

群 教 七	G03 - 02
	平25.251集
	高・数学

# 問題解決の過程を言葉で表現できる生徒を 育てるための高校数学科指導の工夫

— 「グループ学習」で生徒同士の考えの交流を促して—

特別研修員 岡田 聡史

## I 主題設定の理由

本校1年生に対して行った調査では、数学の学習方法を「なぜそうなのか考えず暗記することが多い」と回答した生徒が、全体の36.0%いることが分かった。公式利用の基本問題の正答率は66.4%であり、思考力・表現力が問われるタイプの問題には躊躇してしまう生徒が多いという傾向が見受けられる。

また、平成25年度群馬県教育委員会「県立学校教育指導の重点」における高等学校数学の目標に「将来にわたり自ら学び自ら考える力や創造性の基礎となる力が育成させるよう留意する」とある。

上記の実態から、生徒に問題解決の過程での表現力を付けさせたいと考え、授業で「グループ学習」を取り入れる。また、生徒の学びを支援するため、ワークシート、ホワイトボード、ヒントの書かれたカード（ヒントカード）を用意する。生徒は、グループでの話し合いを通じて「その問題をなぜそのように考えたのか」という自らの考えを具体的に言語化することで考えを整理することができる。この経験を通じて、解決の過程を言葉で表現できる生徒を育てることにつながると考え、本主題を設定した。

## II 研究内容

### 1 研究構想図

#### 目指す生徒像

数学の問題解決に向けて自ら考え、その過程を言葉で表現することのできる生徒

- 年間を通じて、週末課題（問題集ノート）を提出。→途中の考え方や式が書かれていない生徒には再提出させる。

536  $77m + 20n = 1760$  より  
 $77m = 20(88 - n)$   
 $77$ と $20$  互いに素  
 $88 - n$ は $77$ の倍数  
 $m, n$ は自然数  
 $88 - n$ は $88$  より小さい  
 $88 - n = 77$  より  $n = 11, m = 20$   
 $(m, n) = (20, 11)$

指導後

- グループ内で習熟度が同質にならないように分け、多様な考え方が出るように促す。→多様な考えが出ない場合は、ヒントカードを生徒に示す。
- ワークシートやホワイトボードに記入しながら思考の過程を可視化する。

#### 生徒の実態

- なぜそうなのかを考えず暗記することが多い。
- 公式にあてはめるタイプの問題には取り組めるが、思考力・表現力が問われるタイプの問題には躊躇してしまう。

#### 「県立学校教育指導の重点」

将来にわたり自ら学び自ら考える力や創造性の基礎となる力が育成させるよう留意する。  
 （高等学校数学の目標）

## 2 授業改善に向けた手だて

数学Ⅰ「2次関数」での「2次方程式の解の存在範囲」の授業（第1学年・1学期）において、個別学習の間に「グループ学習」の時間を設け、以下の点に留意して実践を試みた。

—— 実践1における研究上の手だて ——

- 「グループ学習」において、自らの考え（説明）を発表し合い、自らの表現を修正する。
  - ・ グループ内で習熟度が同質にならないように生徒を分ける。
  - ・ 「△△△だから、□□□となる」という表現を使うよう指示する。

実践1は、2次方程式の解の存在範囲が示されたときに、その方程式に対応する2次関数のグラフがどのようなグラフになればよいのかを説明できるようにすることをねらいとし、グループで自らの考えを発表し合う活動を取り入れた。研究上の手だてを具体化した結果、類題を解く際に適切なグラフがかけられるようになった。しかし、「グループ学習」において、自らの考えをうまく伝えられず、話合いが進んでいないグループが見られた。また、教師が提示したワークシートで、考える上でのポイントの順番が生徒の思考（計算）過程とは異なる順番であったため、生徒の中に思考の過程をうまく表現できなかつた者が見られた。

そこで、数学A「場合の数と確率」での「反復試行の確率の求め方」の授業（第1学年・2学期）では、次のように手だてを改善した。

—— 実践2における研究上の手だて ——

- 「グループ学習」において、自らの考えを話し合い、グループで一つの考えにまとめる。
  - ・ 「グループ学習」で話し合う内容（ポイント）を限定して生徒に提示する。
  - ・ 話合いを促すため、教師がヒントカードやホワイトボードを用意する。

