

群 教 七	G03 - 04
	平 29.265 集
	数学 - 高

高等学校における 数学的な思考力を育てるための指導の工夫

—ポートフォリオを活用した振り返る活動を通して—

特別研修員 森口 秀徳

I 研究テーマ設定の理由

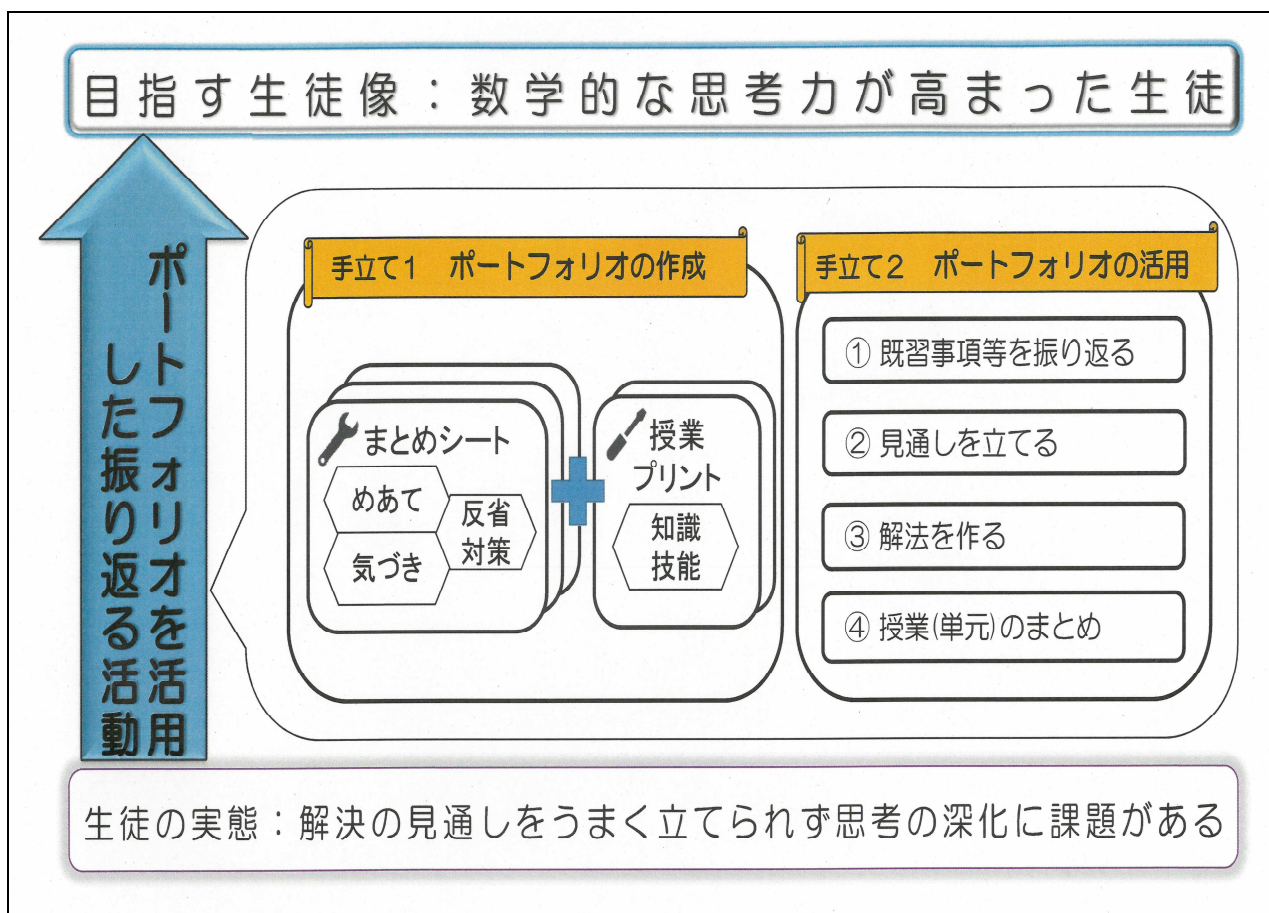
現行の高等学校学習指導要領解説数学編の改訂の経緯によると、OECDのPISA調査等の結果より、日本は数学的な思考力・判断力・表現力の低下や自信の欠如が課題であるとされた。また、現在は高大接続システム改革会議「最終報告」で、高校教育での「学力の3要素」を踏まえた指導の必要性が記されており、具体的な働きかけとして、大学入試センター試験に代わる大学入学共通テストの導入等の様々な改革が始まっている。

