

群 教 七	G03 - 03
	平 25. 249集
	中・数学

中学校関数領域における 数学的な見方や考え方を育成する指導の工夫

— 関数領域及び単元内のスロープ化を通して —

長期研修員 水谷 悦子

キーワード 【数学—中 関数 数学的な見方や考え方 スロープ化 つながり】

I 主題設定の理由

これまで、中学生に関数指導を行っている中で、一次関数に苦手意識をもっている生徒が多いと感じる。中でもグラフの交点は何を表しているか考えたり、一次関数の考えを利用して身の回りの事象を考察したりすることに苦手意識をもっている生徒が多い。また、一次関数を学習する際、比例とは別の関数としてとらえている生徒もいる。この現状は、平成25年度全国学力・学習状況調査の中の関数領域における「活用」に関する問題の正答率が4領域中最も低いということからも明らかである。これらの原因としては、表、式、グラフの学習と身の回りの事象の考察とがつながっていないこと、比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ それぞれが別のものとして扱われ、関数の一部であるということ意識させる学習になっていないことが考えられる。

一方、2009年に実施されたOECDのPISA調査によると、知識・技能を活用する問題に課題があるとの指摘がなされ、知識・技能の習得と思考力・判断力・表現力等の育成のバランスを重視することが今後の取組におけるポイントの一つに挙げられている。また、「はばたく群馬の指導プラン」においても、既習の知識や考え方等を活用して問題を解くことに課題があるとされ、その解決に向けて数学的な見方や考え方を身に付けることが求められている。

これまでの関数領域の研究は、身の回りの事象との関連を図るものや、表、式、グラフの関連を図るもの、活用に関するものなど、単元内のある一部のみを扱う場合が多かった。しかし、関数領域における数学的な見方や考え方は、単元全体を通して育成していく必要があり、そのためには、今学習していることが、前に学習した内容とどうつながっているのか、さらに、先の学習にどうつながっていくのかを意識し指導するというスロープ化が必要であると考えた。具体的には、単元内に「つかむ」「追究する」「活かす」という三つの学習過程を設定し、小・中・高までの関数領域のつながりを意識しながら単元内のつながりも図り、身の回りの事象から関数関係を見いださせ、表、式、グラフを用いて表現し考察させる指導を行う。そして、このスロープ化を通して、単元内において、それぞれの関数関係が別々のものではなく、関数という大きな枠の中の一つであるととらえさせながら身の回りの事象を考察させることができ、関数領域における数学的な見方や考え方が育成されることが考えた。

以上のことから、関数領域及び単元内のスロープ化を図ることにより、関数領域における数学的な見方や考え方を育成したいと考え、本主題を設定した。

II 研究のねらい

中学校関数領域において、数学的な見方や考え方を育成するために、関数領域及び単元内のスロープ化が有効であることを、授業実践を通して明らかにする。

III 研究の見通し

1 関数を「つかむ」

「伴って変わるもの」を基に、身の回りの伴って変わる二つの数量に着目し、その中から「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」という事象を選び、「BはAの関数である」という言い方に変える学習活動を通して、関数について学習することにより、身の回りの変化する事象の中の一つとし

て関数をつかむことができるであろう。

2 表、式、グラフの関連を「追究する」

関数領域のつながりを意識しながら、表、式、グラフと比例定数との関係について調べることにより、比例定数を基に、表、式、グラフの関連を追究することができるであろう。

3 身の回りの事象の考察に「活かす」

「つかむ」過程、「追究する」過程とのつながり、関数領域のつながりを意識し、身の回りの事象について考え、関数関係を表現し考察することにより、関数領域における数学的な見方や考え方が育つであろう。

IV 研究内容の概要

本研究は関数領域及び単元内のスロープ化を図ることにより、関数領域における数学的な見方や考え方を育成することを目指したものである。関数領域における数学的な見方や考え方は、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数関係を見だし、それを表現し考察することとする。

また、スロープ化とは、今学習していることが、前に学習した内容とどうつながっているのか、さらに、先の学習にどうつながっていくのかを意識した指導とする。そこで、関数領域及び単元内のスロープ化として、具体的には、単元内の学習を「つかむ」「追究する」「活かす」といった三つの学習過程に分け、次の二点に重点を置いた指導を考えた。第一に、各過程を学習する際、関数領域のつながりを意識した指導を行う。このことにより、比例・反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ の各単元は、それぞれ関数領域の中の一つであるにとらえさせることができる。第二に、単元内のつながりを意識した次のような指導を行う。まず、身の回りの変化する事象の中の一つとして、関数を「つかむ」。次に、表、式、グラフそれぞれについての知識・技能を習得し、比例定数を基にした、表、式、グラフの関連を「追究する」。そして、それらを用いて身の回りの事象の考察に「活かす」。このことにより、身の回りの事象や、表、式、グラフの関連を図りながら知識・技能を習得させ、それを用いて関数関係を表現し考察させることができる。これら二点により、生徒の思考をつなげ、単元全体を通して関数領域における数学的な見方や考え方を育成する。

なお、実践は比例一単元の研究の報告とする。

V 研究のまとめ

1 成果

- スロープ化を通して、表、式、グラフの関連を図り、それぞれの長所・短所について考えさせ、それらを用いて単元の導入で扱った事象や身の回りの事象などについて表現し考察させることにより、関数領域における数学的な見方や考え方を育成することができた。
- スロープ化を通して、比例以外の関数関係について意識させることにより、比例は関数の一つであるということに気付かせることができ、他の関数関係にも興味をもたせることができた。
- 理科の溶解度曲線の授業において、事象を関数としてとらえ、表、式、グラフの特徴を活かして考察することができたことから、他教科においても関数関係の考察につなげることができた。

2 課題

- 「追究する」過程において、知識・技能を定着させる活動が不十分であった。知識・技能を活かすことができるよう、家庭学習との関連を図りながら定着させていく必要がある。
- 与えられた事象については、表、式、グラフを用いて考察することができた。さらに、身の回りの事象の中から、関数関係にあるものを見だし考察する活動を多く取り入れ、事象を関数としてとらえるという見方を広げていく必要がある。

VI 研究の内容

1 「関数領域における数学的な見方や考え方」とは

具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数関係を見だし表現し考察することとする。本研究では、具体的には、単元の最後に身の回りの事象についてそれまでに学習した表、式、グラフそれぞれの利点を考えながら、どれを用いることが有効か選択し、表現し考察することができることとする。

2 「関数領域及び単元内のスロープ化」とは

本研究では、関数領域及び単元内において、今学習していることが、前に学習した内容とどうつながっているのか、さらに、先の学習にどうつながっていくのかを意識した指導とする。具体的には、単元内に「つかむ」「追究する」「活かす」という三つの学習過程を設定し、小・中・高までの関数領域のつながりを意識しながら単元内のつながりも図り、身の回りの事象から関数関係を見だし、表、式、グラフを用いて表現し考察させる指導を行う。以下に各過程の詳細について記す。

(1) 「『つかむ』過程」について

関数とはどういうものかについてつかむ過程である。ここでの学習は、これから始まる関数領域の学習の基礎となるものである。関数とは、例えば正方形の一辺の長さ x と面積 y のように、伴って変わる二つの数量について、一方の値（一辺の長さ）を決めれば、他方の値（面積）もただ一つに決まるといような関係を意味している。これまで、関数について指導する際、あらかじめ関数関係にある身の回りの事象について扱う学習が中心であり、関数関係以外の事象も含め、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数があるということ意識させる指導が十分されているとは言えなかった。そこで本研究では、小学校で学習した「伴って変わるもの」に着目し、身の回りの伴って変わる事象を「Aが変わればそれに伴ってBも変わる」という見方に変え、その中から「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」ものを選び出し、「BはAの関数である」という言い方に変える学習活動を行う（図1）。この活動を行うことにより、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数があるということ意識し、関数をつかむことができると考えた。

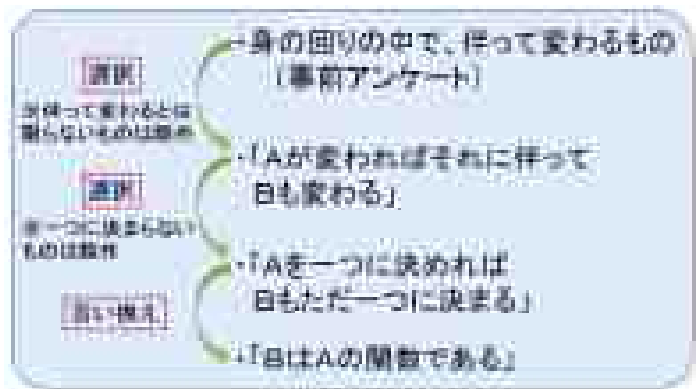


図1 関数関係の理解

関数関係以外も含め、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数があるということ意識させる指導が十分されているとは言えなかった。そこで本研究では、小学校で学習した「伴って変わるもの」に着目し、身の回りの伴って変わる事象を「Aが変わればそれに伴ってBも変わる」という見方に変え、その中から「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」ものを選び出し、「BはAの関数である」という言い方に変える学習活動を行う（図1）。この活動を行うことにより、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数があるということ意識し、関数をつかむことができると考えた。

(2) 「『追究する』過程」について

関数領域のつながりを意識しながら表、式、グラフの関連を追究する過程である。これまで、表、式、グラフの関連を意識した継続的な指導が十分されていない状況が見受けられた。そこで本研究では、図2のように、教科書の指導順序に変更を加えた。まず、身の回りの事象には変域があることを小学校の比例を基に気付かせること



図2 「追究する」過程の流れ

により、表、式、グラフについて変域を意識しながら学習することができるようにする。次に、これまで、表とグラフにおける増減の様子が同じであるということが見えづらい面があった。そこで、実践⑧で表とグラフの変化の様子を一緒に扱うことにより、比例定数が正の数であれば、 x が増加（減少）すれば y も増加（減少）し、比例定数が負の数であれば、 x が増加（減少）すれば y は減少（増加）することが表にもグラフにも表されているということに気付かせられるようにする。さらに、本来、2年次で学習する表、式、グラフから比例定数を見付け出すという活動を加える。この活動を行うことにより、1年次の比例の学習から、比例定数を基に表、式、グラフの関連を追究させることができるとともに、2年次の一次関数においても、表、式、グラフを関連させて追究することにつなげることができると考えた。なお、ここでの検証は、「式による比例の判断（実践③）」「比例のグラフ（実践⑥）」「比例の式を求めること（実践⑦）」「比例定数を見付け出そう（実践⑧）」について行う。

(3) 「『活かす』過程」について

「つかむ」過程、「追究する」過程とのつながり、関数領域のつながりを意識し、身の回りの事象について考え、関数関係を表現し考察する過程である。これまで、表、式、グラフの学習を通して習得した知識・技能と身の回りの事象の考察とのつながりを図る指導が十分とは言えないため、生徒が、身の回りの事象を考察する際、適切に表、式、グラフを用いようとすることができていない状況が見受けられた。そこで本研究では、単元の導入で扱った関数の事象について表、式、グラフで表し、比例の関係を見いだしたり、身の回りの事象について考え、比例の見方を用いて関数関係を表現し考察したりする学習活動を行う。この活動を行うことにより、関数領域における数学的な見方や考え方を育成することができると考えた。

3 先行研究の分析結果と研究とのつながり

関数領域においては、これまで、導入の場面であったり、表、式、グラフの関連を図ることについてであったり、活用する場面であったりと、ある一つの学習過程における工夫についての研究や実践がされてきた。また、表、式、グラフの関連を図る工夫については、主に一次関数で意識されてきた。しかし、関数領域における数学的な見方や考え方は、単元全体を通して育成していく必要があり、そのためには、関数領域及び単元内において、今学習していることが、前に学習した内容とどうつながっているのか、さらに、先の学習にどうつながっていくのかを意識し指導することが必要だと考えた。特に、表、式、グラフの関連については、比例を学習する際において意識させ、一次関数の学習につなげていくことが必要だと感じた。このようなことから、関数領域及び単元内において、スロープ化を図ることにより、生徒の思考をつなげ、関数領域における数学的な見方や考え方を育成することができるようにした。

4 研究協力校において実施した実態調査

研究協力校における実態調査（全国学力調査〈集団準拠評価〉）の結果によると、小学校の学習内容において、「数と式」「図形」「関数」「資料の活用」の4領域のうち、関数の領域のみ全国平均を下回っている。特に「比例の関係をグラフに表すことができる」「表を利用してきまりを見付けることができる」においては、正答率が全国平均を10ポイント以上下回っていた。また、事前アンケートで小学校で学習した比例の事象について表、式、グラフで表す問題を出題したところ、表で表すことについてはほぼ全員の生徒ができていたのに対し、式で表す問題については正解が $2/3$ 、グラフで表す問題については正解が半数以下になっていた。このことから、まず、表から式、グラフに表す指導を丁寧に行っていく必要がある。そして、表、式、グラフそれぞれの特徴について学習した後、表、式、グラフにおける比例定数をとらえることでそれぞれの関連を追究し、単元の最後に身の回りの事象について、場面に応じて表、式、グラフのそれぞれどれを使うことが有効かを考え、それを用いて表現し考察できるようにする。

5 研究構想図



Ⅶ 実践の計画と方法

1 授業実践の概要

対象	研究協力校 中学校第1学年 57名（2クラス）
実践時期	平成25年10月16日～11月6日 10時間×2クラス 計20時間
単元名	「比例と反比例」
単元の目標	具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

2 検証の計画

過程	検証の観点	検証方法
「つかむ」過程	「伴って変わるもの」を基に、身の回りの伴って変わる二つの数量に着目し、その中から「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」という事象を選び、「BはAの関数である」という言い方に変える学習活動を通して、関数について学習することは、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数をつかむことに有効であったか。	ワークシートの「身の回りの事象で他に関数関係にあるもの」、事後アンケートの「関数関係にあるもの」「関数について」についての記述及び授業の様子から検証する。
「追究する」過程	関数領域のつながりを意識しながら、表、式、グラフと比例定数との関係について調べることは、比例定数を基に、表、式、グラフの関連を追究することに有効であったか。	ワークシートの「式による比例の判断」「比例のグラフ」「比例の式を求めること」「比例定数が表しているもの」についての記述及び授業の様子から検証する。
「活かす」過程	「つかむ」過程、「追究する」過程とのつながり、関数領域のつながりを意識し、身の回りの事象について考え、関数関係を表現し考察することは、関数領域における数学的な見方や考え方を育成することに有効であったか。	ワークシートの「表、式、グラフの根拠をもって比例であることを示している」「身の回りの事象を表、式、グラフを用いて考察している」についての記述及び授業の様子から検証する。

3 抽出生徒

生徒㉚	生徒㉛	生徒㉜
数学に対する関心が高く、小学校の「関数」領域における数学的な見方や考え方が身に付いている。	数学に対する関心が高く、基本的な知識・技能は身に付いているが、小学校の「関数」領域における数学的な見方や考え方は身に付いていない。	算数に苦手意識が強く、小学校の「関数」領域における数学的な見方や考え方が身に付いていない。

4 評価規準

観点	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
評価規準	様々な事象を比例、反比例などでとらえたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに興味をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	比例、反比例などについての基礎的・基本的な知識・技能を活用しながら、事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	比例、反比例などの関数関係を、表、式、グラフなどを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身に付けている。	関数関係の意味、比例や反比例の意味、比例や反比例の関係を表す表、式、グラフの特徴などを理解し、知識を身に付けている。

