

群 教 セ	G03 - 03
	平25.249集
	中・数学

図形の論証における 数学的な思考力・表現力を高める指導の工夫

— 「学習課題」と「発問」を工夫して、
「学び合う視点」を取り入れて —

長期研修員 片山 優

キーワード 【数学一中 学習課題 発問 根拠 比較・検討 振り返り】

I 主題設定の理由

現行の学習指導要領の数学科では、「数学的活動を通して、事象を数学的に考察し表現する能力を高めること」が目標として示された。特に、「表現する能力」の文言が新たに付け加えられた。そして、重要な点として、「既習の数学を基にして、数や図形の性質等を見だし発展させる活動」と「数学的な表現を用いて根拠を明らかにし、筋道立てて説明し伝え合う活動」の充実が挙げられている。

平成24・25年度に行われた「全国学力・学習状況調査」の結果からも、群馬県では、「求めた数値や式等の結果を数学的に解釈すること」「問題解決の方法や根拠を数学的な表現を用いて説明すること」が課題として挙げられており、結果を問うだけでなく、方法や根拠等を問い、説明できるようにすることが重要視されている。また、記述式問題の無解答率が高い傾向があり、その理由として、学習に対して消極的である点や既習事項が定着していない点が考えられる。解決策として、学習課題に興味をもたせ、既習事項を課題解決に生かし、根拠を明確にして自分の考えを説明する経験を積ませることが必要であると考えた。

平成25年度群馬県学校教育の指針では、言葉や式、図等を用いて「自分の考えや友達のことを説明し合うこと」「ねらいに結び付く適切な視点を示してそれぞれの考えを比較・検討すること」に取り組み、「考えを深めること」が重点となった。はばたく群馬の指導プランでは、「既習事項の知識や考え方を活用して、課題解決すること」が、本県の課題として示されている。課題解決に向けて伸ばしたい資質・能力は「数学的な考え方を身に付けること」である。

協校校の生徒の実態として、知識・技能等は、概ね定着しているものの、課題解決の方法や根拠を明確にして説明したり自分の考えを表現したりすること、既習事項等を活用して課題解決することに対して消極的な面もある。既習事項の積み重ねである学習内容のつながりを考え、生徒の考えを十分に授業に生かしていけるようにすることが大切である。そこで、「筋道を立てて考え、根拠を明らかにし説明すること」を効果的に経験できるように、特に、図形の論証における思考力・表現力を高める単元で本研究を実施することにした。その単元で、「定理」を演繹的な考え方で導く中で、生徒が根拠をもって数学的な説明ができる。工夫した「学習課題」と「発問」を通して、様々な図形の見方、考え方ができるように思考を促すことで、生徒は、論証において既習事項の知識や考え方を生かし、帰納的、類推的、演繹的な推論を用いて課題解決ができると考えた。また、思考力・表現力を高めるために有効であるといわれている「学び合い」において、単元の各過程で「学び合う視点」を取り入れることで、何について学び合うのかの目的が明確になり、思考力・表現力をさらに高めることができると考えた。

以上により、「学習課題」と「発問」を工夫して、「学び合う視点」を取り入れることで、図形の論証における数学的な思考力・表現力を高める指導ができると考え、本主題を設定した。

II 研究のねらい

図形の論証の指導において、既習事項の知識や考え方を生かし帰納的、類推的、演繹的な推論を用いて課題解決し、数学的な思考力・表現力を高めるために、「学習課題」と「発問」を工夫して、「学び合う視点」を取り入れたことの有効性を明らかにする。

Ⅲ 研究の見通し

1 答えの根拠を確認する

単元の「つかむ」過程において、興味・関心をもち、定理の必要性を感じるように「学習課題」と「発問」を工夫して、答えの根拠を確認する「学び合う視点」を取り入れることは、生徒の根拠を伴った知識・技能の定着につながるであろう。

2 比較・検討する

単元の「追究する」過程において、既習事項を生かし生徒の考えを表せるように「学習課題」と「発問」を工夫して、比較・検討する「学び合う視点」を取り入れることは、生徒が自分の課題解決の方法や根拠を説明し、友達の考えのよさに気付くことにつながるであろう。

3 課題解決を振り返る

単元の「深める」過程において、単元の気付き直しや定理の新たな発見ができるように「学習課題」と「発問」を工夫して、課題解決を振り返る「学び合う視点」を取り入れることは、生徒の図形の論証における数学的な思考力・表現力を高めることにつながるであろう。

Ⅳ 研究内容の概要

本研究は、既習事項を生かして、帰納的、類推的、演繹的な推論を用いて、課題解決し数学的な思考力・表現力を高められるように、図形の論証において系統性を踏まえた「学習課題」の提示と単元を通して段階的な「発問」を工夫して、「学び合う視点」を取り入れた研究である。

「学び合う視点」は、単元の各過程で「答えの根拠を確認する」「比較・検討する」「課題解決を振り返る」とする。生徒は、「つかむ」過程では、答えを根拠と結び付けてとらえ、根拠を伴った知識・技能を定着できる。「追究する」過程では、比較・検討により課題解決の方法や根拠を説明し、友達の考えのよさに気付くことができる。「深める」過程では、課題解決を振り返り、単元の気付き直しや定理の新たな発見を実感できる。図形の論証における数学的な思考力・表現力を高めるために、「学習課題」と「発問」を工夫して、「学び合う視点」を取り入れ、その有効性を検証した。