所属校の現状として、数学の授業においては応用問題に直面したときに、解決の見通しを立てられず、十分に思考を深めることができない生徒がいる。このような場面で生徒が自ら解決の見通しを立てるためには、既習事項を着実に定着させるとともに、解決の糸口となる既習事項を適切に見だし活用することが大切であると考え。

そこで本研究では、単元ごとに作成する「まとめシート」及び各授業で用いた「授業プリント」（以下、この二種類をポートフォリオとする）を用いて、学習の過程を振り返る活動を行う。その活動を通して様々な問題に対し、その解決に取り組むことで数学的な思考力が育つと考え、本テーマを設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手立て

数学的な思考力を育成するために次の手立てを講じる。

手立て1 ポートフォリオの作成（単元のまとめシートや授業プリントの蓄積）

- ・ 単元ごとに「まとめシート」を作成
- ・ 授業ごとに「授業プリント」を作成

手立て2 ポートフォリオの活用

- ・ 導入の場面において、既習事項が定着しているかなどを確認するために活用
- ・ 問題解決の場面において、「めあて」「気付き」を利用し見通しを立て、解法を作るために活用
- ・ 授業のまとめとしての活用や単元の最後に、単元全体の学習活動に対しての自己評価をするために活用

手立て1について、図1のような項目を立てた「まとめシート」を用意する。また、項目を記入する際には空欄にせず必ず記入することとし、授業ごとに回収し内容を確認する。「まとめシート」は教科書の記載内容と重複しないように心掛け、なるべく生徒のオリジナルのシートとなるように設問を工夫する。さらに、授業プリントは、まとめシートを踏まえ「ねらい」が明確になるように作成する。

手立て2については、各場面での振り返る活動のために次の3点を工夫した。一つ目は、授業で扱う応用的な問題として、既習事項を多く含み抽象的な問題を提示することである。二つ目は、問題の見通しを立てる際に生徒の実態に応じ、集団解決や自力解決等の授業展開を工夫することである。三つ目は、単元の最後に行う自己評価の際に、授業プリントやまとめシートの取組を参考にさせ、「問題が解けるようになった」というだけでなく「考え方が広がった」というプロセスの部分に着目できるように促す。

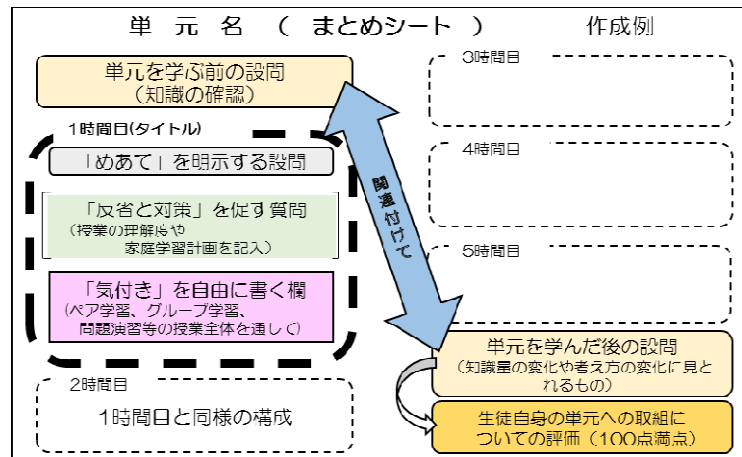


図1 「まとめシート」の一単元の構想例

一つ目は、授業で扱う応用的な問題として、既習事項を多く含み抽象的な問題を提示することである。二つ目は、問題の見通しを立てる際に生徒の実態に応じ、集団解決や自力解決等の授業展開を工夫することである。三つ目は、単元の最後に行う自己評価の際に、授業プリントやまとめシートの取組を参考にさせ、「問題が解けるようになった」というだけでなく「考え方が広がった」というプロセスの部分に着目できるように促す。