5 指導計画（全10時間）

過程	実践	伸ばしたい資質・能力		主な学習活動	評価項目・方法	
		活用させたい知識等	思考力・表現力等			
「つかむ」 (一時間)	①	<ul style="list-style-type: none"> 小学校で学習した「伴って変わる」という二つの数量の見方 	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの伴って変わる二つの事象を関数としてとらえ、「～は～の関数」であると表現する力 	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの伴って変わる二つの数量について考える。 関数の意味について知る。 	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの伴って変わる二つの数量に着目し、関数について理解することができる。 【知識・理解】 	
	<p>検証の観点：「伴って変わるもの」を基に、身の回りの伴って変わる二つの数量に着目し、その中から「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」という事象を選び、「BはAの関数である」という言い方に変える学習活動を通して、関数について学習することは、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数をつかむことに有効であったか。</p>					
	②	<ul style="list-style-type: none"> 小学校で学習した比例についての知識 	<ul style="list-style-type: none"> 変域について考える力 	<ul style="list-style-type: none"> 小学校で学習した比例について確認する。 比例の式や変域について知る。 	<ul style="list-style-type: none"> 比例の式や比例定数、変域について理解することができる。 【知識・理解】 	
	③	<ul style="list-style-type: none"> xの値が2倍、3倍になるとyの値も2倍、3倍になること y=決まった数×xの式になること 	<ul style="list-style-type: none"> 事象を式で表し、比例の関係かどうか判断する力 	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの事象を表や式で表し、比例の関係かどうか判断する。 式から比例だと判断する。 	<ul style="list-style-type: none"> 式で表すことにより、比例の関係であることを示すことができる。 【技能】 	
	④	<ul style="list-style-type: none"> 正負の数における反対向きの表し方 	<ul style="list-style-type: none"> xの変域を負の数に拡張したとき、比例の性質が成り立つかどうか考える力 	<ul style="list-style-type: none"> xの変域を負の数に拡張して、比例の関係を考える。 	<ul style="list-style-type: none"> xの変域を負の数に拡張しても正の数と同じ性質が成り立つことに気付くことができる。 【見方・考え方】 	
⑤	<ul style="list-style-type: none"> 小学校で学習した平面上の点の位置を、二つの長さの組で表すこと 正負の数で学習した数直線や温度計での負の数の表し 	<ul style="list-style-type: none"> 負の数を平面上で示すにはどうすればよいか考える力 座標を平面上で表す力 	<ul style="list-style-type: none"> 平面上の座標の意味を理解し、座標を表したり読み取ったりする。 	<ul style="list-style-type: none"> 平面上の点の座標の意味を理解することができる。 【知識・理解】 平面上の座標を読み取ったり示したりする 		

	方			ことができる。 (ワークシート、観察) 【技能】	
⑥	<ul style="list-style-type: none"> 小学校で学習した比例のグラフ 前時に学習した座標の表し方 	<ul style="list-style-type: none"> グラフの特徴について考え、自分の言葉でまとめる力 比例のグラフを簡単にかく方法を考え、それに基づいてかく力 	<ul style="list-style-type: none"> 比例のグラフをかく。 比例のグラフの特徴をまとめ、簡単にかく方法について考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 比例のグラフをかくことができる。 (ワークシート、観察) 【技能】 比例のグラフの特徴を理解することができる。 (ワークシート、観察) 【知識・理解】 	
⑦	<ul style="list-style-type: none"> 「文字と式」で学習した、代入して値を求める方法 一次方程式の解き方 グラフ上の点の読み取り (座標) 	<ul style="list-style-type: none"> y が x に比例するということと $y = ax$ を結び付けることができる力 比例定数 a を求める方法を考える力 グラフを読み取り、それを基に式で表現する力 	<ul style="list-style-type: none"> 一組の x、y の値から式を求める。 グラフから式を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> y が x に比例するとき、一組の x、y の値から y を x の式で表すことができる。 (ワークシート、観察) 【技能】 比例のグラフから式を求めることができる。 (ワークシート、観察) 【技能】 	
⑧	<ul style="list-style-type: none"> 前時までにかいた表、グラフ 小学校で学習した (実践②で確認した) 比例についての知識 	<ul style="list-style-type: none"> 表とグラフの変化の様子を比較して考える力 比例定数が表しているものについて表、式、グラフを関連させて考える力 	<ul style="list-style-type: none"> 表とグラフの変化の様子を調べる。 表、式、グラフの中の比例定数を見付け出す。 	<ul style="list-style-type: none"> x、y の値の変化の様子について、表とグラフから理解することができる。 (ワークシート、観察) 【知識・理解】 比例定数が表しているものについて理解することができる。 (ワークシート、観察) 【知識・理解】 	
<p>検証の観点：関数領域のつながりを意識しながら、表、式、グラフと比例定数との関係について調べることは、比例定数を基に、表、式、グラフの関連を追究することに有効であったか。</p>					
「活かす」 (二時間)	⑨	<ul style="list-style-type: none"> 「追究する」で学習した表、式、グラフによる比例の特徴 	<ul style="list-style-type: none"> 表、式、グラフで表し、それを基に、なぜ比例の関係であると言えるか、自分の言葉で説明する力 	<ul style="list-style-type: none"> 実践①で提示された関数関係の事象の中から比例と予想されるものを選び、表、式、グラフに表すことにより、比例の関係であることを示す。 	<ul style="list-style-type: none"> 関数関係の事象の中から表、式、グラフを用いて、比例の関係であることを示すことができる。 (ワークシート、発表) 【見方・考え方】
	⑩	<ul style="list-style-type: none"> 「追究する」で学習した表、式、グラフによる比例の特徴 	<ul style="list-style-type: none"> 根拠をはっきりさせて書いたり説明したりする力 	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの事象について、表、式、グラフを使って表現し考察する。 	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの事象について表、式、グラフを用いて表現し考察することができる。 (ワークシート、発表) 【見方・考え方】
<p>検証の観点：「つかむ」過程、「追究する」過程とのつながり、関数領域のつながりを意識し、身の回りの事象について考え、関数関係を表現し考察することは、関数領域における数学的な見方や考え方を育成することに有効であったか。</p>					

※「関心・意欲・態度」は単元全体を通して評価する。

Ⅷ 実践の結果と考察

実践は中学校1年生「比例と反比例」の中の「比例」10時間で行った。見通し1の「関数を『つかむ』」を実践①で、見通し2の「表、式、グラフの関連を『追究する』」を実践②～⑧で、見通し3の「身の

回りの事象の考察に『活かす』を実践⑨・⑩で行った。

1 関数を「つかむ」

(1) 具体的な実践内容

まず、身の回りには多くの変化する事象があり、関数とは、その中の一つの間係を表すものであるということ意識させるため、小学校で学習した「変わり方調べ」の中の「伴って変わるもの（事象）」を基に、事前アンケートで「身の回りの中で伴って変わるものにはどんなものがあるか」について書かせた。

図3 実践①のワークシートの記述

実践①では、アンケートの結果を基に、教師が伴って変わる二つの数量以外の条件（数値）を具体的に決めた上で提示した。まず、「伴って変わる」とはどういうことか確認した後、図3のように、提示した事象の中から、「伴って変わる二つの数量」を書き出させた。その際、伴って変わるとは限らない事象（関数関係以外の事象）については除かせた。次に「伴って変わる二つの数量」の中から、「一方（A）を一つに決めれば、もう一方（B）もただ一つに決まる」事象について選び出させた。その際、Aを一つに決めてもBがただ一つに決まらない事象については除かせた。そして、「BはAの関数である」という言い方に直させることにより、関数関係として事象をつかむことができるようにした。

なお、ここでスロープ化した部分は、身の回りの変化する事象の一つとして関数があるということ意識させることができるよう、小学校で学習した「変わり方調べ」の中の「伴って変わる」と関数領域とのつながりを図ったことである。

(2) 結果と考察

学習後のワークシートでは、自分なりに身の回りの関数関係について考えられた生徒が39名であった。さらに図4のように、決められたものを数値で表し、立式できる形で書くことができた生徒が27名いた。また、授業後や事後アンケートの感想には身近なものや身の回りのものと関数について書かれたものがあった。さらに、「AとBを反対にしてもよいのでは？」という、逆についても関数関係が成り立つ場合があることに気付いている生徒もいた。

生徒から授業後に出された関数関係の事象の例

- ・ 1分間に2L出す水道の水の量は時間の関数である。
- ・ 底辺が3cmの三角形のとき、面積は高さの関数である。
- ・ 時給1000円のお金の量は働く時間の関数である。
- ・ 一人にアメを4個ずつ配るとき、必要なアメの数は人数の関数である。
- ・ 500mLのジュースの残っている量は飲んだ量の関数である。

授業後や事後アンケートにおける感想の例

- ・ 身の回りにともなって変わる二つの数がたくさんあることが分かった。
- ・ 物とか見て分かりやすかった。分かりやすくてできるとすごく楽しかった。
- ・ 自分だけで考えるよりも、みんなで考えた方が、身近なものの関数が見つかり楽しかった。
- ・ 身近なものでもいろいろ考えるとちゃんとした計算でできているんだと不思議に感じました。
- ・ どのようなものが関数か、いろんな例があったから分かった。
- ・ 身近によくあるものにも関数があるから分かった。

図4 身の回りの関数関係について

事後アンケートでは、関数について「分かった」と答えた生徒が50%、「まあまあ分かった」と答えた生徒が46%で合わせて全体の96%を占めた。その理由としては、「x、yそれぞれにいろいろな言葉をあてはめてまとめたから」「意味を考えながらやったから」などが挙げられていた。さらに、関数関係にあるものを選び出す問題に対しては、ほぼ80%の生徒が正解し、関数について理

解することができていた。しかし、実践①において「伴って変わる」と「ただ一つに決まる」のどちらについても二つの数量を書き出させたため、時間がかかってしまった。このことから、グループで関数について考えさせるなど、深めさせたいポイントが生徒にとって見えやすい工夫が必要だと感じた。表1は、抽出生徒が「伴って変わるもの」から手だて1を経て、身の回りの事象を「関数」としてとらえられるようになってきた経緯を表したものである。

表1 伴って変わるものと身の回りの関数についての記述

	生徒㉗	生徒㉘	生徒㉙
事前アンケート（身の回りの中で伴って変わるものについての記述）	・書く文字数が変われば、インクの量の減り方も変わる。	記述なし	記述なし
授業後に考えた身の回りで関数関係にあるもの	・1個100円のお菓子の値段は個数の関数である。 ・本一冊のページ数の残りのページ数は読んだページ数の関数である。	・1個20円のガムの値段は個数の関数である。 ・1Lのジュースのコップに入れた量は残った量の関数である。 ・20本のシャーペンのしんの使った数は残った数の関数である。	・本を読んだページは残りのページの関数である。
授業後の感想	・いろいろな例題があっても分かりやすかった。	・決まったものが分かれば関数も分かるということが分かった。	・きちんとまとめられたし、内容もきちんと頭に入りました。変数や関数のこともよく分かりました。

生徒㉗は、「Aを一つに決めれば、Bもただ一つに決まる」事象を選び出す際、Aに具体的な数字を当てはめてBがただ一つに決まるかどうか確かめていた。このことから、生徒㉗は関数関係であるかどうか判断するための適切な方法について気付くことができていたと考えられる。また、生徒㉘、㉙ともに事前アンケートでは伴って変わるものについて一つも書くことができていなかったが、生徒㉗は、授業後の感想から、関数を考える際には、伴って変わる二つの数量以外に決まった数も大切であるという変数と定数との違いにも気付くことができていた。生徒㉙についても、身の回りの事象を関数としてつかむことができていた。

これらのことから、最初から関数関係の事象のみを扱うのではなく、小学校で学習した伴って変わる二つの数量を基に、身の回りの伴って変わる事象について考えさせ、その中から「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」ものを選び出すことを通して関数を学習する、というスロープ化を図ったことは、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数があるということをつかむことに有効であった。

2 表、式、グラフの関連を「追究する」

(1) 具体的な実践内容

表、式、グラフの関連を追究するために、スロープ化を図りながら実践②～⑧を行った。具体的な実践内容は以下のとおりである。

表、式、グラフの関連を追究させるため、教科書の指導順序に変更を加えて指導した。まず、小学校の比例を想起させながら身の回りの事象を考えさせるとともに、変域があることに気付かせた。その上で、表、式、グラフそれぞれについて変域を負の数まで拡張して考えさせ、特徴をとらえさせるとともに、式から表、表や式からグラフ、表やグラフから式に表したり読み取ったりできるようにさせた。そして、実践⑧で表とグラフの変化の様子を合わせて調べさせたり、表、式、グラフの中の比例定数を見付け出させたりする学習活動を行った。

なお、各時間におけるスロープ化は表2に示す。

表2 「追究する」過程においてスロープ化した部分

実践	前の学習	スロープ化を図った学習活動	先の学習
	関数領域のつながり	・小学校で学習した比例について確	関数領域のつながり

②	<ul style="list-style-type: none"> ・小学校比例 <p>関数領域のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・小学校比例の式 「$y = \text{決まった数} \times x$」 	<p>認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・比例の式 $y = ax$ について知る。 	<ul style="list-style-type: none"> ・実践⑧表、式、グラフにおける比例定数 <p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践③ $y = ax$ であれば比例 ・実践⑦ y が x に比例するとき $y = ax$
③	<p>関数領域のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・小学校比例の性質 <p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践②比例であれば式が $y = ax$ 	<ul style="list-style-type: none"> ・式で表すことにより比例かどうか判断する。 	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑦ y が x に比例するとき y を x の式で表すこと
④	<p>関数領域のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・小学校比例の性質 <p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践③ $y = ax$ であれば比例 	<p>「式→表」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・x の変域を負の数に拡張して比例の関係を考える。 	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑧表とグラフの変化の様子
⑤	<p>関数領域のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・小学校「ものの位置」 	<ul style="list-style-type: none"> ・ものの位置の表し方について考える。 ・座標について知る。 	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑥比例のグラフ ・実践⑦グラフから式を求める方法の考察
⑥	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践④ x の変域を負の数に拡張した比例の関係 ・実践⑤「座標の表し方」 	<p>「表→グラフ」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・比例定数が整数の場合のグラフをかく。 	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑦表で表された x、y の組が表しているもの ・実践⑦グラフから式を求める方法の考察
	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑥比例定数が整数の場合の比例のグラフ 	<ul style="list-style-type: none"> ・比例定数が分数の場合のグラフをかく。 <p>「式→グラフ」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・比例のグラフのかき方について考える。 	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑧表、式、グラフにおける比例定数
⑦	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践②比例の式 $y = ax$ ・実践⑥比例のグラフ ・実践③ y を x の式で表すこと 	<p>「表→式」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・一組の x、y の値から式で表す方法を考える。 	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑧表、式、グラフにおける比例定数
	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践⑤座標 ・実践⑥比例のグラフ 	<p>「グラフ→式」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・グラフから式を求める方法を考える。 	
⑧	<p>関数領域のつながり</p> <p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実践②④⑥⑦の学習内容 	<p>表 ↔ 式 ↔ グラフ</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表とグラフの変化のようすを調べる。 ・表、式、グラフから比例定数を見付け出す。 	<p>関数領域のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> ・一次関数において、表、式、グラフの比例定数をとらえる活動

(2) 結果と考察

実践③において、提示された事象が比例かどうか、小学校で学習した比例の性質を基に判断させた後、それらすべてが式に表すと $y = ax$ の形になることに気付かせた。そして、式が $y = ax$ の形になれば比例だと言うことができることを確認した。式から比例かどうか判断することは理解できていたが、事象を式に表すことに対して難しさを感じている生徒が多かった。学習後の練習問題においても、式が与えられれば、その式から比例かどうか判断することは全体の90%以上の生徒ができていたのに対し、比例の関係かどうか判断するために式を立てることについては、5問中3問以上正解している生徒は全体の50%以下であった。授業後の感想でも、式に表すと簡単と答えた生徒より、式を立てることの難しさを挙げている生徒の方が多かった。さらに、表の方が簡単という生徒が3名いた。文章を式に表す学習は、「文字と式」で扱う内容である。したがって、関数領域のつながりを図るとともに、関数領域以外の単元との関連をどう図っていくかについても考慮する必要がある。

実践⑥で、比例定数が分数のグラフのかき方について、単元内のつながりを意識し、比例定数が

整数の場合と同様に考えさせた。その際、図5のように、最初のうち生徒は、表の値が整数にならないことに戸惑っていたが、整数値をとればかきことができるという友達の発言をヒントにそれぞれかいていくうちに、比例定数が分数の場合でも同様にグラフをかきことができることに気付いた。

さらに、ワークシートに「比例定数が整数のときと比べて気付いたこと」を書かせたところ、「原点を通る直線」「整数と同じ」という言葉とともに、「分数の値は表すことができない」「点をかき量が少ない」など、整数の場合とは違い不都合なことに気付いている生徒もいた。しかし、一方で「表は大変だけれど、グラフは簡単」「整数値をとる点があればグラフをかける」「2点あれば直線がひける」など、比例

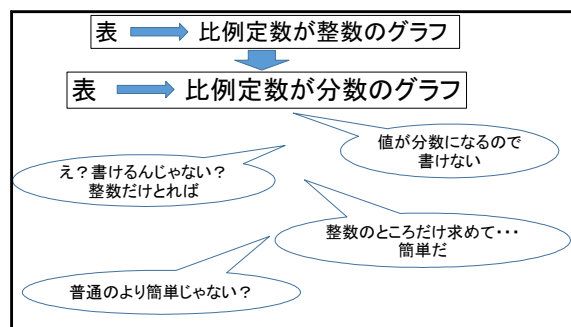


図5 グラフのかき方についての生徒の発言

のグラフを簡単にかく方法に気付いた生徒もいた。これは、比例定数が整数の場合と比較しながら考えさせたためであると考えられる。ただ、グラフのかき方について考えたり理解したりすることはできたが、その定着を図るためには、多くの練習が必要であると感じた。