実践2では、反復試行の確率を、既習の確率の求め方とは異なる方法で求めることができるようにすることをねらいとした。実践1での考察を踏まえ、話合いへの積極的な参加を促すため、まず話し合う内容を限定した。その上で話合いが進んでいないグループに対して、ヒントカードを配り話合いを促した。

生徒は各々の考えやヒントを基にして、反復試行の総数の求め方を表現することができた。またグループで考えをまとめる過程で個人の表現する力を伸ばすことができた。

## Ⅲ 研究のまとめ

### 1 成果

- 「グループ学習」において、グループ内で習熟度が同質にならないよう生徒を分けた結果、考えの交流が促された。また、自分の考えを基に、仲間の意見も取り入れながら思考を深めることができ、実践前に比べ、生徒は問題解決の過程を言葉で表現することができるようになった。
- 生徒同士やクラス全体で考えを発表し合う活動を取り入れたことで、授業のまとめにつながるとともに、生徒個々の問題解決の過程を言葉で表現する能力の向上につながることもできた。

### 2 課題

- 思考の過程がうまく表現できず、話合いに積極的に参加できない生徒が見られた。
- 本研究では、2単元での授業における実践であったが、他の単元においてどのように自らの考えを表現させる授業を展開するか、また、提示する学習課題の難易度をどの程度に設定するかが今後の課題である。

### 3 「グループ学習」のさらなる活用に向けて

- 「グループ学習」を行うのにふさわしい学習内容を、単元の指導計画の中に入れていきたい。

## IV 実践及び改善の実際

### 実践 1

#### 1 科目・単元名 数学 I ・ 2 次関数

「2 次方程式の解の存在範囲」(第 1 学年・1 学期)

#### 2 本単元及び本時について

2 次関数は、高等学校で学習する関数概念の基礎となるものである。また、関数を用いて事象を表現し処理することは、学習指導要領数学科の目標である「事象を数学的に考察し表現する能力を高める」ことに合致している。本時は全 24 時間計画の第 23 時にあたり、2 次方程式の解の存在範囲が示されたときに、その方程式に対応する 2 次関数のグラフがどのようなグラフになればよいのかを説明できるようにすることをねらいとした。言語活動やグループ学習を効果的に実施するため、本時の研究上の手だてを次のように具体化した。

#### 3 授業の実際

導入において、ワークシートを配付し、次の問題を提示した。

- [問題] 2 次方程式  $x^2 - 2ax - a + 6 = 0$  が異なる 2 つの正の実数解をもつという。
- (1) 2 次関数  $y = x^2 - 2ax - a + 6$  のグラフは、どのようなものになればよいのか。
  - (2) 定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

まず生徒は (1) を個別学習で解いた。教師から生徒に対して、①「定義域の端における  $y$  の値(以下、「端点」という)」、「放物線の頂点」、「放物線の軸」に着目してグラフを書く、② 2 次方程式の実数解は、放物線のグラフと  $x$  軸との共有点の  $x$  座標であることに注意するように指示した。

代表生徒が黒板でそのグラフ(図 1)をかいた後、生徒は「端点」・「頂点」・「軸」がどのような状態になればよいのか、言葉を使った説明を個別学習でワークシートに記入した。その際、「頂点が～(だ)から、 $x$  軸の正の部分と異なる 2 点で交わる」というように記入した。

ワークシートへの記入後に、グループ学習で、自分の説明を発表し合った。

グループ学習では、グループ内で習熟度が同質にならないように生徒を分け、考えの交流を促した。また、教師からは、相手の説明を聞いてよい考えがあれば表現の修正をすることを指示した。

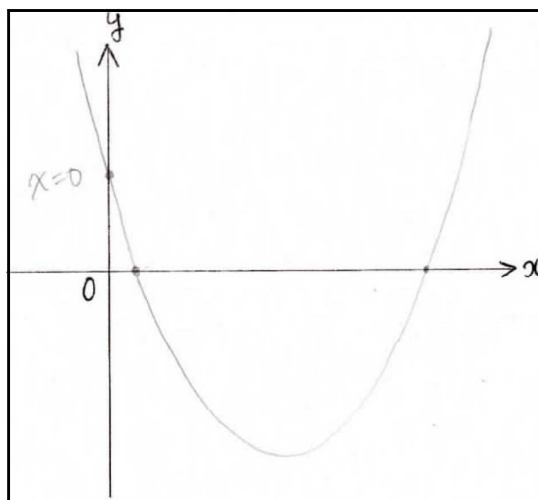


図 1 代表生徒のグラフ

### グループ学習で、自分の考えを発表し相手の説明を聞く様子

S<sub>1</sub>: みんな、頂点についてはどう書いた? 僕は「 $y < 0$  だから」って書いたよ。

S<sub>2</sub>: 「 $y$ 」って何?