III 研究のまとめ

1 成果

- ポートフォリオを用いることにより、問題の見通しを立てたり、自己の成長を実感したりすることで、積極的に問題を解くようになり、これまでよりも深く思考する機会が増えた。
- グループ学習において生徒同士で教え合っ中で、事前に見通しを立てたことにより教える側の思考が整理され説明が明確になっていた。また、説明を受けている生徒も見通しの立て方や既習事項との関連性等にこだわりを持ちながら聞くようになった。
- まとめシートを用いることで、本時の授業と既習事項との関わりを明確にできるので、問題を解く際に様々な視点でアプローチしながら思考することができた。
- 授業の導入時にまとめシートを用いて既習事項等を確認することで知識や技能の定着につながり、問題を思考する上で役に立った。

2 課題

- ポートフォリオについて、今回は、一単元だけの利用しかできなかった。今後は、科目全体を通して計画的かつ継続的に活用できるような取組を行う。
- まとめシートの活用は、教科書や授業プリントに比べて少なかった。生徒自身が「見たい」「見れば分かる」「見れば助けになる」と思えるような項目やまとめ方の工夫が必要である。

実践例

1 単元名 数学Ⅱ「三角関数」（第2学年・2学期）

2 本単元について

本単元では、数学Ⅰで学んだ「三角比」の角の範囲を一般角まで拡張した上で、三角関数の意味を理解させ、それらのグラフをかくことを通して周期性等の三角関数の特徴について理解させる。また、三角関数の重要な性質の一つである加法定理についての証明を図形等を用いて視覚化して考察し、さらに正接の加法定理の応用として、2直線のなす角を求める問題を扱うなどし、加法定理の有用性を示す。2倍角の公式や半角の公式を加法定理を用いて導き、具体的な数値を用いた例題を扱いながら理解を深めさせる。また、式変形の多様性を示すための問題もいくつか扱いながら、複雑な形をした三角関数や不等式、方程式を解く際の利用につなげていく。三角関数の合成については、具体例から公式が理解できるように指導する。また、それらを活用できる問題を扱いつつ、数学Ⅰで学んだ「関数の最大値・最小値」や「三角関数のグラフ」の内容を復習させたい。

以上のような考えから、本題材では以下のような指導計画を構想し実践した。

目標	三角関数における様々な定理・性質・公式を利用して、三角関数の様々な問題を解くことができる。	
評価 規 準	関心・意欲・態度	・三角関数を具体的な事象の考察に活用しようとしている。
	数学的な見方や 考え方	・三角関数の加法定理や三角関数の合成を、証明を通して認識できる。 ・三角関数の相互関係や加法定理を用いて式を簡単にすることを考察できる。
	数学的な技能	・三角関数の方程式や不等式を解くことができる。 ・三角関数を合成することによって、最大値と最小値を求めることができる。
	知識・理解	・三角関数について理解し、関数についての理解を深めている。
時間	主な内容	主な学習活動
第1時 ～ 第3時	加法定理	・特別な角の三角比を利用して加法定理より様々な角度の三角関数の値を求める。 ・相互関係と加法定理を利用して $\sin(\alpha + \beta)$ の値を求める。 ・正弦と余弦の加法定理を用いて、正接の加法定理を導き出す。
第4時 ～ 第6時	加法定理の応用	・正接の加法定理を用いて、2直線のなす角を求める。 ・相互関係と2倍角の公式より $\sin 2\alpha$ の値を求める。また、半角の公式を利用して特別な角の半分の角度の三角関数を求める。
第7時 ～ 第9時	三角関数の合成	・簡単な三角方程式を解く。 ・ $a \sin \theta + b \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形する。 ・合成を利用して、三角関数の最大値と最小値を求める。
第10時	問題演習	・ $y = \cos 2\theta + 2 \sin \theta$ の最大値と最小値を求める