実践⑦で、表の値、 $x = \bigcirc$ の時 $y = \Delta$ 、座標の形それぞれで一組の x 、 y を提示し、それらが同じ一組の x 、 y を表していることに気付かせることにより、実践⑧の表、式、グラフの関連につなげられるようにした。様々な形で提示された一組の x 、 y から比例定数を求めた際、 $y = ax$ に代入して式を求めた生徒が35名いた。一方、小学校で学習した比例の知識 ($y \div x$ が決まった数) を用いて、 y/x で比例定数を求めていた生徒も15名いた。一組の x 、 y から式を求める練習問題は43名が正解し、グラフから式を求める練習問題は24名が正解した。授業後の感想から、 $y = ax$ と置いて代入することに難しさを感じている生徒がいた。代入は「文字と式」、 a を求めることは「方程式」の学習内容である。したがってこれらとの関連を図りつつ、練習問題等を通して定着させていく必要がある。

実践⑧で、表とグラフの変化の様子を調べる活動では、比例定数が正の数の場合は x が増加すると y も増加し、グラフは右上がり、比例定数が負の数の場合は x が増加すると y は減少し、グラフは右下がりになることに42名の生徒が気付くことができた。また、比例定数を見付け出す活動では、生徒から、表は「 x が1のときの y の値」「 x が1増えるときに y は a ずつ増える」、式は「 $y = ax$ の a 」、グラフは「 x の座標が1のときの y の座標」に着目すると比例定数を見付けられるという意見が出された。また、比例定数が分数の場合は「 y 座標 \div x 座標」で比例定数を見付けられるなどの意見が出された。授業後の感想でも「表とグラフの変化の様子が分かった」「表と式とグラフは関連していることがわかった」など、表、式、グラフの関連について記述したものがあつた。また、その中には「これからグラフが簡単にかかけそう」など比例定数を利用したグラフのかき方について理解し、学習内容に対する関心・意欲を示している生徒もいた。

事後アンケートにおいて、表、式、グラフの中から、比例定数を見付け出させる問題を出題した(図6)。図や言葉を用いて表、式、グラフの関係をまとめるという難しい問題であったが、表、

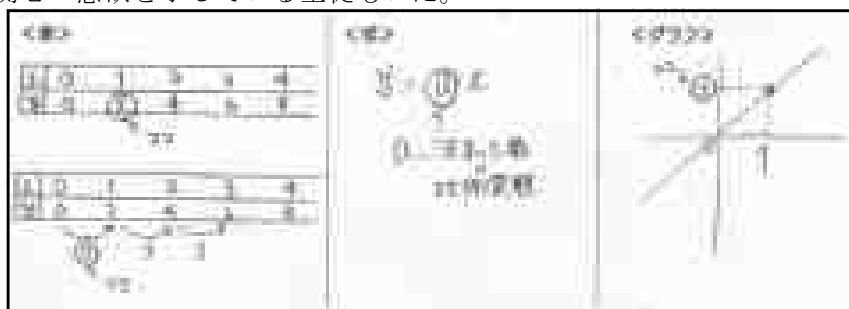


図6 抽出生徒⑦の記述

式、グラフにまとめられた生徒が36名であった。これらのことから、別々に学習してきた表、式、グラフが関連していることに気付かせることができた。

また、小学校の比例と比べて難しさを感じたかどうか聞いたところ、難しさを感じた理由としては、新しい言葉や文字が入ったり複雑になったりしたからなどを挙げている生徒が多かった。これ

は、小学校の学習内容との違いを明確に意識することができたためと考えられる。また、あまり難しさを感じなかった理由としては、「小学校での勉強は、中学校の基本中の基本でびっくりした」「あまり変わらないところもあった」というものや「小学校で学習した比例が、少し発展しただけだから」「小学校の比例を思い出してやったから」などがあつた。これらのことから、小学校の比例とのつながりを意識させることができたと考えられる。表3は、抽出生徒が手だて2を通し、表、式、グラフの関連を意識しながらどのように比例について理解していったかにおける記述である。

表3 比例を理解していく上での抽出生徒の記述

実践	項目	生徒⑦	生徒④	生徒⑨
③	ワークシートの感想	表をかかなくてもかんたんに比例しているかが分かるので式は便利だと思いました。	式で表すとわかりにくくなってしまふところがありました。	式が立てられなかったけれど、立てられれば比例かそうじゃないかは分かる。
	練習問題の正解数(5問中)	4問	3問(ただし÷を省かないなど表記ミスあり)	0問(式が間違っているができた式で比例かどうか判断できている)
⑥	ワークシート「比例定数が整数のときと比べて気付いたこと」	yの値の整数が少なくなった。	分数を正確に表せない。原点を通る直線。	使える数字が少ない。
⑦	ワークシートの感想	比例定数を式で表すとy/xだということを知った。	式で表すのは難しいけどだんだん分かるようになってきました。	y = a xの式に代入して比例定数を求めれば比例の式が求められると思います。
	比例の式を求める練習問題	正解	正解	正解
⑧	ワークシートの感想	比例定数の見付け方が分かりました。	いろいろなところに比例定数がかくれていておもしろかったです。	今までの勉強はすべて関連していたと分かり、表、式、グラフの関係も分かりました。
	事後アンケート「表、式、グラフにおいてどんなところに比例定数があつたか」	表、式、グラフすべて書いている(図6)。	表、式、グラフすべて書いている。	式のみ書いている。
事後	小学校の比例と比べて難しさを感じたか	「あまり難しくなかった」ほとんど変わってなくて、新しいのは関数・比例定数・原点・座標くらいだったから。	「少し難しかった」グラフや表が負の数まで増えたので。	「あまり難しくなかった」小学校とは少し違うようなところもあったけどあまり難しくなかった。

生徒⑦は実践③で事象を式に表し、式から比例かどうか判断することができることについて学習した際、式の便利さに気付き、実践⑩の表、式、グラフの長所・短所につなげることができた。生徒④は実践③で式に表すことの難しさを感じていたが、実践⑦での感想に挙げているように、比例の式に対して慣れてきたことが分かる。生徒⑦、④ともに事後アンケートで表、式、グラフの中の比例定数について、図を示してまとめることができた。生徒⑨は、実践⑥の学習後に出した課題(自分で比例の式を考え、そのグラフをかくもの)について四つの式を考え、グラフをかくなど意欲的に取り組むことができた。そして、実践⑧と事後アンケートにおいて、表、式、グラフから比例定数を見付け出す課題について、3人とも表、式、グラフの中から比例定数を見付け出すことができ、感想にもそれらの関連について書いているなど、比例定数を基に表、式、グラフの関連を追究している様子うかがえた。

これらは、教師が関数領域のつながりや単元内のつながりを意識しながら、表、式、グラフそれぞれについて指導した上で、表とグラフの変化の様子をまとめて扱ったり、本来一次関数での学習内容である比例定数を基にした表、式、グラフの関連についての学習を比例の学習で取り入れたりしたためと考えられる。また、小学校の比例を基にしたり、一次関数で扱う活動を取り入れたることにより関数領域のつながりや単元内のつながりを意識して知識・技能を習得させることができたとともに、表、式、グラフを用いて課題を表現し考察する実践⑨・⑩の学習につなげることができた。

このように、スロープ化を通して、変数を負の数まで拡張した数量関係について、関数領域とのつながり、単元内のつながりを意識しながら、表、式、グラフと比例定数との関係について調べることは、表、式、グラフの関連を追究することに有効であった。

3 身の回りの事象の考察に「活かす」


(1) 具体的な実践内容

実践⑨では、図7のように実践①で扱った関数関係の事象を再度提示し、関数について確認した後、事象の中で比例関係になりそうなものを用意し書かせた。次に、それが比例関係になるかどうか判断するための根拠を考えさせた。

<p>—実践①で扱った関数関係の事象—</p> <p>①120kmの道のりを進むとき、時間は速さの関数である。</p> <p>②底辺が7cmの平行四辺形の面積は高さの関数である。</p> <p>③縦の長さが3cmの長方形の周りの長さは横の長さの関数である。</p> <p>④正方形の面積は1辺の長さの関数である。</p> <p>⑤1Lで40km走る自動車の走れる距離はガソリンの量の関数である。</p> <p>⑥1日のうち夜の長さは昼の長さの関数である。</p>

図7 実践①で扱った関数関係の事象

そして、自分なりの方法で調べさせ、比例であったか否か、なぜそう言うことができるか根拠を基にまとめさせ、グループで発表させた。その後、関数の中には比例でないものもあることに気付かせるために、比例ではない事象（一次関数の事象）を提示し、グループで協力して、表、式、グラフに表させた。そして、比例との共通点や相違点など気付いたことを書かせ、発表させた。

<p>N先生とT先生が同時にW中を出発し、N先生は分速120m T先生は分速80mで1.8km離れたY図書館に向かう。</p> <p>このとき、次の問いに答えよう。</p> <p>(1) 5分後に二人が何m離れているか求めよう。</p> <p>(2) Y図書館にどのくらいの時間差で着くか求めよう。</p>	
---	--

実践⑩では、表、式、グラフそれぞれの長所・短所に気付かせるため、図8のように速さの違う二人が同時に1.8km先の目的地に向けて出発したという設定の問題について考えさせた。(1)は整数値になるため、表やグラフ

図8 実践⑩の問題

で表せば容易に読み取ることができることに気付かせた。次に(2)は整数値にならないため、表やグラフでは正確に求めることが難しく、式で求めることのよさに気付かせた。その後、表、式、グラフの長所・短所について話し合わせた。

なお、各時間におけるスロープ化は表4に示す。

表4 「活かす」過程においてスロープ化した部分

実践	前の学習	スロープ化を図った学習活動	先の学習
⑨	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> 実践①「関数関係の事象」 実践②～⑧「表、式、グラフ」 	<ul style="list-style-type: none"> 表、式、グラフを用いて事象が比例であるか調べ、自分の言葉でまとめる。 	
	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> 実践②～⑧「表、式、グラフ」 	<ul style="list-style-type: none"> 一次関数の事象について考える。 	<p>関数領域のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> 一次関数の事象を表、式、グラフで表す。
⑩	<p>単元内のつながり</p> <ul style="list-style-type: none"> 実践②～⑧「表、式、グラフ」 	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの事象について表、式、グラフを用いて考える。 表、式、グラフの長所・短所について話し合う。 	

(2) 結果と考察

実践⑨において、比例になるかどうかの見通しとして、これまでの学習を基に、表、式、グラフに表した際にどうなっていればよいか書けていた生徒が37名、自分が考えた方法で正しく調べることができた生徒は39名、さらに、調べた方法を通して自分の言葉でまとめることができた生徒が32名であった。学習後の生徒の感想には「比例の判断の仕方がよくわかった」「比例であるかを確かめるためにいろんな物が見える」など、比例の見分け方について書いた生徒が16名いた。

また、一次関数の事象についてグループで協力して、表、式、グラフに表す活動を行った。その際、この学習内容が2年の学習内容であることを知らせたところ、驚きとともに、「いけるな」「簡単じゃん」などの前向きな発言を聞くことができた(図9)。2年生で行う一次関数の事象を表、式、グラフで表現することができたことが嬉しそうであった。学習後の感想にも「2年生の勉強だったけれど簡単だった」「関数には比例以外の関係があることが分かりました」「原点を通らないが直線というグラフは比例ですか、反比例ですか?」「原点を通ってないのに直線なので疑問に思いました」「0を通らないこともあることを知った」「比例しているようでもしていないものがあったり、原点を通らないグラフがあることが分かりました」「2年の学習ができた」など、比例以外の関数について興味をもった生徒が15名いた。



図9 実践⑨におけるグループ活動の様子

実践⑩において、(1)の問題を解く際、表を用いて考えた生徒が32名、式を用いた生徒が17名、グラフを用いた生徒が3名であった。また、表で解いた生徒の中には、時間を x 、二人の距離の差を y とした生徒、時間を x 、Y図書館までの残りの距離を y とした生徒もいた。(2)については、関数関係を考察するために用いたものとして、最初、表を用いようとした生徒が数名いたが、 y を1800まで続けなくてはならず、また、 x が整数値にならないため、途中で「大変」「小数になる」と言ってやめ、式で解き直し始めた生徒がいた。さらに、グラフを読み取ろうとした生徒の中には、格子点を通らないため、目分量で読んだ生徒やグラフでは正確に求められないと気付いた生徒、グラフがずれて、式で解いた生徒と答えが違っていた生徒などがいた。その際、教師からの「グラフをかいて、あれ?と思ったらどうする?」の問いかけに「式で確かめる」と答えていた。そして、最終的には表を用いて解いた生徒が1名、式が38名、グラフが10名であった。その後、表、式、グラフの長所・短所について確認したところ、「表は数字が大きくなったり、小数になったりすると大変」「グラフは二人の差は求めやすいけれど整数値でないと読み取れない」「式は便利だけれど、何を x として何を y とするか考え立てるのが難しい」など、これまでの学習を振り返って、場面に応じて表、式、グラフのどれを用いばよいかについての意見が出されていた。感想にも「何を使えばよいか考え、使い分けていきたい」などが書かれていた。

事後アンケートでは、比例についてすべての生徒が「分かった」「まあまあ分かった」と回答した。理由としては説明の仕方を挙げている生徒が36%おり、これは生徒の思考の流れに沿った発問であったためと考えられる。また、表、式、グラフの関連や比例の特徴について挙げている生徒が30%、小学校とのつながりを挙げている生徒が20%おり、合わせて86%の生徒が関数領域のつながりや単元内のつながりを挙げている。この結果から、習得した知識・技能を用いて身の回りの事象を表現し考察するためにスロープ化を図ったことは有効であったと言える。実践⑨は、生徒から出された関数関係の事象を基に表現し考察したものであるが、身の回りの事象から生徒自身が関数関係を見付け出し、表現し考察する学習活動をより多く取り入れていく必要がある。表5は、抽出生徒が手だて3を通して身の回りの事象について習得した知識・技能を用いてどう表現し考察することができたかについての記述である。

表5 比例の見方を用いて関数関係を表現し考察した抽出生徒の記述

実践	項目	生徒㉞	生徒㉟	生徒㊱
⑨	比例の見通し	式に表して、 $y = ax$ になれば比例の関係と言える。	$y = ax$ の形が比例になるので式で考えた。	速さが2倍、3倍になって時間も2倍、3倍になれば比例している。
	正しく調べられた	調べられた	調べられた	調べられた
	自分の言葉でまとめる	予想したものは比例だった。 x をガソリンの量、 y	$y = ax$ の形になったので、比例の関係であるといえ	比例はしていなかった。速さを2倍、3倍しても

		を走れる距離とすると、 $y = 40x$ の式に表せた。それは、 $y = ax$ の形になるので⑤は比例の関係といえる。	る。	時間は2倍、3倍にならなかった。
	ワークシートの感想	比例の見付け方が分かりました。表、式、グラフの3つの方法で見付けることができたので、よかったです。	関数には比例以外の関係があることが分かりました。表、式、グラフで見付けた時、おもしろかったです。	友達が答えを教えてくださいたい分かりました。
⑩	(1)(2)で使ったもの 表、式、グラフの長所・短所についての主な記述	(1)式 (2)式 「表」の短所 答えに必要な部分を求めるまでに時間がかかる。	(1)式 (2)式 「グラフ」の短所 細かい数値が分かりにくい。 正確に表しづらい。	(1)表 (2)式 「式」の長所 $y = ax$ となっていたら比例だと分かる。
	ワークシートの感想	問題によって、式、表、グラフを使い分けた方がはやく、正確にかけることが分かりました。	比例は、身の回りのものにも使うことができることが分かったのでこれからも活用していきたいです。	よく分かりました。表、式、グラフの長所・短所の友達の発表をきいて「たしかに」と思うときがありました。
事後	比例について	「分かった」 班で話合ったりして楽しかったから。	「分かった」 比例のときの表、式、グラフの特徴が分かったから。	「分かった」 小学校のときもやっていたから。

生徒⑦は、実践⑨で一つの事象について調べた後、他の事象についても式で表し、比例になることを確かめていた。また、実践⑩において(1)(2)を式で考えた理由として「式の意味とその答えの意味を考えながら先に進むと分かりやすいから」と書いていた。生徒⑧は、実践⑨・⑩の感想や事後アンケートからも分かるように関数の中の一つとして比例をとらえるとともに、身の回りの事象について考えようとするなど、意欲面においても刺激を受けている様子がうかがえた。生徒⑨は、実践⑩の感想にもあるように、最初は表や式を使った理由として「分かりやすいから」などの抽象的な表現だけであったが、学習後はグラフの長所として「線が二つの場合、差のひらき方が分かる」など、表、式、グラフそれぞれの長所・短所について自分の考えを広げることができた。

