちに協力することの有用性を感じさせる。
- 制限時間を設けて活動させることで、議論を活発にさせることが必要である。
- 活動時間が授業の中心になるため、思考の流れに沿った発問を考え、学習の課題に生徒が自然に気付くような配慮が必要である。

IV 実践及び改善の実際

実践 1

1 単元名 「場合の数と確率（独立な試行の確率）」

2 本単元及び本時について

本単元でのねらいは二つの試行が独立であるとき、それぞれの事象が起こる確率は、それぞれの事象が起こる確率の積であることを把握させることにある。また、独立な試行の中で最も重要なものは、同じ試行を繰り返して行う反復試行である。反復試行の場合の確率を求められるようになることも、この単元における重要なねらいである。

そこで、反復試行の確率を求める問題についてグループでの意見交換を行うことによって自らの思考を論理的に表現する能力が高まると考え、本時の研究の手だてを次のように具体化した。

3 授業の実際

○ 活動 1 『講義・グループ学習』

- ・ 独立試行・反復試行の言葉の意味と、その確率を求める計算方法を教員から解説する。
- ・ 生徒は基本例題の解法について、解説を聴いて予習内容を確認する。
- ・ 三人ずつのグループを編成し下の 3 題から各々が 1 題ずつ問題を解き他二人に解説を行うよう指示した。

〔問題 1〕

1 枚の硬貨を 5 回投げるとき、少なくとも 2 回表が出る確率を求めよ。

〔問題 2〕

点 P は、数直線上の原点 0 から出発し、さいころの出る目が 5 以上ならば +2 だけ、4 以下ならば -1 だけ動く。さいころを 6 回投げて、P がちょうど 3 にくる確率を求めよ。

〔問題 3〕

A, B の 2 人が 1 枚ずつコインを投げ、2 人とも表なら A の勝ち、それ以外ときは B の勝ちとなるゲームを行う。このゲームをくり返して、先に 3 回勝った方を優勝とするとき、次の確率を求めよ。 (1) 5 回目に B の優勝が決まる。(2) B が優勝する。

この活動では、教員が想定した解答時間より早くできた生徒が、グループのメンバーを支援して協力し合いながら 3 題を解くグループが多かった。一方的に教わるだけになってしまう生徒はいなかったが、グループの組み合わせ方や、出題の仕方に工夫が必要であると感じた。

グループ A での活動の様子

(〔問題 1〕を考えながら)

生徒 1 : 分かった! 少なくとも 2 回表が出るということは、3 回だけでもいいってことだ。

生徒 2 : そうだよ。だから、大変なんだ。4 回でもいいんだよ。5 回でもいいんだよ。

生徒 1 : 本当だ。多くのパターンが存在して、計算が面倒だね。

生徒 2 : よし、急いで計算しよう!

教員 : 考え方に工夫してみてください。4 回でも 5 回でもいいけど、1 回はダメなんだよ。

生徒 1・生徒 2 : (何かに気付きそうになりノートを見つめる。)

問題文の通りに数式を作成しようとする時、手間がかかることに気付き他の方法を探して議論している様子が見られた。

グループBでの活動の様子

(〔問題1〕を考えながら)

生徒3：表が2回出る確率は、10分の2じゃないんですか。

教員：どうして分母が10になるの？

生徒3：表・裏・表・裏・表・・・で10通りだからですよ！

教員：ちょっとちがうぞ。反復試行の確率として考えてみて。

コインを一回投げる場合、表が出る確率は2分の1です。

その試行を5回行うのだから。

生徒4：2分の1の5乗！！

教員：5回とも表がでるならね。

生徒5：あっそうか・・・

生徒3：2回しか出ないんだよ。

生徒4：表も裏も出る確率は2分の1だよ。

生徒5：「5回のうち、いつ表が出るか」だ！

生徒4：それで、コンビネーションのCか！



【グループBでの活動の様子】

余事象の確率を求めて1から引き算するればよいことにもう少しで気付く段階まで思考が発展していた。

確率の定義が不明確な者もいたが、生徒同士で話し合う中で少しずつ明確になっていった。

生徒3は確率の定義を理解できていなかったが、グループ内で他の生徒と相談し合う中で解決方法を見つけ出していった。

○ 活動2『個人学習』

- ・ グループを解散させ、時間制限を設けた個人学習で本時の課題の解答を作成し提出するよう指示した。
- ・ 全員が集中して個人課題に取り組んだ。

ノートを回収後、独立な試行の確率は互いの確率の積であることについて解説した。その後、次の学習内容を予告して授業を終了した。

4 考察

- グループ活動で活発に、意見を言い合う様子から生徒の考え方や知識が定着していない部分が見えてきた。本時は新しい節の導入部であったため、この後の授業で次第に生徒の疑問点が明らかになればよいと考えて授業を進めた。生徒一人一人が自由に考え発言できるように配慮したため、どのグループにおいても意見交換が行われていた。しかし、区切りの時間を見誤り最後に授業の重点を伝える時間がなくなってしまった。状況に応じて臨機応変に授業形態を切り替えられるよう、グループ活動中の生徒の様子を注意深く観察する必要がある。
- 個人学習で作成した解答を提出後、教員より本時のねらいについての説明を行った。しかし、問題の解答を提出し終わった生徒たちの集中力は途切れていて教員の解説に耳を傾けている様子はない。グループでの活動を中心にした授業展開を考える際、教員が解説を行うタイミングが重要であると感じた。

実践 2

1 単元名 図形の性質 (数学A)