S<sub>1</sub>: 「頂点の  $y$  座標」のことだよ。頂点の  $y$  座標が負で下に凸のグラフだから、必ず  $x$  軸で異なる 2 点で交わるでしょ?

S<sub>2</sub>: 確かにそうだけれど、それなら「頂点の  $y$  座標が負だから」と書いたほうがいいんじゃない?

S<sub>1</sub>: そっちの方が、正確だね。  
 S<sub>3</sub>: 僕は「頂点が  $x$  軸より下にあるから」って書いたんだけど…。  
 S<sub>2</sub>: それでもいいんじゃないかな。もっと具体的になってるから。



図2 発表の様子

このように、S<sub>1</sub>は「グループ学習」を通じて、「 $y < 0$  だから」という表現から「頂点の  $y$  座標が負だから」という表現に修正を行うことができた。また、他の表現の仕方があることも知ることができた。全体への発表は、次のようなものであった。

### 自らの考えを発表し、考えを共有する場面

T: では、頂点についてはどう書いたでしょうか？  
 S<sub>4</sub>: 「頂点が  $x$  軸より下にあるから」って書きました。  
 T: いいですか。頂点が  $x$  軸より下にあるって、下に凸のグラフだから、2点で交わるということですね。では、これと違う言葉を書いてくれた人、いますか？  
 S<sub>5</sub>: 「頂点が第4象限にあるから」って書きました。

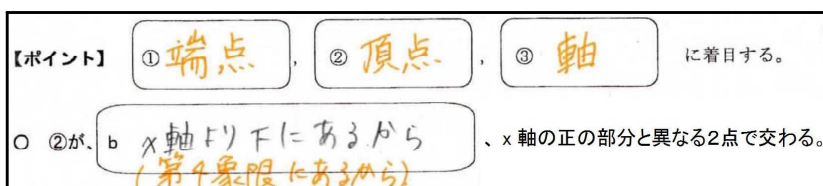


図3 発表を聞いて表現が追加された生徒のワークシート

S<sub>5</sub>の発言に対して、「あー」と言葉を発して納得する生徒が見られた。また、ワークシートに表現を追加する生徒(図3)も見られた。端点と軸に関しても同様に確認し、表現を変えても述べていることは同じであることに気付かせた。その後、言葉で書かれた表現を数式で表し、[問題](2)を解いた。

最後に個別学習で類題を解き、2次方程式の解の存在範囲に関する問題では、「端点」、「放物線の頂点」、「放物線の軸」の三つについて確認すればよいとまとめた。

#### 4 考察

- 生徒は同じことを表すのに複数の表現があることを知ることができた。また、生徒同士で表現の仕方を修正するグループも見られた。これは、グループ内で習熟度が同質にならないような分け方にして考えの交流を促したことが要因と考えられる。
- 生徒の中には、考えをまとめるのに時間がかかった者が見られた。また「グループ学習」において、自らの考えをうまく伝えられず、話合いが進んでいないグループが見られた。これは、授業内で示した「端点」、「放物線の頂点」、「放物線の軸」という三つのポイントの順序が、生徒の思考過程とは異なる順番であったためと思われる。生徒の思考(計算)過程を考慮し、「放物線の頂点」、「端点」、「放物線の軸」の順に示すよう改善したい。

## 実践 2

### 1 科目・単元名 数学A・場合の数と確率

「反復試行の確率の求め方について考えよう」(第1学年・2学期)

### 2 本単元及び本時について

本単元は、順列・組合せの考え方を導入して場合の数を求め、その考え方をを用いて、論理的に確率を求める学習を行う。本時は全27時間計画の第20時にあたり、反復試行の確率を、既習の確率の求め方とは異なる方法で求めることができるようにすることをねらいとした。言語活動やグループ学習を効果的に実施するため、本時の研究上の手だてを次のように具体化した。

### 3 授業の実際

導入において、「反復試行」という用語の定義を行い、本時のめあてを「反復試行の確率の求め方について考えよう」とした。そして、ワークシートを配付し、次の問題を提示した。