3 本時及び具体化した手立てについて

本時は全10時間計画の第10時に当たる。本単元のまとめの内容であるため、加法定理、2倍角の公式、半角の公式、三角関数の合成等の既習事項を活用しながら、複雑な形の三角関数において最大値と最小値を求める問題を扱う。生徒にとっては初めて取り組む問題となるので、初めから自力で解かせるのではなく、教師と生徒とのやり取りを通して、既習事項を振り返りながら問題解決への見通しを立てさせる。見通しを立てさせる際や見通しを踏まえて解法を作る際に、数学的な技能を活用したり、数式・グラフで表現したりすることで思考力を育てることが可能であると考え。また、見通しの立て方を教師が適切に支援することにより、解法を作る際に生じるつまずきや疑問に対して、生徒が自ら気付くことができると考える。明確になったつまずきや疑問を主体的に考えることによって思考が深まると考え、以下のように手立てを具体化した。

手立て1 「加法定理」のポートフォリオの作成

- ・まとめシートでは、2倍角の公式、三角関数の合成を学ぶ際の授業の「めあて」として、それらを活用して三角方程式、不等式、最大値や最小値を解くことを考慮し設問を設定する。
- ・本時の授業プリントには、見通しを立てる際に既習事項との関連が明確になるように「関数の最大値・最小値」「重要思考」等のまとめシートで用いたキーワードを入れた設問を用意する。

手立て2 「加法定理」のポートフォリオの活用

- ・授業の導入時にまとめシートを用いて、2倍角の公式や半角の公式等の既習事項を確認する。
- ・既習事項と関連付けながら見通しを立て、複雑な三角関数を二次関数とみなし問題の解法を作る。
- ・授業の最後に単元のまとめの設問に答え、単元に入る前と今の変容を感じながら自己評価を行う。

4 授業の実践

(1) ポートフォリオ（まとめシート、授業プリント）の準備

教材研究の際に単元「加法定理」全体の見通しを立て、ポートフォリオに綴じ込むための資料として「まとめシート」（資料1）を作成した。また、それを用いて各授業のまとめを生徒に書き込ませた。さらに、本時で用いる「授業プリント」（資料2）も問題文から読み取り易いキーワードを中心に設問を用意し、見通しを立てる際になるべく生徒の自発的な思考が促されるように準備した。

(2) ポートフォリオの活用

ア 授業の導入時に既習事項等を振り返る

これまでの学習の中で、加法定理の利用方法やその目的、三角方程式や不等式等の利用を行ってきた。そのため、授業の導入で、加法定理、2倍角や半角の公式等の既習事項の習熟状況を確認した。さらに、生徒が既習事項の定着を目指して、前時のまとめとして書いた「やるべきこと」が実際にできたかを振り返る機会を設けた。その際に、反省事項や現在の状況を自主的に書いた生徒もいた（図2）。