このことから、スロープ化を通して、「つかむ」で扱った事象について比例かどうかを判断するために、これまで学習した表、式、グラフの知識を用いて調べるとともに、関数の中には比例でないものもあることに気付くことができ、2年次の学習にも興味をもたせ、一次関数の学習につなげることができた。そして、「追究する」で習得した知識・技能を基に、表、式、グラフで表し、比例の関係を見付け出したり、身の回りの事象について考え、比例の見方を用いて関数関係を表現し考察したりすることは、関数領域における数学的な見方や考え方を育成することに有効であった。

IX 研究の成果と課題

1 成果

- スロープ化を通して、身の回りの伴って変わる事象を基に、関数についてつかませ、追究した表、式、グラフの関連を活かして身の回りの事象について表現し考察させたことにより、関数領域のつながり、単元内のつながりを意識させながら関数領域における数学的な見方や考え方を育成することができた。
- 関数について学習する際、小学校で学習した伴って変わる二つの数量を基に、身の回りの伴って変わる事象を考えさせることで、生徒に興味・関心をもたせることができた。また、身の回りの変化する事象の中の一つとして関数があるということを意識させてつかませることができた。
- 比例について理解させる際、表とグラフの変化の様子をまとめて扱ったり、本来一次関数で学習する表、式、グラフから比例定数をとらえる内容を比例で取り入れたりすることにより、表、式、グラフの関連を追究させることができた。
- 身の回りの事象について考える際、これまで学習した表、式、グラフの知識を用いて調べさせ

ることができた。また、関数の中には比例でないものもあることに気付かせることができ、一次関数など先の学習につなげたり、興味をもたせることができた。さらに、表、式、グラフの長所・短所に気付かせることができ、身の回りの事象について考える際、どれを用いるのが効果的かなどを考えながら関数関係を表現し考察させることができた。

- 後日、理科の溶解度曲線の授業（水溶液を冷やすと、溶けきれなくなった分が結晶になって出てくるという内容）において、グラフはイメージしやすいが読み取る際、誤差が出ること、表は数値の誤差はないがイメージしにくいことを生徒がきちんと理解していたため、指導内容をスムーズに理解させることができたと担当教諭から報告があった。このことから、他教科における関数関係の考察にもつなげることができた。

2 課題

- 関数という言葉や数量を関数としてとらえることに難しさを感じている生徒もいた。ここでの学習は、これから始まる関数領域の学習の基礎となるものであり、比例や一次関数など様々な関係を学習していく中で常に関数を意識させていく必要がある。
- 式から比例かどうか判断できる便利さについて気付かせたかったが、文字を用いた式に対する苦手意識が強く、文章を文字を用いて立式することに苦心し、式の便利さを実感させることが不十分であった。他領域との関連についても意識した指導を充実させていく必要がある。
- 授業中の課題に対する理解はスムーズにできていたが、習得した知識・技能を定着させるための手だての工夫が必要である。家庭学習との関連を図りながら、定着させていく必要がある。
- 身の回りの事象について考察する学習を行ったが、課題の数が少なく、十分な考察ができなかった面もあった。さらに、様々な問題に取り組む時間を確保する必要がある。

X よりよい実践に向けて

「関数」という言葉については、この単元で初めて扱う言葉である。そのため、身の回りの事象について、関数というとらえ方をすることに難しさを感じている生徒がいる。様々な関数関係を学習する中で、常に関数に触れ、理解を深めていく必要がある。

スロープ化を図ることは、関数領域全体について必要なことである。比例だけにとどまらず、一次関数、関数 $y = ax^2$ 等についても前の学習、先の学習と生徒の思考の流れをどうつなげていくか考え、小・中・高の流れを見据えた系統的な関数領域の指導を考え、実践していく必要がある。

<参考文献>

- ・川上 公一 著 『中学校数学科 中1ギャップを撃退する指導のアイデア36』 明治図書 (2010)
- ・『教育科学／数学教育』 10月号特集「関数指導の難所・急所を克服する」 明治図書 (2011)
- ・『教育科学／数学教育』 3月号特集「中1ギャップ予防プログラム」 明治図書 (2013)
- ・『教育科学／数学教育』 6月号特集「“読み取る⇔表す” 数学的な表現指導」 明治図書 (2013)
- ・相馬 一彦 國宗 進 熊倉 啓之 編著 『略案で創る中学校新数学科の授業 第3巻「関数・資料の活用」編』 明治図書 (2011)
- ・東京都中学校数学教育研究会研究部 関数委員会 編著 『中学数学科 関数指導を極める』 明治図書 (2012)
- ・中村 忠男 編集 『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』 明治図書 (2000)

<研究協力者>

岡田 慎史 神山 悟 田村 真弓

<担当指導主事>

清水 義博 門倉 健

数学科学習指導案

平成〇年〇月〇日(〇)～〇月〇日(〇) 指導者 水谷 悦子

1 単元名 比例と反比例

2 考察

(1) 教材観

本単元は、中学校学習指導要領解説数学編第1学年の目標

(3) 具体的な事象を調べることを通して、比例、反比例についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

を受け、内容では「C関数」の中の

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

ア 関数関係の意味を理解すること。

イ 比例、反比例の意味を理解すること。

ウ 座標の意味を理解すること。

エ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

オ 比例、反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

とかかわって構成されている。

本単元では、小学校の学習内容との関連を図りながら、変域を負の数まで拡張し、比例と反比例を式の形でとらえなおすとともに、それぞれの特徴を理解し、比例や反比例が日常生活で使われる具体的な場面を通して、関数的な見方や考え方のよさを実感できるようにすることをねらいとしている。

生徒は、小学校算数科の第4学年から第6学年にかけて、数量の関係を□、△、 a 、 x などを用いて式に表し、それらに数を当てはめて調べたり、変化の様子を折れ線グラフで表し変化の特徴を読み取ったり、比例の関係を理解しこれを用いて問題解決したり、反比例の関係について理解したりしてきている。これらの学習を踏まえ、中学校数学第1学年では、関数関係についての理解を深め、比例の式 $y = ax$ 、反比例の式 $y = a/x$ について学習する。さらに第2学年では、一次関数 $y = ax + b$ 、第3学年では関数 $y = ax^2$ を学習し、高等学校数学における二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ ほか様々な関数にまで拡張していく。

これらいろいろな関数についての理解及びそれらの学習を通して養われる関数的な見方や考え方は、数学の様々な分野の学習においても自然現象や社会現象を考察したり理解したりする際にも重要な役割を果たす内容であり、学習の意義は大きいと考えられる。

3 研究とのかかわり

「はばたく群馬の指導プラン」によると「既習の知識や考え方等を活用して、課題解決すること」が課題とされ、その解決に向けて伸ばしたい資質・能力として「数学的な考え方を身に付けることができる」ことが挙げられている。そこで本研究では、関数領域における数学的な見方や考え方を育てることをテーマとし、そのための手だてとして、関数領域及び単元内のスロープ化を行うことを考えた。

これは、関数領域及び単元内において、今学習していることが、前に学習した内容とどうつながっているのか、さらに、先の学習とどうつながっていくのかを意識し指導するということである。本単元では、関数領域のつながりとして小学校の比例や2年次の一次関数とのつながりを意識した指導を行うとともに、単元内のつながりを意識した指導を行う。そして、このことにより、身の回りの事象や表、式、グラフとの関連を図り知識・技能を習得させ、それを用いて関数関係を表現し考察させる。

4 単元の見直し

事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

5 指導計画（全10時間予定）

評価 規 準	数学への 関心・意欲・態度	様々な事象を比例、反比例などでとらえたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。		
	数学的な見方や考 え方	比例、反比例などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。		
	数学的な技能	比例、反比例などの関数関係を、表、式、グラフなどを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身に付けている。		
	数量や図形などに ついての知識・理解	関数関係の意味、比例や反比例の意味、比例や反比例の関係を表す表、式、グラフの特徴などを理解し、知識を身に付けている。		
過程	時間	伸ばしたい資質・能力		主な学習活動
		活用させたい知識	思考力・表現力等	
「追 究 す る」	第1時	・小学校で学習した「伴って変わる」という二つの数量の見方	・身の回りの伴って変わる二つの事象を関数という見方でとらえ、「～は～の関数」とであると表現する力	・身の回りの伴って変わる二つの数量について考える。 ・関数関係の意味について知る。
	第2時	・小学校で学習した比例についての知識	・変域について考える力	・小学校で学習した比例について確認する。 ・比例の式や変域について知る。
	第3時	・xの値が2倍、3倍になるとyの値も2倍、3倍になること ・ $y = \text{「決まった数」} \times x$ の式になること	・事象を式で表し、比例の関係かどうか判断する力	・身の回りの事象を表や式で表し、比例の関係かどうか判断する。 ・式から比例だと判断する。
	第4時	・正負の数における反対向きの表し方	・xの変域を負の数に拡張したとき、比例の性質が成り立つかどうか考える力	・xの変域を負の数に拡張して、比例の関係を考える。
	第5時	・小学校で学習した平面上の点の位置は二つの長さの組で表すことができること。 ・正負の数で学習した数直線や温度計での負の数の表し方	・負の数を平面上で示すにはどうすればよいか考える力 ・座標を平面上で表す力	・平面上の座標の意味を理解し、座標を表したり読み取ったりする。
	第6時	・小学校で学習した比例のグラフ ・前時に学習した座標の表し方	・グラフの特徴について考え、自分の言葉でまとめる力 ・比例のグラフを簡単にかく方法を考え、それに基づいてかく力	・比例のグラフをかく。 ・比例のグラフの特徴をまとめ、簡単にかく方法について考える。
			・「文字と式」で学習した、	・yがxに比例するというこ

	第7時	代入して値を求める方法 ・一次方程式の解き方 ・グラフ上の点（座標）の読み取り	と $y = ax$ を結び付けることができる力 ・比例定数 a を求める方法を考える力 ・グラフを読み取り、それを基に式で表現する力	・グラフから式を求める。
	第8時	・前時までにかいた表、グラフ ・小学校で学習した（第2時で確認した）比例についての知識	・表とグラフの変化の様子を比較して考える力 ・比例定数が表しているものについて表、式、グラフを関連させて考える力	・表とグラフの変化の様子を調べる。 ・表、式、グラフの中の比例定数を見付け出す。
「活かす」	第9時	・「追究する」で学習した表、式、グラフによる比例の特徴	・表、式、グラフで表し、それを基に、なぜ比例の関係であると言えるか、自分の言葉で説明する力	・第1時で提示された関数関係の事象の中から比例と予想されるものを選び、表、式、グラフに表すことにより、比例の関係であることを示す。
	第10時	・「追究する」で学習した表、式、グラフによる比例の特徴	・根拠をはっきりさせて書いたり説明したりする力	・身の回りの事象について、表、式、グラフを使って表現し考察する。

6 本時の展開（1 / 10）

- (1) **ねらい** 身の回りの伴って変わる二つの数量に着目し、関数関係について理解することができる。
- (2) **準備** 教科書 ワークシート① 事象を書いた模造紙 一輪車
- (3) **展開**

学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 ☆関数領域のつながり ★単元内のつながり) ◇評価)
[学習課題] 身の回りの「伴って変わる」二つの数量について考えよう。		
○提示された身の回りの「伴って変わる」数量の中の二つの数量を書き出す。 ○全体で確認する。	15分	☆事前に行ったアンケートから、生徒が考えた伴って変わる二つの数量を取り上げ、提示する。 ・模型等を使って、「伴って変わる」ということを実感させることができるようにする。 ・事象を提示する際には、数値も含め提示する。 ・事象の中に伴って変わるとは限らない二つの数量を意図的に入れておき、それに気付かせることにより、「伴って変わる」という意味をより意識付けられるようにする。 ◎いくつかの事象について、二つの数量を書き出すことを一緒に行い、他の事象も同じように言い方を変えるよう伝える。 ・実物（一輪車）を使って例示することにより、各事象の中の決まっているもの（固定されているもの・与えられている条件）についても考えさせる。 ・Aが変わることにより（独立変数）Bも変わる（従属変数）ということ意識させる（※独立変数・従属変数の言葉はここでは扱わない）。
○伴って変わる二つの数量の中で、一方を一つに決めればもう一方も	15	☆「Aが変わればBも変わる」の中からAを一つに決めればBもただ一つに決まるものを選び、「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」という言い方に直させる。 ・Aを一つに決めてもBはただ一つに決まらない事象があることに気付かせる。（1対

<p>ただ一つに決まる数量を選んで書く。</p> <p>○全体で確認する。</p>	分	<p>1 対応でないものも事象の中に入れておく)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 1 対 1 対応でない事象についてなぜ、A を一つに決めても B はただ一つに決まらないのか確認する。
<p>○関数関係について理解する。</p>	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・ A を一つに決めれば B もただ一つに決まることを「B は A の関数である」ということを知らせる。 ・ A を一つに決めれば B もただ一つに決まることを「A は B の関数である」にならないよう再度、何が何によって一つに決まるか実物を基に説明し、A と B の関係について整理する。 ☆ 「A を一つに決めれば B もただ一つに決まる」を「B は A の関数である」という言い方に直させる。 ・ A の値を x、B の値を y として「y は x の関数である」という言い方を確認する。 ・ 変数について知らせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>◇身の回りの伴って変わる二つの数量に着目し、関数関係について理解することができる。(ワークシート)【知識・理解】</p> </div>
<p>○本時のまとめをする。</p>	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 関数についてまとめるとともに、身の回りの事象で、他にも関数関係にあるものについて考えさせ、書かせる。 ◎戸惑っている生徒には最初に提示された事象を基に考えるよう助言する。 ・ 考えたものが関数関係であるかどうか確かめるためには、A に具体的な数字を当てはめたときに B がただ一つに決まるかどうか考えればよいことを知らせる。

7 板書計画

課題 「ともなって変わる」二つの数量について考えよう。		事前アンケートから出されたものを 基に提示する			
決まっているもの	「A が変われば それともなって B も変わる」		「A を一つに決めれば B もただ一つに決まる」		「B は A の関数である」
	A	B	A	B	
タイヤ 1 周の長さ	こぐ回数	進む距離	こぐ回数	進む距離	→ 自転車の進む距離はこぐ回数の関数である
120km の道のり	速さ	時間	速さ	時間	→ 120km の距離を進むとき時間は速さの関数である
底辺が 7 cm の平行四 辺形	高さ	面積	高さ	面積	→ 底辺が 7 cm の平行四辺形の面積は高さの関数である
縦の長さが 3 cm の長 方形	横の長さ	周の長さ	横の長さ	周の長さ	→ 縦の長さが 3 cm の長方形の周の長さは横の長さの 関数である
正方形	1 辺の長さ	面積	1 辺の長さ	面積	→ 正方形の面積は 1 辺の長さの関数である
○線の上りで Y 駅から	電車の運賃	行き先	×	×	
1 L で 40km 走る自動 車	ガソリンの量	走れる距離	ガソリンの量	走れる距離	→ 1 L で 40km 進む自動車の走れる距離はガソリンの 量の関数である
1 日 (24 時間)	昼の長さ	夜の長さ	昼の長さ	夜の長さ	→ 1 日のうちで夜の長さは昼の長さの関数である

まとめ

A
 x の値を一つに決めれば

 変数

B
 y の値もただ一つに決まる → y は x の関数である

6 本時の展開 (2 / 10)