2 本単元及び本時について

本単元は、中学校で学習した基本的な作図や三角形の合同条件、相似条件などの図形の性質を基にして、三角形の性質や円の性質など平面図形に関する基礎的な内容についての理解を深める。さらに、それらを事象の考察に活用できるようにするとともに、図形に対する直観力・洞察力を養い、図形の性質を論理的に考察し表現する能力を育成するものである。本時は全15時間計画の第13時にあたり、既習の三角形の性質を図形問題に応用的に利用できることがねらいとなる。

そこで、グループで図形問題の解法を考える作業によって数学的に表現・処理する能力が高まるよう、本時の研究上の手だてを次のように具体化した。

3 授業の実際

○ 活動1『個人学習』

- ・ 時間を短めに設定した中で次の問題を解くように指示した。
- ・ 各々が問題の内容を把握できたところでグループを編制した。

〔問題1〕 平行四辺形 ABCD の辺 AB,CD の中点をそれぞれ M,N とする。線分 MD および BN と対角線 AC との交点を P,Q とするとき、点 P,Q は線分 AC を 3 等分することを証明せよ。

〔問題2〕 $\triangle ABC$ で辺 BC 上の点を D とし、 $\angle ADB$ および $\angle ADC$ の二直線が AB , AC と交わる点をそれぞれ F ,E とする。3 直線 AD ,BE ,CF は 1 点で交わることを証明せよ。

この活動では、互いの意見を参考にしてさらに深く考えさせた。その際、グループ学習の残り時間を意識させて問題に集中して取り組めるよう促した。

○ 活動2『グループ学習』

グループ学習で互いの思考を参考にする活動の様子

教員 : 図形の中に存在する三角形に着目することで、様々な三角形の性質を利用できます。

生徒1 : 中点連結定理ですか。(問題1の平行四辺形を指しながら)

教員 : その通り。中点連結定理が利用できますね。
補助線を引くと他の解法も見つかるかもしれないで

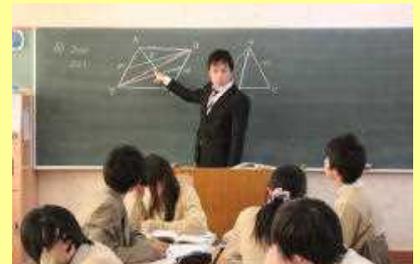
生徒2 : この点は三角形の重心ですか。
(問題1の平行四辺形に数本の補助線を引きながら)
今回の証明に利用できますか。

教員 : 良いところに気が付きましたね。重心の性質を利用
できますね。

※ 授業後の反省事項として、この場面で生徒2に発表させてもよかった。



【話し合うようす】



【生徒2の発言を全体に紹介】

このように、生徒2は補助線を引くことで三角形の重心を示すことができ、その性質から辺の比を求めることができることを発見できた。周囲の生徒も生徒2のノートをのぞき込んで、同様の補助線を引いて、解法を探っている様子が見られた。

このあと、生徒2の発言を例に上げながら、重心の性質が利用できることを全体に紹介した。また、補助線を引いて、様々な解答を作成するよう教員から全体に向けて解説した。

○ 活動3『個人学習』

- ・ グループ活動の中で発言された意見の中で、本時の重点となる物について全体に教員から紹介した。その後、以下の問題（グループで考えた問題の応用問題）に個別で取り組んだ。

〔問題3〕平行四辺形 ABCD において、辺 BC, CD の中点をそれぞれ M, N とし、AM, AN と対角線 BD の交点をそれぞれ P, Q とすると、 $BP=PQ=QD$ となることを証明せよ。

〔問題4〕 $\triangle ABC$ において、3点 A, B, C からそれぞれの対辺に垂線 AP, BQ, CR を下ろしたとき、次の間に答えよ。

(1) $\triangle ACR \sim \triangle ABQ$ を示し、であることを証明せよ。

(2) チェバの定理を用いて、AP, BQ, CR は1点で交わることを示せ。

グループで問題1、2に取り組んだ経験を活かして、各々が最後まで集中して問題に取り組んだ。

最後の個別学習の時間は個人での問題解決能力を育てるための時間であることを説明し、他者との意見交換は認めないことを説明した。

制限時間経過後、課題ノートを提出し本時は終了した。提出されたノートからも、グループ学習での知識を問題の解答作成に活かしていることを見取ることができた。



【個別学習の様子】

4 考察

- 個人で発展問題に取り組む時間を設定したことで、グループ学習に緊張感が生まれた。他者の思考を積極的に取り入れて、問題解法の手がかりを得ようとする姿勢が見られた。
- グループ活動での意見を、教員から全体に紹介してしまったが、生徒やグループごとに発表の時間を設定し生徒の表現力を向上させる活動を行わせた方がよかった。
- 難易度の高い問題を、個別での課題としているにもかかわらず全員が最後まで集中して取り組み、ノートにも解答を記述することができた。グループ活動で、他人の取り組みを見ることが刺激になり問題への取組が積極的になった。
- 本時の重点となる事項についての解説を、活動3の個人学習に入る前の段階に設定した。問題に取り組む直前が生徒の集中力の最も高まる瞬間だと考えた。生徒はこれから取り組む問題の手がかりを求めている状態だったため、真剣に聞き入っていた。実践1での反省を活かすことができたと感じた。
- 教員の解説をどのタイミングでどれだけ簡潔に行えるか、今後も工夫が必要である。
- 年度当初から、グループ学習と個人学習を組み合わせせた形態での授業を繰り返し行ってきたため、机の移動や気持ちの切り替えが早くなった。