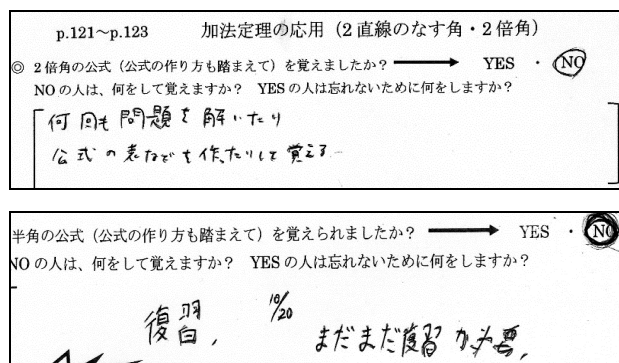


図2 生徒が考えた「やるべきこと」

イ 見通しを立てる

本時の問題を提示し、授業プリントを用いて、生徒とのやり取りからキーワードを抜き出した。その後、関連事項の復習を行いつつ、問題の見通しを立てた。途中、複雑な三角関数を置換等を行い二次関数とみなして扱う思考については、図3のような前時のまとめシートの記述と授業プリントの質問項目を「重要思考」等の目印と共に関連付けたところ、スムーズに答えることができた（図4）。

質疑応答の際に生徒がつまづいた場合は、ポートフォリオや教科書等を参考にするよう伝え、知識の定着と既習事項との関連付けを行った。学んでから時間が経っている既習事項に関する質問は、答えるまでに時間がかかる傾向にあった。

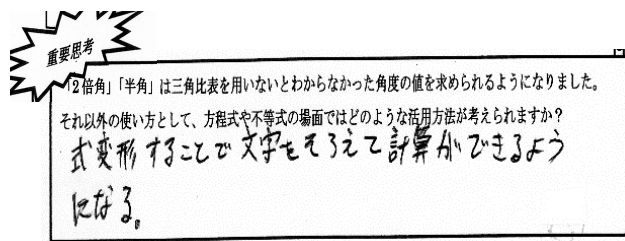


図3 前時でまとめた「重要思考」

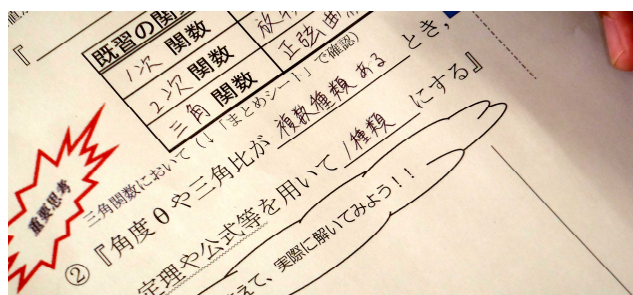


図4 まとめシートを用いて見通しを立てる

ウ 解法を作る

見通しを立てた後、個別に15分程度、時間を設けて見通しを踏まえた解法を作った。中には、スラスラと解く生徒がいる一方で、すぐに取り掛かることができない生徒もいた。しかし、そのような生徒もポートフォリオや教科書を参考にして、解こうとする姿が見られた(図5)。その結果、全員が問題に取り組むことができ、思考を深化することができた。

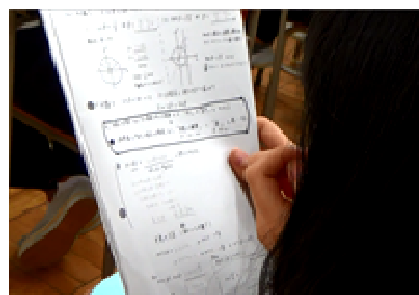


図5 授業プリントを参考に

見通しを立てる際に教師が誘導することにより、解法を作る際に生徒が自ら考えなければならない部分を残すことができ、「あとちょっとで解ける」「これでいいのか」という気持ちや疑問が芽生え、時間の許す限り思考することができた。解法が作れた生徒に対して、教師が個別に周り生徒に解法の説明をさせ、生徒の思考過程を見取った。十分に思考ができた生徒を教師役として他の生徒に助言するように伝えた。15分後、できた生徒から1名を指名し、発表させ全体で解法を共有した。できなかった生徒もその発表を聞いて悩んでいた部分に対して概ね理解ができた様子であった。

その後は、類題と応用問題を「問題プリント」(資料3)として配布し、図6のように3、4人のグループで取り寄せた。グループで問題に取り組む前に、先ほどの問題の解法に関して発表を聞いても分からない場合は、グループ内で相談して必ず解決しておくように指示を出した。グループによって黙々と解くグループと先ほどの問題を議論しているグループがあったが、最終的には全員が類題を解くことができた。