- (1) ねらい 比例の式や比例定数、変域について理解することができる。
 (2) 準備 教科書 事前アンケート ワークシート② 容器 水
 (3) 展開

学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 (☆関数領域のつながり ★単元内のつながり) ◇評価)
○前時に行った身の回りの関数関係について確認する。	15分	<ul style="list-style-type: none"> 関数関係であるかどうか確かめるためには、一方(x)を一つに決めたとき、もう一方(y)もただ一つに決まるか具体的な数字を当てはめて考えればよいことを知らせるとともに、決まっている数の大切さにも気付かせる。 前時のAとBを逆にした場合どうなるか、電車の運賃と行き先の関係の事象も含めて考えさせ、逆にしても1対1対応であるもの、そうではないものについて考えさせる。 前時に提示された事象以外に、身の回りにはどんな関数関係にあるものがあつたか発表させることにより、関数という見方を再度意識させ、その中の一つの関係についてこれから学習していくことを知らせる。
○小学校で学習した比例について確認する。 <確認すること> <ul style="list-style-type: none"> xの値をm倍すればyの値もm倍になる。 xの値を1/mにすれば、yの値も1/mになる。 $y \div x$の値が「決まった数」※$x \neq 0$ xが1のときのyの値が「決まった数」 グラフは、0の点を通る直線になる。 	15分	<ul style="list-style-type: none"> ☆事前アンケートに書いた、表、式、グラフについて知っていること、気付いたことをグループで発表し合い確認させる。 ◎事前アンケートに表、式、グラフについて知っていること、気付いたことを書くことができなかった生徒は、グループで友達の発表を聞いて確認するよう助言する。 ☆事前アンケートの事象が比例の関係の事象であることを確認させた後、比例について知っていることをまとめる。 今後の学習においても考える事項なので、ここでは、生徒から出されたもののみ確認する。 ★第8時のグラフにおける比例定数を見付け出すことにつなげる。
【学習課題】 比例の式や変域について知ろう。 ○比例の式について知る。 ○変域について知る。	10分	<ul style="list-style-type: none"> ☆$y = \text{「決まった数」} \times x$の「決まった数」を「a」に変えること、aを比例定数と呼ぶことを伝える。 ★第3時の$y = ax$であれば比例ということができると、第7時のyがxに比例するときの比例の式を求めるとのつながりを意識する。 容器の深さを示し、実際に水を入れて見せ、入れることができる水の深さには限界があることに気付かせる。 容器の深さが32cmでいっぱいになったら水を止めるとすると、何分までしか入れられないか考えさせ、なぜそう考えたのか理由も書かせる。 変域に従って、表、グラフはどう表現するか確認する。 変域の意味について知らせる。 xとyの値の変域を不等号を用いて表すことを知らせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> ◇比例の式や比例定数、変域について理解することができる。 (ワークシート)【知識・理解】 </div>
○変域を表す練習問題を解く。	10分	<ul style="list-style-type: none"> 以上、以下、未満などの不等号による表し方を確認する。

7 板書計画

課題

これまでに学習した比例と値の範囲について考えよう。

1分間に4cmの深さになるよう容器に水を入れます。このとき、入れる時間をx分、深さをycmとして、次の問いに答えよう。

<表>

x	0	1	2	3	4
y	0	4	8	12	16

<式>

$$y = 4 \times x$$

$$(y = 4x)$$

<比例について知っていること>

- xの値をm倍すればyの値もm倍になる。
- xの値を1/mにすればyの値も1/mになる。
- $y \div x$ が「決まった数」
- ※ $x \neq 0$
- xが1のときのyの値が決まった数
- グラフはOを通る直線になる。

◎容器の深さが32cmだったら？

8分間までしか水を入れられない
(なぜ?)

xが8のときにyが32になるから
yのところに32を代入するとxが8になるから

xは0(分)から8(分)まで $0 \leq x \leq 8$

yは0(cm)から32(cm)まで $0 \leq y \leq 32$

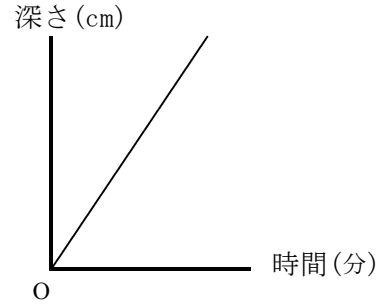
比例の式

$$y = \frac{\text{「決まった数」}}{\text{変数}} \times \frac{x}{\text{変数}}$$

↓
a
比例定数

$$y = \underline{a}x$$

<グラフ>



変数のとりうる値の範囲 \iff その変数の変域

6 本時の展開 (3 / 10)

- (1) ねらい 表からだけでなく、式からも比例であることを判断することができる。
- (2) 準備 教科書 ワークシート③
- (3) 展開

学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 <☆関数領域のつながり★単元内のつながり> ◇評価)
○前時までの確認をする。	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・前時までに学習した比例の関係であれば、xの値を2倍、3倍にするとyの値も2倍、3倍になるということと、比例であれば、$y = ax$という式になることを確認する。
<p>[学習課題] 比例の関係かどうか簡単に判断する方法を考えよう。</p> <p>○身の回りの事象を表や式で表し、比例の関係かどうか判断する。</p> <p>・表で表してxの値が2倍、3倍になると、yの値も2倍、3倍になるかどうか。</p> <p>・式が$y = ax$の形になっているかどうか。</p> <p>・表で判断するのは大変だ。</p> <p>○式から比例だと判断できることに気付く。</p> <p>・表でxの値が2倍、3倍になるとyの値も2倍、3倍になるものは、式で表すと$y = ax$の形になっている。</p>	15分	<ul style="list-style-type: none"> ・いくつかの事象を提示し、比例の関係であるかどうか判断するにはどうすればよいか考えさせる。 ☆表と式で表すことにより、どちらでも（表だけでも式だけでも）比例であることを確認することができるようにする。 ・表でxの値を2倍、3倍にするとyの値も2倍、3倍になる場合、式に表すと$y = ax$の形になることに気付かせる。 ☆小学校の比例で学習した$y = \text{「きまった数」} \times x$と同様に、$y = ax$で表すことができれば、比例と言うことができることに気付かせる。 ・事象が比例の関係であるかどうか簡単に判断するには表と式のどちらで表せばよいか考えさせる。 ・式で判断した方が簡単であることに気付かせる。 ★$y = ax$の式で表せれば比例と言えるということを意識させる指導を丁寧に行うことにより、第7時の比例の式を求める際に、「yはxに比例する」という言葉から$y = ax$という立式をスムーズに想起させられるようにする。
<p>○式で表すことにより比例であるかどうか判断する。</p> <p>○まとめる。</p>	15分	<ul style="list-style-type: none"> ・いくつかの事象を提示し、式から比例の関係であるかどうか判断させる。 ◎比例かどうか判断させる前に、全体でそれぞれの式を確認することにより、文章から式が立てられない生徒も式から比例かどうか判断できるようにする。その後、表を作って確認させる。（表と式との関連に気付くことができるようにさせる） ◎事象を表で表すことができない生徒には、具体的な数字をxに当てはめて、yが何になるか考えるよう助言する。 ・比例であることを確認した後、比例定数がいくつで何を表しているか考えさせる。 ・比例であれば$y = ax$という式になること、逆に式が$y = ax$の形になれば、比例だということをまとめる。 <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">◇式で表すことにより、比例の関係であることを示すことができる。（ワークシート）【技能】</p>
○練習問題を解く。	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・問題に記されている数値がそのまま比例定数にならない問題も入れておく。

7 板書計画

課題

比例の関係かどうか簡単に判断する方法を考えよう。

比例の関係かどうか簡単に判断するには?!
式に表して $y = ax$ の形になるか調べればよい

xの値を2倍、3倍・・・→ → $y = ax$
yの値も2倍、3倍・・・← ← 比例

(1)

x	0	1	2	3	4	$y = 3x$
y	0	3	6	9	12	

(2)

x	0	1	2	3	$y = 18.5x$
y	0	18.5	37	55.5	

(3)

x	0	1	2	3	$y = 187x$
y	0	187	374	561	

① $y = 60x$ 比例定数60 縦の長さ

② $y = \pi x^2$

③ $y = 4x$ 比例定数 速さ

④ $y = 12x$ 比例定数 底辺の長さ

⑤ $y = 2x + 8$

～共通していること～
式に表すと $y = ax$ の形になっている

比例かどうか式で判断すると
簡単

6 本時の展開 (4 / 10)

- (1) **ねらい** xの変域が負になる比例について、表や式に表し、xの変域を負の数に拡張しても正の数と同じ性質が成り立つことに気付く。
- (2) **準備** 教科書 ワークシート④
- (3) **展開**

学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 〈☆関数領域のつながり★単元内のつながり〉 ◇評価)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>[学習課題] yがxに比例する事象において、xの変域を負の数に拡張したとき、変域が正の数の場合と同じ性質が成り立つか考えよう。</p> </div>		
○ xの変域が正の数の場合の比例の関係を考える。	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 小学校で学習した内容と同様、時速2kmで東に進む場合のP地点を通過してからの時間をx時間、P地点から進んだ道のりをykmとしたときのyをxの式で表させる。 ★ $y = ax$の形になることから、比例の関係であることに気付かせる。 ☆ $y = 2x$が比例といえることを確かめるために、小学校で学習した比例の性質を想起させ、表に表してxの値を2倍、3倍にするとyの値も2倍、3倍になっていることから、比例であることを確認する。
○ xの変域を負の数に拡張して、比例の関係を考える。	15分	<ul style="list-style-type: none"> ・ P地点を通過する1時間前はP地点からどちらの方向に何kmのところにいるか、正負の数を想起させながら考えさせることにより、-1時間、-2kmと表すことができるようにさせる。 ・ 変域が正の数である $y = 2x$の表を基に、変域が負の数の場合について考えさせる。 ☆ 小学校で学習した比例の、「xの値をm倍すれば、yの値もm倍になる」という性質を用いて、xの変域が負の数の場合においても、比例の性質(xの値をm倍すれば、yの値もm倍になる)が成り立つか考えさせる。
○ 比例定数が負の数の場合の比例の性質を考える。	15分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 比例定数が負の数の式を提示し、その式の表をかかせる。 ・ 比例定数が正の数の場合を基に、比例定数が負の数においても比例の性質が成り立つか考えさせる。 ・ 比例定数が正の数のもとの負の数のものであることについて、自分で考えた式で性質を調べさせることにより、比例定数が正の数、負の数どちらであっても比例の性質が成り立つことを確認させる。
○ 学習のまとめをする。	10分	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>◇ xの変域が負になる比例について、表や式に表し、xの変域を負の数に拡張しても正の数と同じ性質が成り立つことに気付くことができる。(ワークシート)【知識・理解】</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ★ 小学校で学習した比例のグラフ、正負の数で学習した数直線を基に、変域が負の数に及ぶ比例のグラフはどうなるか予想させることにより、次時からのグラフのかき方につなげられるようにする。

7 板書計画

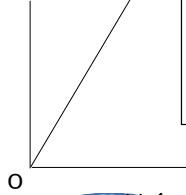
課題

y が x に比例する場合、x の変域を負の数にひろげて考えてみよう。

(式) $y = 2x$

x 時間	0	1	2	3	4	5	6
y km	0	2	4	6	8	10	12

(グラフ)



<まとめ>

変数 x、y の関係が $y = ax$ という式で表されるとき、

- ・ x の変域を負の数にひろげても
- ・ 比例定数 a が負の数の場合でも

正の数の場合と同じ性質が成り立つ

X の値を 2 倍、3 倍にすると、
y の値も 2 倍、3 倍になる

x 時間	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y km	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12

グラフはどうなるかな？

(式) $y = -2x$

x 時間	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y km	12	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10	-12

グラフはどうなるかな？

6 本時の展開 (5 / 10)

- (1) **ねらい** 平面上の点の座標の意味を理解し、平面上の点を座標を用いて表したり、座標から点を表したりすることができる。
- (2) **準備** 教科書 ワークシート⑤ グラフ用紙 OHC
- (3) **展開**

学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 <☆関数領域のつながり★単元内のつながり> ◇評価)
<p>[学習課題] たかしさんとひろきさんは一緒に演奏会に行く約束をした。たかしさんがチケットをとったところ、ひろきさんは下の図(学習プリントNo.5参照)の場所になった。たかしさんは電話でその場所を伝えることにした。たかしさんはひろきさんにどう伝えるかな。</p>		
<p>○ものの位置の表し方について考える。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: fit-content;"> <ul style="list-style-type: none"> ・前から何列目か。 ・右(左)から何番目か。 </div>	<p>10分</p>	<ul style="list-style-type: none"> ☆小学校4年生のときに学習した「位置の表し方」を想起させる。 ・座席の位置を表す時にはどんな情報が必要か考えさせる。 ・ものの位置を表す時には最低限二つの情報が必要であることに気付かせる。
<p>[学習課題] ある時間から6時間後の気温は3℃だった。ある時間より2時間前は-1℃だった。この二つを示すにはどうすればよいか。</p>		
<p>○座標について知る。</p>	<p>20分</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・負の数を表すにはどうすればよいか考えさせる。 ・正負の数で学習した負の数の表し方(数直線・温度計)を想起させる。 ☆点Pの座標の表し方について小学校で学習した「位置の表し方」を基に考えさせる。 ・原点(O)、x軸、y軸、x座標、y座標、座標などの言葉について知る。 ・x座標、y座標はそれぞれ原点から移動した距離であることを押さえる。
<p>○練習問題を解く。</p>	<p>20分</p>	<ul style="list-style-type: none"> ★座標の読み取りの問題や座標を示す問題を正確にできるようにさせることにより、第6時の比例のグラフをかくことや第7時のグラフから式を求める方法の考察につなげる。 ・座標を利用して絵(図)をかく。 ・座標を利用した絵(図)はレベル1(座標が5個程度)、レベル2(座標が15個程度)、レベル3(座標が30個程度)用意しておき、自分で選択してできるようにしておく。 ・自分で絵(図)を考えて示してもよいことを知らせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>◇平面上の点の座標の意味を理解することができる。 (ワークシート)【知識・理解】</p> <p>◇平面上の座標を読み取ったり示したりすることができる。 (ワークシート)【技能】</p> </div>

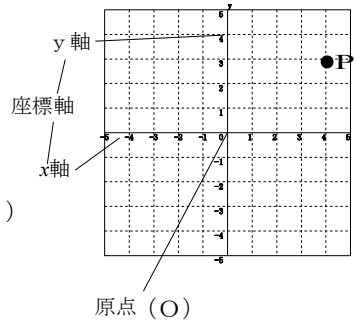
7 板書計画

課題

ものの位置の表し方について考えよう。

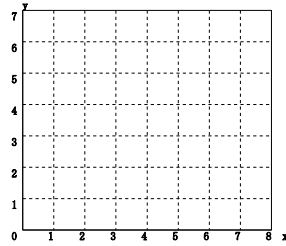
(座席の図)
(学習プリント
No. 5参照)

(どう伝える?)
○列目の前から△番目
(もとの位置を伝えるには?)
縦と横の二つの情報が必要

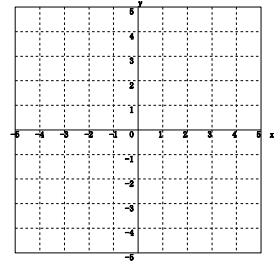


4を点Pのx座標
3を点Pのy座標
(4, 3)を点Pの座標
原点から右へ4上へ3だけ
進んだところにある点P

ある時間から6時間後は3℃
ある時間から2時間前は-1℃



(練習問題の答え)



6 本時の展開 (6 / 10)

- (1) **ねらい** 比例のグラフをかくことができるとともに、その特徴について気付くことができる。
- (2) **準備** 教科書 ワークシート⑥ グラフ用紙
- (3) **展開**

<p>学習活動</p> <p>予想される生徒の反応</p>	<p>時間</p>	<p>指導上の留意点及び支援・評価</p> <p>(◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 (☆関数領域のつながり ★単元内のつながり) ◇評価)</p>
<p>[学習課題]</p> <p>比例のグラフのかき方とその特徴について考えよう。</p>		
<p>○第4時に扱った事象について、その表を基にグラフをかく。</p>	<p>15分</p>	<p>★表で表された x、y の組が座標を表しているとともに、式の x に代入したときの y の値であることを確認することにより、第7時の一組の x、y の値から式を求める学習につなげられるようにする。</p> <p>★第2時で学習したグラフを想起させ、表の値と値の間（座標と座標の間）はどうなっているかについて考えさせる。</p> <p>★第4時で取り上げた事象のグラフをかかせることにより、一つの具体的な事象について表、式、グラフで表現できるようにさせる。</p> <p>・比例のグラフにはどんな特徴があるか考えさせる。</p>
<p>○比例定数が負の数（負の整数）について、その表とグラフをかく。</p> <p>・やっぱり直線だ。</p> <p>・正の数の場合とグラフの向きが違うな。</p> <p>○自分で考えた比例の式についてグラフをかく。</p> <p>○比例のグラフの特徴についてまとめる。</p>	<p>10分</p>	<p>★第4時で取り上げた比例定数が負の数（負の整数）の式について、比例定数が自然数の場合と同様に、表から座標を取り、自分でグラフをかくことができるようにする。</p> <p>・比例定数が負の数の場合についても比例定数が自然数の際に考えたグラフの特徴が当てはまるか、また違うところは何か考えさせ、書かせる。（右上がり、右下がりについては第8時に確認する）</p> <p>・グラフの特徴について自分の言葉でまとめさせる。</p> <p>・自分でかいたグラフだけでなく、友達がかいたグラフと比較することにより、予想した特徴が他の比例のグラフにも当てはまるかどうか確認させる。</p>
<p>○比例定数が分数の場合のグラフのかき方について考える。</p> <p>・分数だと点が表せないな。</p> <p>・x、y の値が整数の点をとればいいんだよ。</p>	<p>10分</p>	<p>★比例定数が整数の場合と同じように考えさせる。</p> <p>・表に表すことにより、比例定数が整数の場合と異なり、座標平面上に正確に表すことができない x、y の値の組があることに気付かせる。</p> <p>・どの点をとればよいか考えさせる。</p>
<p>○比例のグラフを簡単にかく方法について考える。</p> <p>・全ての点をとらなくても、2点があれば直線がかける。</p> <p>・比例のグラフは原点を通る直線だから2点のうちの1点は原点だ。</p>	<p>10分</p>	<p>・直線は2点が決まれば一つに決まることに気付かせる。</p> <p>・比例のグラフの特徴（原点を通る直線）から、2点のうちの1点は原点であることに気付かせる。</p> <p>★表を使わず式からグラフをかく方法についても考えさせることにより、第8時のグラフにおける比例定数を見付け出すことにつなげる。</p> <p>・比例のグラフのかき方について自分の言葉でまとめさせる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>◇比例のグラフをかくことができる。(ワークシート) 【技能】</p> <p>◇比例のグラフの特徴について気付くことができる。(ワークシート)</p> <p>【知識・理解】</p> </div>
<p>○練習問題を解く。</p>	<p>5分</p>	<p>・比例定数が、整数、分数など様々な問題を解かせる。</p> <p>◎式から直接グラフをかくことができない生徒は、表を作って、それを基にグラフをかいてもよいことを知らせる。</p>