[問題] 1個のさいころを3回続けて投げるとき、1の目が2回出る確率を求めよう。

なお、提示した問題は、実際に数え上げても確率が求められるように、試行する回数を3回に設定した。

まず、どのような目が出ればよいのかを個別学習で書き出した上で目の出方(パターン)が全部で何通りあるかを、グループ学習で話し合った。

グループ学習では、実践1と同様、グループ内で習熟度が同質にならないようなグループ分けをした。また、お互いのワークシートをのぞき込まずに話し合いが進められるように、机の配置を図4のように「卍型」にした。そのため、1グループを4人構成とした。

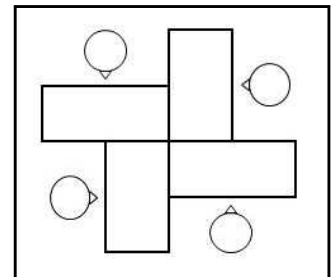


図4 卍型の机配置

### 個別学習で見られた生徒の主な考え

1回目と2回目  
(112)(113)(114)(115)(116)  
2回目と3回目  
(211)(311)(411)(511)(611)  
3回目と1回目  
(121)(131)(141)(151)(161)

図5 生徒S<sub>1</sub>のワークシート

(1,1,2)の重複順列  $\therefore \frac{3!}{2!} = 3$   
(1,1,3)  $\text{〃}$   
(1,1,4)  $\text{〃}$   
(1,1,5)  $\text{〃}$   
(1,1,6)  $\text{〃}$   
 $3 \times 5 = 15$ 通り

図6 生徒S<sub>2</sub>のワークシート

個別学習では、上の図5のように、実際に書き出して数え上げることにより、15通りと求めた生徒もいたが、図6のように、(1, 1, 2), ..., (1, 1, 6)の重複順列を計算することにより、15

通りと求めた生徒がほとんどであった。

**グループ学習で話し合いが進まず、教師がヒントカードを置く場面**

S<sub>3</sub>: 目の出方は、全部で何通りになった？  
S<sub>4</sub>: ①①②, ①①③, …って数えていくと、  
15通りになった。  
S<sub>3</sub>: じゃ、これでいいんじゃないかな…。  
【話し合いが進まない様子が続く】  
T: こんな風に考えてみたらどうでしょうか？  
【教師がグループの机の中央にヒントカード（図7）を置く】

● 『1の目が出る』  
『1の目が出ない』の2つ  
に分けて考える  
● 『1の目』はどこに出ても  
よいことに注目する

図7 机においたヒントカード

このように、話し合いが進んでいないグループにはヒントカードを机に置き、話し合いを促したところ、新たな考え方をしたグループが現れた。話し合いが終わったグループには、グループの考え方をホワイトボードにまとめておくよう指示した。

**少人数による学習の後で、グループの考えを発表する様子**

【教師がそのグループのホワイトボードを黒板に掲示する（図8）】  
T: このグループはこのように考えました。  
ちょっと説明してくれますか。  
S<sub>5</sub>: ○を「1の目が出る」、×を「1の目以外が出る」  
として、樹形図を書いて3通りと考えました。

1回目	2回目	3回目
○	○	×
○	×	○
×	○	○
の3通り		

図8 生徒が書いたホワイトボード

S<sub>5</sub>の発言を聞いて、「なるほど」と言葉を発して納得する生徒が見られた。S<sub>5</sub>の発言を受けて、教師がパターンの総数は、○二つ×一つの計三つを並べる「同じものを含む順列」として組合せ( ${}_3C_2$ )で計算できることを生徒に注意させた。

その後、それぞれのパターン(○○×, ○×○, ×○○)の確率を個別学習で求め、すべてが同じであることから、先ほど求めた組合せの総数をかければよいことを気付かせた。

最後に個別学習で類題を解き、反復試行の確率を求める公式を導きまとめとした。

#### 4 考察

- 生徒が自分の考えを基に、仲間の意見も取り入れながら、問題解決の過程を言葉で表現することができた。これは、「グループ学習」における話し合いや「ヒントカード」をきっかけに、生徒の思考が促進され、考えを深めたことが要因と考えられる。
- 試行する回数を3回に設定したが、授業では生徒が比較的容易に計算できていた。試行する回数を5回とし、 ${}_5C_2$ など組合せの式を使う必然性がある難易度の問題を設定する必要がある。