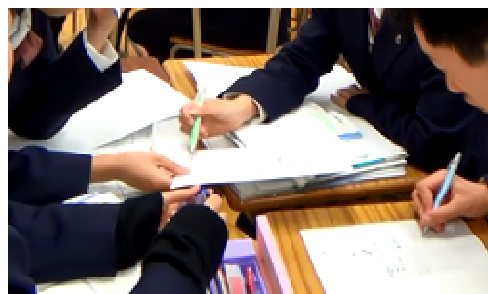


図6 グループで問題に取り組む姿

エ 単元のまとめと自己評価

まとめシートを活用し、単元の学習前と後の変容に着目させ自己評価をさせた。多くの生徒が80点以上の点数をつけ学習に満足している様子であった。

5 考察

手立て1について、まとめシートの枠組みや項目の作成の段階で、知識や考え方が活用できる場面を想定し作成したことにより、実際に問題の見通しを立てる際には、既習事項と関連付けをすることができ思考が深化した。しかし、まとめシートの設問が曖昧な部分もあり、生徒の言葉でまとめたものが抽象的なものになり、問題解決のために利用することが困難になってしまったものもあった。例えば、「2倍角の公式はどのような利用が考えられるか」という設問に対して何人かの生徒は「計算をしやすくするため」と書いていた。そこには「なぜ計算しやすくなるのか?」「本当に必要性があるのか?」という部分が抜けており、問題を解決する際に利用できるのか疑問が残る。

手立て2のように、本時の授業に入る前にポートフォリオを活用し、加法定理の重要性や活用場面を確認したことは、三角関数の最大値と最小値における式変形の必要性に気付くきっかけになった。最近の授業で扱った加法定理に関しては、解法を作る際に適切に活用することはできたが、学習してから時間が経っている二次関数のグラフ等に関しては忘れていくことが多く、本時で扱った問題と関連付けることが難しかった。まとめシートや授業プリントをポートフォリオに蓄積していく際に工夫を行い、こまめに既習事項と本時の学習内容とを関連付けることが思考の深まりにつながる。

単元の最後の自己評価では、高得点を付ける生徒が多く単元全体の学習に満足していることが分かる。教師側は、生徒の満足度の結果だけで習熟状況を判断することなく、日頃から生徒を客観的に見取り習熟状況を把握し、日々の授業改善に生かす必要がある。



資料1「まとめシート」(ポートフォリオ)

p.129 問1 $y = \cos 2\theta - 2\cos \theta$ の最大・最小 授業プリント

0 ≤ θ < 2π のとき、関数 $y = \cos 2\theta - 2\cos \theta$ の最大値、最小値を求めよ。

●思考過程

問題把握 Q「求めるものは何ですか？」
『 _____ の _____ と _____ 』

見通しを立てる Q「上の値は数値が求められないと見当もつけられないかな？」
① 『 _____ をイメージする』

●知識を深める場
当たり前かもしれないけど
最大値: _____ の値
最小値: _____ の値
様々な _____

既習の関数	形	キーワード
関数		
関数		
関数		

重要思考
三角関数において(↓「まとめシート」で確認)

②『角度θや三角比が _____ とき、 _____ 三角関数における
定理・公式・式変形の確認
定理や公式等を用いて _____ にする』

以上を踏まえて、実際に解いてみよう!!

資料2「授業プリント」(ポートフォリオ)

問題プリント (解けた人は手を挙げてね)

<p>① 0 ≤ θ < 2π のとき、関数 $y = \cos 2\theta - 2\cos \theta$ の最大値、最小値を求めよ。</p>	<p>② 0 ≤ θ < 2π のとき、関数 $y = \sin^2 \theta + 2\cos \theta$ の最小値を求めよ。また、そのときのθの値を求めよ。</p>
--	---

資料3「問題プリント」