7 板書計画

課題
比例のグラフのかき方とその特徴について考えよう。

(式) $y = 2x$

(表)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

(式) $y = -2x$

(表)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2	-4	-6

(式) $y = \frac{2}{3}x$

(表)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-2	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2

—共通点—

- ・原点を通っている
- ・直線

—相違点—

- ・グラフの向きが違う

2点に分かれれば直線が引ける

比例のグラフは・・・
原点を通る直線

比例のグラフをかくには・・・
原点と原点以外に通る1点に分かれればかくことができる

6 本時の展開 (7 / 10)

- (1) **ねらい** y が x に比例するときの一組の x 、 y の値やグラフから比例の式を求めることができる。
- (2) **準備** 教科書 ワークシート⑦
- (3) **展開**

<p>学習活動</p> <p>予想される生徒の反応</p>	<p>時間</p>	<p>指導上の留意点及び支援・評価</p> <p>(◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 (☆関数領域のつながり ★単元内のつながり) ◇評価)</p>
<p>[学習課題]</p> <p>y が x に比例するとき、一組の x、y の値から y を x の式で表そう。</p> <p>○一組の x、y の値から式で表す方法を考える。</p>	<p>20分</p>	<p>・一組の x、y を様々な形 {(1) 表、(2) 式を示し、$x = \bigcirc$ のとき $y = \square$、(3) グラフ上の1点 (\bigcirc, \square)、(4) 文章} で提示する。</p> <p>・(1) ~ (4) に共通していること (y が x に比例している、y を x の式で表そう) を考えさせる。</p> <p>★第2時と関連させて、y は x に比例するということから、$y = ax$ という式になることに気付かせる。</p> <p>★第3時と関連させて y を x の式で表すということはどのような形になることか確認させる。</p> <p>・変数と比例定数について確認し、式を求めるためには、比例定数 (a) の値を求めればよいことに気付かせる。</p> <p>★提示の仕方 (表現の仕方) は様々であるが、第6時と関連させて、どれも一組の x、y の値を示していることに気付かせる。</p> <p>◎代入ができない生徒には、簡単な方程式の計算方法を想起させる。</p> <p>★第6時と関連させ、分かっている1点からグラフをかかせ、比例定数が正の数と負の数の場合の違いについて確認させる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>◇ y が x に比例するとき、一組の x、y の値から y を x の式で表すことができる。(ワークシート) 【技能】</p> </div>
<p>[学習課題]</p> <p>グラフから式を求める方法を考えよう。</p> <p>○グラフから式を求める方法を考える。</p>	<p>20分</p>	<p>・座標は示していなくても、グラフ上の点を読み取れば、一組の x、y の提示の仕方 (3) と同じであることに気付かせる。</p> <p>★代入しなくても比例定数が分かることを投げかけ、第8時のグラフにおける比例定数を見付け出すことにつなげる。</p> <p>・5種類の式が書いてあるカードを用意し、各班 (4~5人) に一組ずつ配る。順に「カードを引きそのグラフをかく」「その式のグラフが合っているか確認する」「かかれたグラフを見て式を当てる」「その式が合っているかどうか確認する」に分かれ、式からグラフをかいたり、グラフから式を求めたりする練習をする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>◇ 比例のグラフから式を求めることができる。(ワークシート) 【技能】</p> </div>
<p>○練習問題を解く。</p>	<p>10分</p>	<p>・一組の x、y の値から式を求めたり、グラフから式を求めたりする問題など様々な問題を用意する。</p>

7 板書計画

課題

yがxに比例するとき、yをxの式で表そう。

yがxに比例している

$$y = a x$$

① $y = a x$
 $-6 = a \times 3$
 $-6 = 3 a$
 $3 a = -6$
 $a = -2$

$$y = -2x$$

② $y = a x$
 $-6 = a \times (-4)$
 $-6 = -4 a$
 $-4 a = -6$
 $a = \frac{-6}{-4}$
 $a = \frac{6}{4}$
 $a = \frac{3}{2}$

$$y = \frac{3}{2}x$$

yをxの式で表す

比例定数を求める

③ $y = a x$
 $1 = a \times (-2)$
 $1 = -2 a$
 $-2 a = 1$
 $a = -\frac{1}{2}$

$$y = -\frac{1}{2}x$$

④ $y = a x$
 $2 = a \times 5$
 $2 = 5 a$
 $5 a = 2$
 $a = \frac{2}{5}$

$$y = \frac{2}{5}x$$

比例の式を求めるには・・・

y = a x の式に x、y の値を代入して比例定数 a を求めればよい。

課題

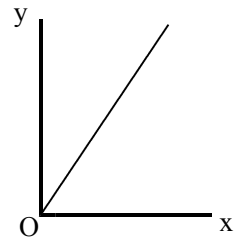
グラフから式を求める方法を考えよう。

グラフ上の1点の座標が分かれば求めることができる

↓
 グラフ上の1点(整数)の座標を読み取る

↓
 y = a x の x、y に代入

(3, 5) を通る



原点を通る直線 → 比例のグラフ → y = a x

$$1 = a \times 2$$

$$1 = 2 a$$

$$2 a = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

グラフから式を求めるには・・・

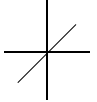
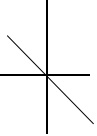
グラフ上の1点の座標を読み取り、y = a x の式に x、y の値を代入して比例定数 a を求めればよい。

6 本時の展開 (8 / 10)

- (1) ねらい 比例の表、グラフの変化の様子と表、式、グラフの対応を理解することができる。
- (2) 準備 教科書 ワークシート⑧
- (3) 展開

<p>学習活動</p> <p>予想される生徒の反応</p>	<p>時間</p>	<p>指導上の留意点及び支援・評価</p> <p>(◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 〈☆関数領域のつながり ★単元内のつながり〉 ◇評価)</p>
<p>○表とグラフの変化の様子を調べる。</p>	<p>15分</p>	<p>★これまでかいてきた表とグラフを振り返らせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ aを比例定数として、$a > 0$ の場合、$a < 0$ の場合の表を比較させ、値の変化の様子について、共通点 (x の値を2倍、3倍にすれば y の値も2倍、3倍になる)、相違点 ($a > 0$ の場合→ x が増加すれば y も増加する、$a < 0$ の場合→ x が増加すれば y は減少するなど) を自分の言葉でまとめさせる。 ・ $a > 0$ の場合、$a < 0$ の場合のグラフを比較させ、変化の様子について、共通点 (原点を通る直線)、相違点 ($a > 0$ の場合→ x が増加すれば y も増加する、$a < 0$ の場合→ x が増加すれば y は減少する) を自分の言葉でまとめさせる。 ・ グラフにおいて、$a > 0$ の場合→右上がり、$a < 0$ の場合→右下がりということを押さえる。 <p>◇値の変化の様子について、表とグラフから理解することができる。 (ワークシート) 【知識・理解】</p>
<p>○表、式、グラフの中の比例定数を見付け出す。</p> <p>○グループで話し合わせる。</p>	<p>25分</p>	<p>・ 比例定数が正の数 (整数、分数) の場合、負の数 (整数、分数) の場合の表、式、グラフを基に、比例定数が、表、式、グラフのどこに現れているか考えさせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 表、式、グラフにかき込ませる。 ・ 自分の言葉でまとめさせる。 <p>☆◎小学校で学習した「決まった数」が表しているものを想起させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 比例定数が表しているものについて考えさせる。 ・ x が1のときの y の値が比例定数ということから、表と式とを見比べることにより、比例定数は比例の式の x に1を代入したときの y の値であることを気付かせる。 <p>◇比例定数が表しているものについて理解することができる。 (ワークシート) 【知識・理解】</p>
<p>○全体で確認し、学習のまとめをする。</p>	<p>10分</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 増加と減少について、比例定数が表しているものについてそれぞれ確認する。

7 板書計画

課題 表とグラフの変化のようすについて考えてみよう。		課題 比例定数を見付け出そう。																	
	表	グラフ																	
全ての比例定数	xの値を2倍、3倍にすると yの値も2倍、3倍になる	原点を通る直線	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-3</td> <td style="padding: 2px;">-2</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y</td> <td style="padding: 2px;">-6</td> <td style="padding: 2px;">-4</td> <td style="padding: 2px;">-2</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">6</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$y = 2x$</p>	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y	-6	-4	-2	0	2	4	6
x	-3	-2	-1	0	1	2	3												
y	-6	-4	-2	0	2	4	6												
比例定数が正の数	xの値が増加すればyの値も増加する	 右上がり	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y</td> <td style="padding: 2px;">a</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">a</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$y = ax$</p>	x	-1	0	1	y	a	0	a								
x	-1	0	1																
y	a	0	a																
比例定数が負の数	xの値が増加すればyの値は減少する	 右下がり	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y</td> <td style="padding: 2px;">a</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">-a</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$y = ax$</p>	x	-1	0	1	y	a	0	-a								
x	-1	0	1																
y	a	0	-a																

6 本時の展開 (9/10)

- (1) **ねらい** 関数関係の事象の中から表、式、グラフを用いて、比例であることを示すことができる。
- (2) **準備** 教科書 ワークシート⑨ 第1時で用いた事象が書かれた模造紙 グラフ用紙
- (3) **展開**

<p>学習活動 予想される生徒の反応</p>	<p>時間</p>	<p>指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 (☆関数領域のつながり★単元内のつながり) ◇評価)</p>
<p>[学習課題] 関数関係の事象の中から、比例の関係にあるものを見付け出して示そう。</p>		
<p>○関数関係の事象の中から比例の関係になっていると考えられるものを挙げる。</p>	<p>10分</p>	<p>☆★第1時で示された関数関係の事象をもう一度提示する。 ・比例の関係になりそうな事象を選ばせる。</p>
<p>○比例ということを示すにはどうすればよいか考える。</p> <p>・表に表し、xの値が2倍、3倍になったとき、yの値も2倍、3倍になればよい。 ・式に表し、$y = ax$になればよい。 ・グラフに表し、原点を通る直線になればよい。</p> <p>○グループで発表し合う。</p> <p>○まとめる。</p>	<p>25分</p>	<p>・なぜ、それが比例の関係だと言えるのか、本当に比例の関係になるかどうか、何を示せばよいか(根拠となるもの)を考えさせる。 ★何を示してどうなれば比例とすることができるか見通しをもたせる。 ★これまでの学習で、比例にはどんな特徴があったか想起させる。 ◎何を示せばよいか分からない生徒には、『○○』に表し、『△△』になれば、比例の関係であると言える」の○○と△△の中に何を入れればよいか考えさせる。 ・何をxとして何をyとするか明記させる。 ◎☆何をxとして何をyとしたらよいか分からない生徒には、第1時に学習した「Aを一つに決めればBもただ一つに決まる」を想起させる。 ・最初は表、式、グラフのどれで表してもよいことを伝える。できたら、ほかの方法でも表現させる。 ・できた生徒には、ほかに比例の関係になるものはないか考えさせ、確認させる。 ★表、式、グラフで表し、それを基になぜ比例の関係であると言えるか、自分の言葉で説明させる。 ・比例の関係にならなかった場合、その理由を説明させる。 ・同じものであっても、再度自分の言葉で説明することを伝える。 ・表、式、グラフそれぞれについてまとめさせる。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">◇関数関係の事象の中から表、式、グラフを用いて、比例であることを示すことができる。(ワークシート、発表)【見方・考え方】</p>
<p>○ほかの関数関係についても考える。</p> <p>・xの値を2倍、3倍してもyの値は2倍、3倍にならない。 ・$y = ax$にならない。 ・比例と同じ直線だ。 ・原点は通らない。</p>	<p>15分</p>	<p>・一次関数の事象について、表、式、グラフで表すとどうなるか、グループで考えさせ、気付いたことを話し合わせる。 ☆2年次で学習する一次関数の事象を扱うことにより、比例は関数関係の中の一つであり、ほかのものもあることに気付かせるとともに、2年次の学習につなげる。</p>

7 板書計画

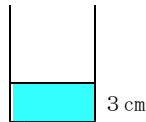
課題

比例の関係にあるものを見付け出して示そう。

比例の関係かどうか判断するためには・・・

<表>に表して「xの値を2倍、3倍・・・すると
yの値も2倍、3倍・・・」になる。
<式>に表して「 $y=ax$ 」になる。
<グラフ>に表して「原点を通る直線」になる
かどうか調べればよい。

深さ3cmのところまで水が入っている水そう
に1分間に深さが2cmずつ増加するように水を入
れる。このとき、水の深さは水を入れ始めて
からの時間の関数である。



xの値を一つに決めれば、それにもなってyの値もただ一つに決まる

↓

yはxの関数である

- 120kmの道のりを進むとき時間は速さの関数である。
- 底辺が7cmの平行四辺形の面積は高さの関数である。
- 縦の長さが3cmの長方形の周りの長さは横の長さの関数である。
- 正方形の面積は1辺の長さの関数である。
- 1Lで40km進む自動車の走れる距離はガソリンの量の関数である。
- 1日のうちで夜の長さは昼の長さの関数である。

6 本時の展開 (10 / 10)

- (1) **ねらい** 身の回りの事象について表、式、グラフを用いて表現し考察する。
- (2) **準備** 教科書 ワークシート⑩ グラフ用紙
- (3) **展開**

学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ☆★スロープ化を意識した支援 (☆関数領域のつながり ★単元内のつながり) ◇評価)
<p>[学習課題] 表、式、グラフを用いて身の回りの事象について考えよう。</p>		
<p>N先生とT先生が同時にW中を出発し、N先生は分速120m、T先生は分速80mで1.8km離れたY図書館に向かう。 このとき、次の問いに答えよう。</p> <p>(1) 5分後に二人が何m離れているか求めよう。 (2) Y図書館にどのくらいの時間差で着くか求めよう。</p>		
<p>○自力解決をする。</p> <p>(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表で表してみよう。 ・式で求めてみよう。 ・グラフに表してみよう。 <p>(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表だと大変だ。 ・式なら求められる。 ・グラフだと読み取れない。 	25分	<ul style="list-style-type: none"> ・分かっていることを整理させる。 ・何(x)が変われば何(y)も変わるか、それは関数関係になっているか確認させる。 ・「同時に出発した」ということと、速さはm/分、道のりはkmであるため、単位をそろえる必要があることを確認させる。 ・何(表、式、グラフ)を使って考えるかは自由であることを伝える。 ◎ どうしたらよいか分からない生徒には、まず、表をかいてみるよう伝える。 ★ 表、式、グラフを基にそれぞれ比例の関係であることに気付かせる。 ・(1)と(2)は使うものが違ってよいことを伝える。 ★ 答えだけではなく、なぜそれ(表、式、グラフ)を用いたのか、それ(表、式、グラフ)からどう求めたのかについても書かせる。 ・できた生徒には、他のものでも確かめさせるとともに、何を使って考えるのが最も簡単か考えさせる。
<p>○グループで発表し合う。</p> <p><グラフ> 整数値でないと読み取れない。</p> <p><式> どんな値でも計算で求められる。</p>	15分	<ul style="list-style-type: none"> ・何で表して、どう考えて答えが出たのか、自分の言葉で説明する。 ・友達と使ったものが違っていてもよいことを伝える。 ☆ 表、式、グラフそれぞれの長所・短所についても話し合うよう伝える。
<p>○全体で確認する。</p>	10分	<ul style="list-style-type: none"> ・表、式、グラフで表されたものを全体で確認する。 ・どれを用いて考えてもよいが、(1)はグラフ、(2)は式が簡単であることに気付かせる。 ☆ 表、式、グラフの長所・短所についても確認する。 <p>◇身の回りの事象について表、式、グラフを用いて表現し考察することで、それぞれの特徴について考えることができる。 (ワークシート、発表)【見方・考え方】</p>

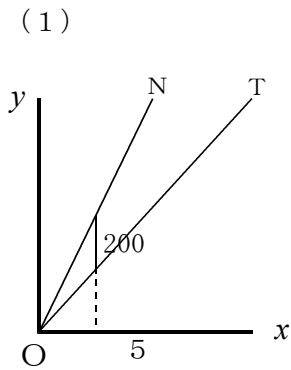
7 板書計画

課題

表、式、グラフを用いて身の回りの事象について考えよう。

N先生とT先生が同時にW中を出発し、N先生は分速120m、T先生は分速80mで1.8km離れたY図書館に向かう。このとき、次の問いに答えよう。

- (1) 5分後に二人が何m離れているか求めよう。
 (2) Y図書館にどのくらいの時間差で着くか求めよう。



N先生	
x	0 1 2 3 4 5
y	0 120 240 360 480 600

T先生	
x	0 1 2 3 4 5
y	0 80 160 240 320 400

$$600 - 400 = 200$$

答え 200m

(2)

N先生	$y = 120x$
T先生	$y = 80x$

N先生
 $1800 = 120x$
 $x = 15$

T先生
 $1800 = 80x$
 $x = 22.5$
 $22.5 - 15 = 7.5$

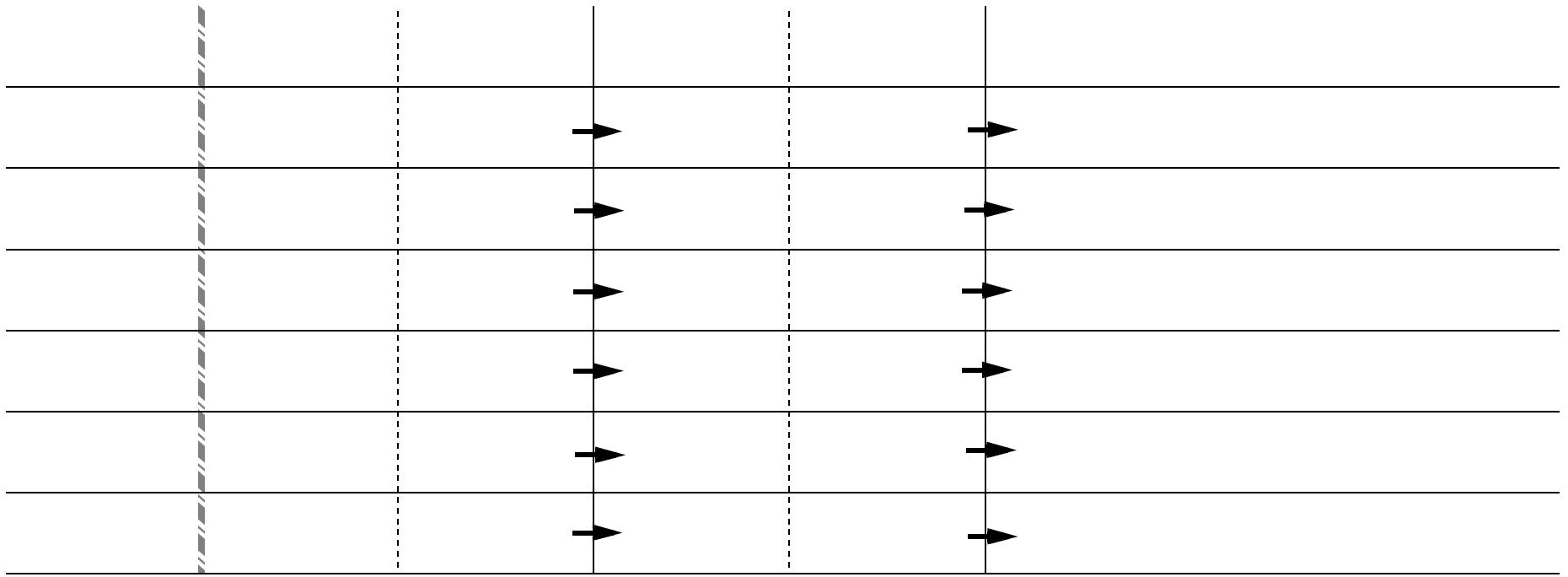
答え 7.5分

比例と反比例

No.1

組 番 氏名

	「Aが変わればBも変わる」	「Aを一つに決めれば、 Bもただ一つに決まる」	「BはAの関数である」		
	A	B	A	B	
		→		→	
		→		→	
		→		→	
		→		→	
		→		→	
		→		→	
		→		→	
		→		→	
		→		→	



関数とは？！

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

(質問・感想)

比例と反比例

No. 1

組 番 氏名

◎ 事前アンケートなどで出されたもの

- ① (例題) 自転車をこぐ回数が変われば、進む距離も変わる。
- ② 120kmの道のりを進むとき、速さが変われば時間も変わる。
- ③ 底辺が7cmの平行四辺形の高さが変われば面積も変わる。
- ④ 縦の長さが3cmの長方形の横の長さが変われば周の長さも変わる。
- ⑤ 正方形の1辺の長さが変われば面積も変わる。
- ⑥ ○○線の上りでA駅からの電車の運賃が変われば行き先も変わる。

上信線のA駅からの上りの電車の運賃	
170円	B駅
200円	C駅
340円	D駅
400円	E駅
400円	F駅
470円	G駅
540円	H駅
600円	I駅

- ⑦ 身長が変われば体重も変わる。
- ⑧ 1Lで40km走る自動車のガソリンの量が変われば走れる距離も変わる。
- ⑨ 1日のうち昼の長さが変われば夜の長さも変わる。
- ⑩ 勉強時間が変わればテストの点数も変わる。

比例と反比例

No.2

組 番 氏名

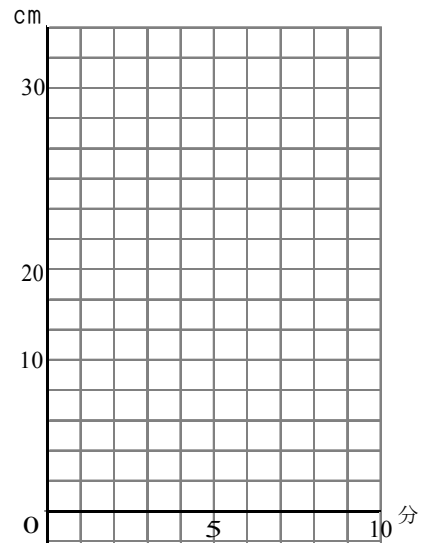
<表>

x 分	0	1	2	3	4	5	6	...
y cm	0	4	8	12	16	20	24	...

<式>

$$y = 4 \times x$$

<グラフ>



<比例について知っていること>

☆もし、容器の深さが32cmでいっぱいになったら水を止めるとすると何分までしか入れられないかな？

(なぜそう考えた?)

－不等号を使った変域の表し方－

表し方	意味	変域を表す図
$x > 0$		_____
$x \geq 0$		_____
$x < 6$		_____
$x \leq 6$		_____
$0 \leq x \leq 6$		_____

◎練習問題

1. 次のような変数 x の変域を不等号を使って表そう。

- (1) x が3より小さい (2) x が-1以上 (3) x が-2以上4未満

2. 空のプールに水を一定の割合で入れ続けるとき、水を入れ始めてから2時間後には10cmの深さまで水が入った。 x 時間後の水の深さを y cmとする。

(1) 下の表の空らんをうめよう。

x (時間)	0	1	2	3	4	5
y (cm)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	10	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

(2) 水の深さを100cmにするには、あと何時間入れればよいかな。

空のプールに深さ100cm水を入れるには、何時間必要？

(3) 空のプールに深さ100cmの深さまで水を入れるとき、 x の変域と y の変域を不等号を使って表そう。

ここまでは、2時間入れたから…あと…？

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

(質問・感想)

比例と反比例

No.3

組 番 氏名

◎ 次の①～③の事象の y は x に比例するだろうか？

① 1辺の長さが x cmの正三角形の周りの長さは y cmである。

② 1mの重さが18.5gの針金の x mの重さは y gである。

③ 分速187mで x 分走ったときの道のりは y mである。

～気付いたこと～

比例の関係かどうか簡単に判断するには？！

◎ y が x に比例するか()調べよう。比例するものについては比例定数を示し、それが何を表しているかもかこう。

① 縦が60cm、横が x cmの長方形の面積は y cm²である。

② 半径 x cmの円の面積は y cm²である。

③ 時速4kmで x 時間歩いたら、 y km進んだ。

④ 底辺が12cm、高さが x cmの平行四辺形の面積は y cm^2 である。

⑤ 縦が4cm、横が x cmの長方形の周の長さは y cmである。

◎練習問題

y が x に比例するか、()調べ、 y が x に比例するものには○と比例定数を、比例しないものには×をかこう。

① 20kmはなれた目的地へ、毎時 x kmの速さの自動車で行くと、 y 時間かかる。

② 直径が x cmの円の周の長さは y cmである。

③ 30L入る容器に毎分 x Lずつ水を入れるとき、いっぱいになるまでに y 分間かかる。

④ 底辺が12cm、高さが x cmの三角形の面積は y cm^2 である。

⑤ 100gで150円のひき肉を x g買ったときの代金は y 円である。

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった まあまあ分かった あまり分からなかった 分からなかった

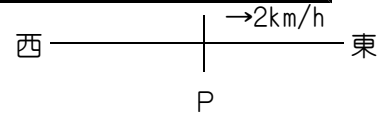
(質問・感想)

比例と反比例

No. 4

組 番 氏名

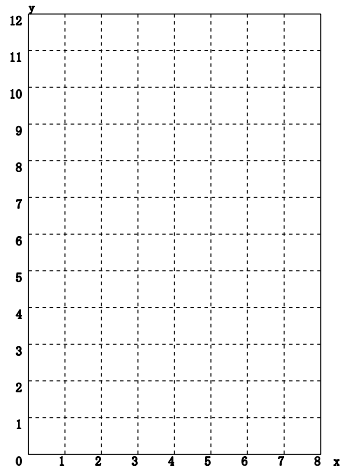
☆1 みちこさんのおばあさんが道路を東へ向かって、時速2kmで歩いている。P地点を通過してからの時間を x 時間、P地点から進んだ道のりを y kmとしたときについて考えよう。



(式)

どんな関係かな？

(グラフ)

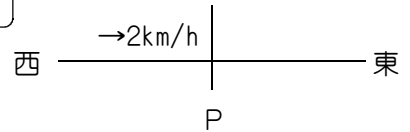


(表)

x 時間	0	1	2	3	4	5	6
y km							

正負の数を思い出してみよう！

◎P地点を通過する1時間前は？2時間前は？



(表)

x 時間			0	1	2	3	4	5	6
y km									

☆2 比例定数が負の数の場合について考えよう。

(式)

(表)

x			0	1	2	3	4	5	6
y									

～3つの表に共通して言えることはなんだろう？～

☆他の比例の式についても調べてみよう。

(1) (式)

(表)

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y													

(2) (式)

(表)

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y													

～グラフはどのようになるか予想してみよう～

☆1

☆2

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

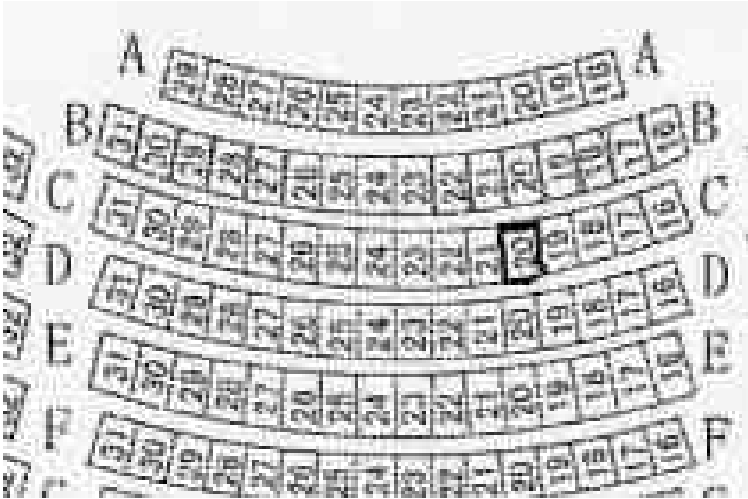
(質問・感想)

比例と反比例

No.5

組 番 氏名

☆ たかしさんとひろきさんは一緒に演奏会に行く約束をした。たかしさんがチケットをとったところ、ひろきさんの座席の場所は、下の図の場所になった。たかしさんは、ひろきさんに電話でその場所を伝えることにした。



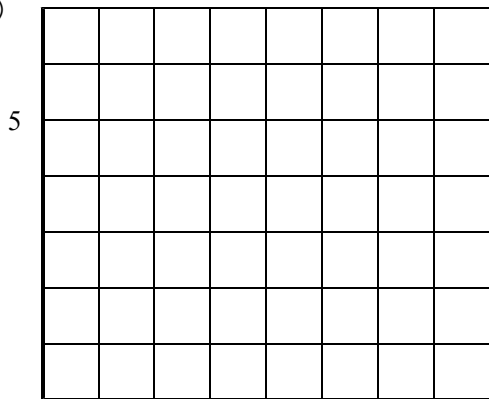
(どう伝える?)

(ものの位置を伝えるには?)

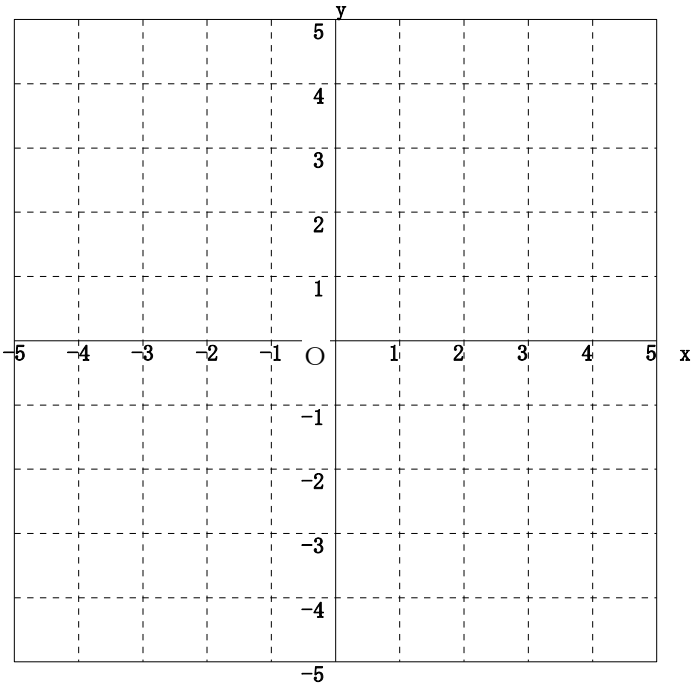
◎ある時間から6時間後の気温は 3°C だった。これは下の図でどの位置になるかな。

ある時間より2時間前は -1°C でだった。これを示すにはどうすればよいかな。

($^{\circ}\text{C}$)



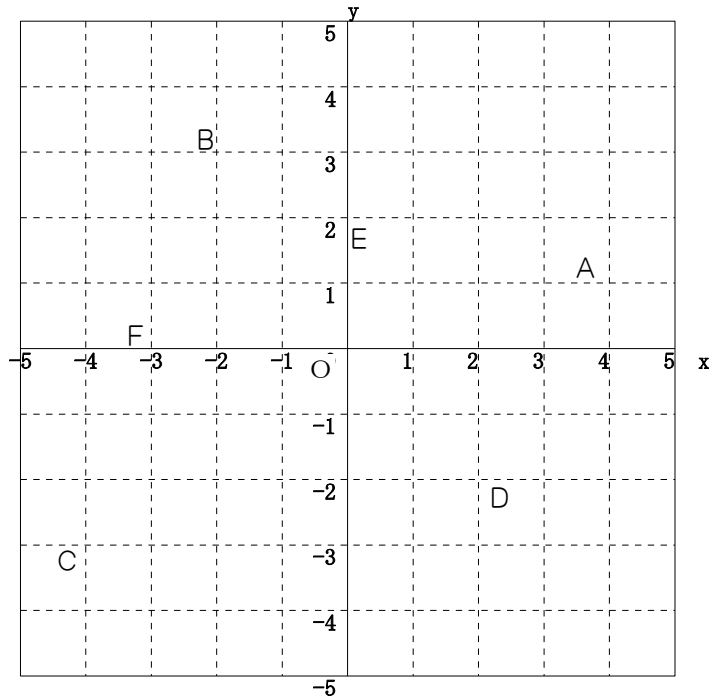
(時間)



◎練習問題

(1) 右の図で、点A、B、C、D、E、Fの座標をかこう。

A B
 C D
 E F



(2) 次の点を、右の図に示しなさい。

Q(3, 4) R(4, -3)
 S(-2, -4) T(-4, 1)
 U(0, -2) V(4, 0)

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった まあまあ分かった あまり分からなかった 分からなかった

(質問・感想)

比例と反比例

No.6

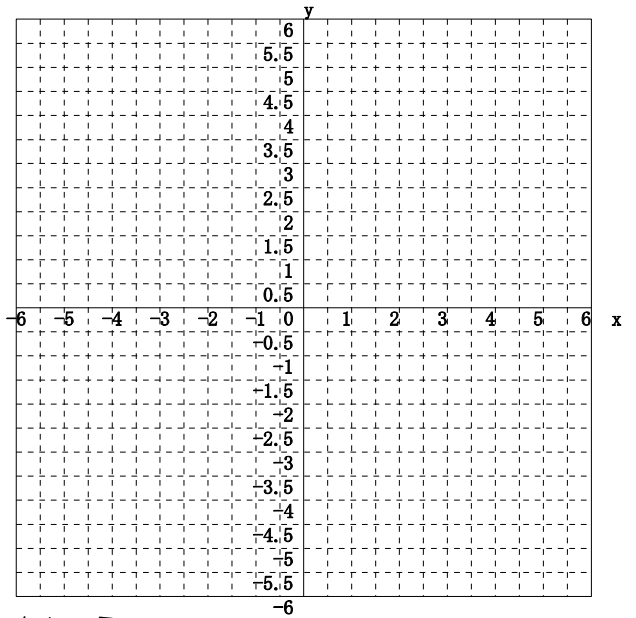
組 番 氏名

(1) 4時間目にかいた式(比例定数が正の数)のグラフをかこう。

(式) $y = 2x$

(表)	x (時間)	-3	-2	-1	0	1	2	3
	y (km)							

☆点と点の間はどうなっているだろうか。
それはどうすれば確かめられるだろうか。

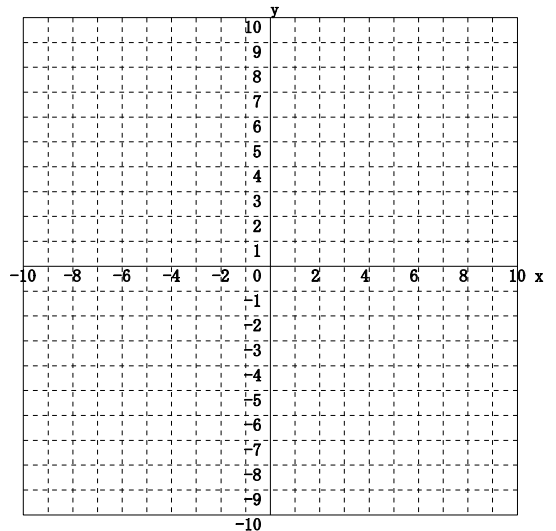


(2) 4時間目にかいた式(比例定数が負の数)のグラフをかこう。

(式) $y = -2x$

(表)	x (時間)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
	y (km)											

◎比例定数が正の数と比べて...

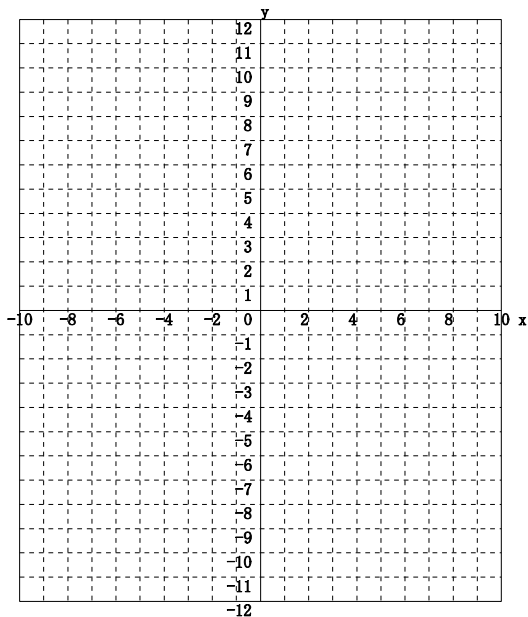


☆(1)(2)から比例のグラフはどんなグラフといえる
だろうか。

(3) 自分で考えた式のグラフをかこう。

(式)

(表)	x (時間)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
	y (km)											

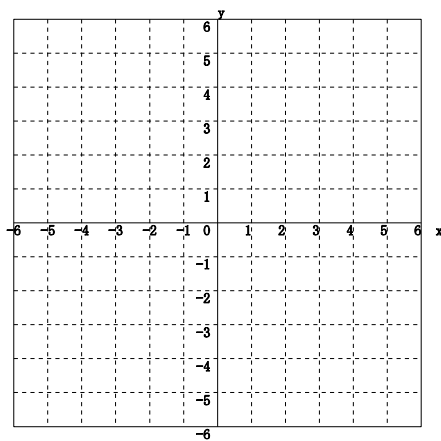


比例のグラフは…

(4) 比例定数が分数のグラフをかこう。

(式) $y = \frac{2}{3}x$

(表)	x (時間)	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
	y (km)													



◎比例定数が整数のときと比べて…

☆グラフを簡単にかくには何が分かればよいだろうか？

グラフをかくには…

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

(質問・感想)

比例と反比例

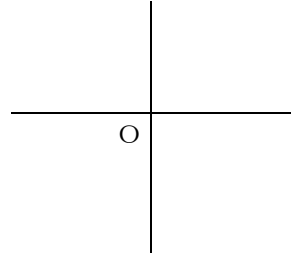
No.7

組 番 氏名

(1) y は x に比例し、右のような表がある。
 y を x の式で表そう。

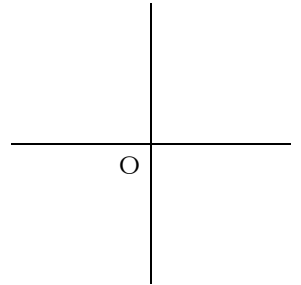
x												3
y												-6

<グラフは?>



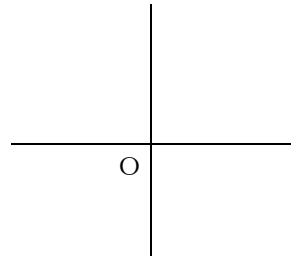
(2) y は x に比例し、 $x = -4$ のとき、 $y = -6$ である。 y を x の式で表そう。

<グラフは?>



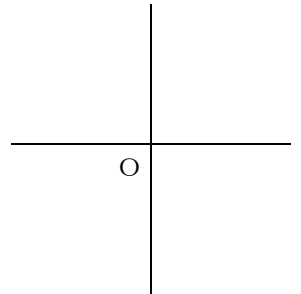
(3) y は x に比例し、グラフが $(-2, 1)$ を通る。 y を x の式で表そう。

<グラフは?>



(4) 線香の燃えた長さ (y) は燃やした時間 (x) に比例する。線香を5分間燃やしたとき、2cm燃えた。
 x 分間で y cm燃えるとして、 y を x の式で表そう。

<グラフは?>

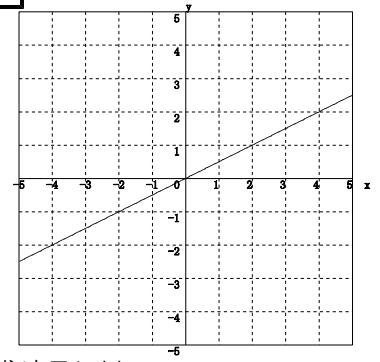


☆上の(1)~(4)に共通することは何だろう?

比例の式を求めるには...

☆右のグラフを式で表そう。

どうすれば
よいかな？



グラフから式を求めるには...

◎練習問題

(1) y は x に比例し、 $x = 8$ のとき $y = -6$ である。

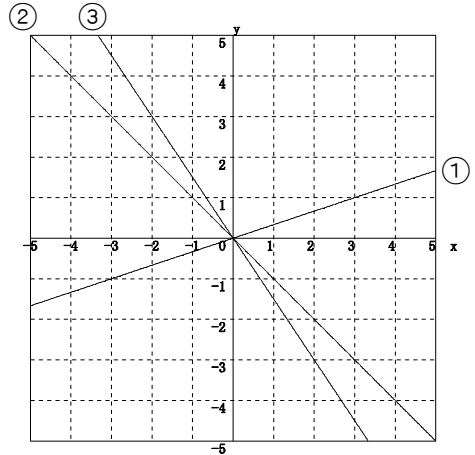
① 比例定数を a とするとき、 a の値を求めよう。

② $x = 4$ のときの y の値を求めよう。

③ $y = 6$ のときの x の値を求めよう。

④ x の変域が $4 < x < 12$ であるとき、 y の変域を求めよう。

(2) 下の①～③のグラフの式をそれぞれ求めよう。



①

②

③

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

(質問・感想)

比例と反比例

No.8

組 番 氏名

☆ 今まで書いた比例の表やグラフを振り返ってまとめてみよう。

	表	グラフ
全ての比例定数に共通		
比例定数が正の数 ($a > 0$)		
比例定数が負の数 ($a < 0$)		

～気付いたこと・分かったこと～

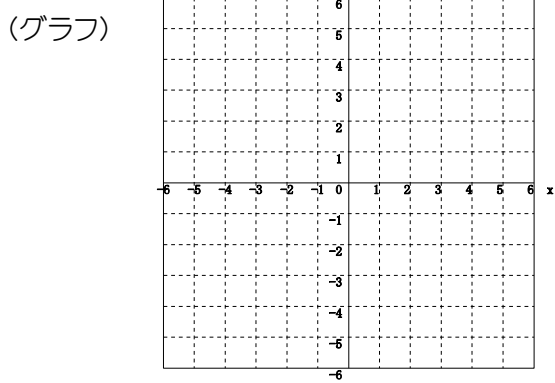


☆ 今までかいてきた表、式、グラフを振り返り、表、式、グラフそれぞれどんなところに比例定数がかくれているかな？見付け出そう！

(表)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

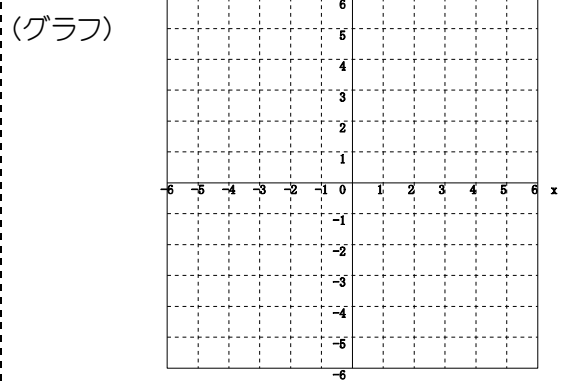
(式) $y = 2x$



(表)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

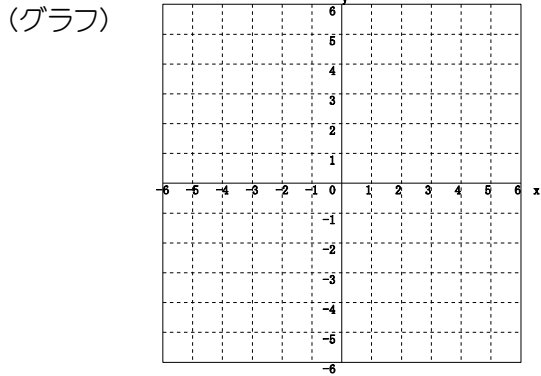
(式) $y = -2x$



(表)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

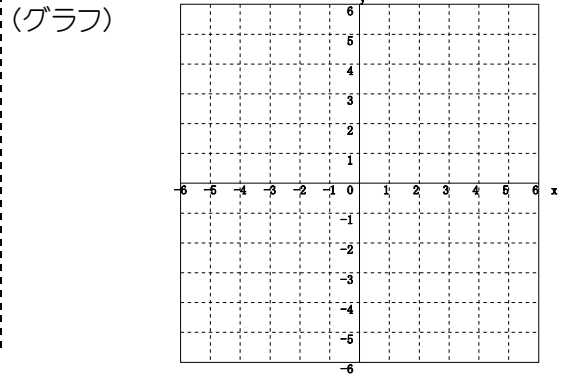
(式) $y = \frac{2}{3}x$



(表)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(式) $y = -\frac{4}{3}x$



<表、式、グラフの関係>

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

(質問・感想)

比例と反比例

No.9

組 番 氏名

☆どれが比例の関係といえるか予想してみよう。

◎比例の関係かどうか調べてみよう。

(考えた方法・見通し)

(実際に調べてみよう)

◎予想したものは比例の関係だったかな？その理由もふくめて、自分の言葉でまとめてみよう。

☆他にも比例の関係になっているものはないかな？(理由もふくめて書いてみよう)

比例の関係かどうか判断するためには...

<表>に表して

<式>に表して

<グラフ>に表して

かどうか調べればよい

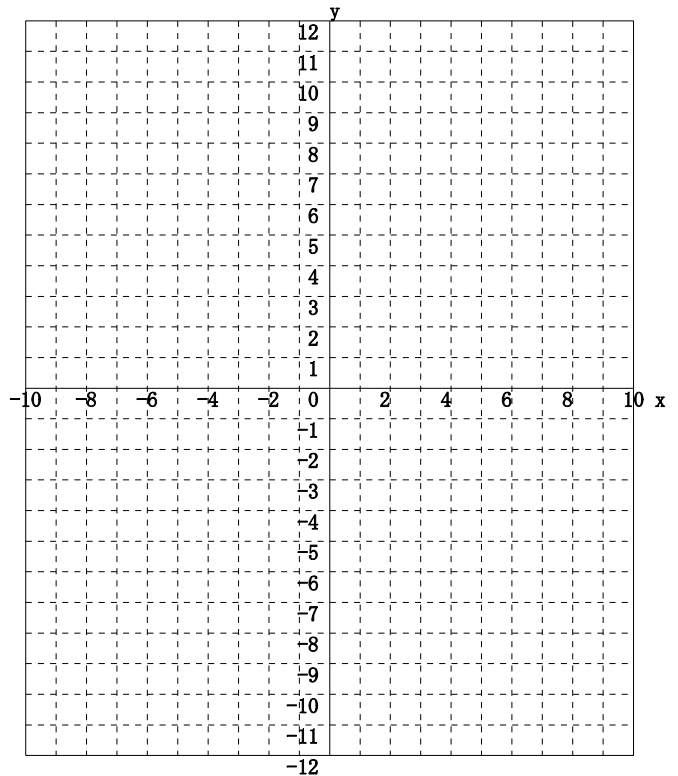
☆次のことについてグループで調べてみよう。

深さ3cmのところまで水が入っている水そうに1分間に深さが2cmずつ増加するように水を入れる。
このとき、水の深さは水を入れ始めてからの時間の関数である。

(表)

(式)

(グラフ)



～気付いたこと～

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

(質問・感想)

N先生とT先生が同時にW中を出発し、N先生は分速120m、T先生は分速80mで1.8km離れたY図書館に向かう。

このとき、次の問いに答えよう。

- (1) 5分後に二人が何m離れているか求めよう。
- (2) Y図書館にどのくらいの時間差で着くか求めよう。



◎ 分かっていることは？

◎ 今まで学習したこと(表や式やグラフ)を使って解いてみよう。

(1)

何を使った？

なぜ？

(2)

何を使った？

なぜ？

～友達の発表を聞いて感じたこと～

～表・式・グラフそれぞれの長所・短所について話し合おう～

	長 所	短 所
表		
式		
グラフ		

☆自己評価(どれか一つを○で囲む)

分かった

まあまあ分かった

あまり分からなかった

分からなかった

(質問・感想)