Ⅴ 研究のまとめ

1 成果

- 「つかむ」過程では、将棋の駒をつないだ正十八角形の提示や対頂角を調べるために生徒全員の竹ひごの準備等により、学習課題に対して興味・関心を引き出すことができた。また、定理の成り立つ根拠を問うことで、根拠を伴った知識・技能の定着に結び付いた。
- 「追究する」過程では、固定した図形の条件変更を通して、様々な図形の見方ができるようになり、既習事項を生かし多様な考え方が引き出せた。また、発問により考える視点を示し、生徒が自分の課題解決の方法や根拠を説明でき、友達の考えのよさに気付くことができた。
- 「深める」過程では、図形の論証において系統性を踏まえた「学習課題」の提示と単元の気付き直しや定理に気付かせる「発問」をし、課題解決を振り返らせることで、生徒は図形の性質や定理の再発見があり、既習事項を用いて論理的に考え表現する力を高めることができた。

2 課題

- 「つかむ」過程では、小学校算数科との系統性を踏まえ、「学習課題」で具体物をさらに多く取り入れ、「発問」により数学的な考え方を導き出せるようにする。
- 「追究する」過程では、「学習課題」の提示の仕方や内容を選択できるようにし、「発問」を実態に合ったものを精選して示せるようにする。
- 「深める」過程では、内容によってはワークシートから離れ、生徒のかいた複数の作図を基に考える場面も取り入れることで、図形の性質についてさらに理解を深められるようにする。

VI 研究の内容

1 図形の論証における数学的な思考力・表現力を高めるとは

図形の論証における帰納的、類推的、演繹的な推論の経験を積む過程で、「学習課題」と「発問」に対して、明確な「学び合う視点」の基に、生徒が「自分の考えを表し、表された数学的な考えを練り合い思考を高め合いながら、表現することである」と考えた。特に「思考力」は、図形の論証において、自分の考えたことを出し合い、互いに根拠や解決方法を説明し合い、思考が練り合うことで高まる。同時に、図形の論証において、思いつきのような感覚によるものから、数学的な思考の高まりに対応して根拠をもつ説明へと表現が明確になることで、「表現力」は高まる。

2 「学習課題」と「発問」を工夫して、「学び合う視点」を取り入れてについて

(1) 「学習課題」の工夫とは

「身の回りにある数学的な事象を基にした」学習課題と「図形の条件変更を基にした」学習課題の二通りである。「身の回りにある数学的な事象を基にした」学習課題は、数学を身近に感じ、興味・関心をもたせ、課題解決に粘り強く取り組めるようにする。例えば、将棋の駒をつなげると18個で一週し正十八角形になることから、その内角の和を求める学習課題は、身の回りにある数学的な事象に気付かせることに適している(図1)。対頂角の性質については、生徒全員分に竹ひごを配り、各自が調べることで、実感を伴うことができる。それを基に一直線が 180° であることを使って演繹的に考察する。特に「つかむ過程」では、興味・関心をもてるようにし、定理の必要性を感じさせる学習課題を提示した。

また、「図形の条件変更を基にした」学習課題は、図形の頂点や線分を動かしたり、図形の向きを変えたり、頂点や線分の数を変えたりして、共通する図形の性質や定理に気付かせることができる。例えば、角度を求めさせる学習課題で、固定されている横向きの「平行線」を縦、斜めに向きを変えたり、平行線の内部の角を平行線上、外部に動かしたり、内部にいくつもつなげたりして図形を提示し思考を促し、その定理に気付けるようにする。特に、「追究する」過程では、「平行線と角(図2A)」「矢じりの図形(図2B)」で既習事項を生かして課題解決でき、多様な考え方を引き出せるようにした。「矢じりの図形」の導入で図2を用いることで、「平行線と角」の関連に気付き、「平行線と角」での解法を「矢じりの図形」に活用することを考えた。「深める」過程では、条件変更した「星形の図形」について、定理を基に考察し、単元の学習内容や定理のよさが分かるようにした。

(2) 「発問」の工夫とは

授業者が明確な授業のねらいを意識し、課題解決に導くものが「発問」である。単元を通して段階を踏んで「発問」することで、学習課題に興味・関心をもたせ、定理の必要性や単元のよさに気付かせたり、考えが滞ってしまった生徒に取組のきっかけを与えたりする。

段階的な発問とは、「つかむ」過程では、学習課題に興味・関心をもたせ、答えや定理の根拠を問う「発問」が中心となる。生徒が答えの理由や定理の根拠を説明することで、根拠を伴った知識・技能の定着につながる。「追究する」過程では、既習事項を生かし多様な考えを引き出し比較・検討できるようにしていく「発問」が中心である。「深める」過程では、課題解決を振り返らせ、単元の気付直しや定理の新たな発見ができる「発問」を中心とする。



図1 将棋の駒の図形

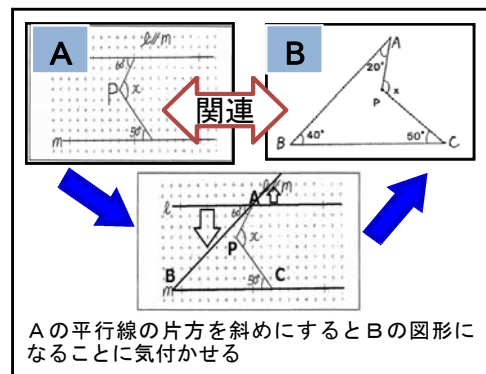


図2 平行線の条件変更

(3) 「学び合う視点」を取り入れるとは、

まず、学び合いを「伝え合う関係の中で自分の問いや考えをもちより、互いに説明をしていくことを通して、新たな気づきが生まれることである」と定義する。「学び合う視点」を単元の各過程でもつことで、何について学び合うのが明確になる。

「つかむ」過程では、「答えの根拠を確認する」ことを視点とし、図形の性質や定理が正しいことを根拠と結び付けて説明できるようにした。図形の性質や定理の成り立つ理由、根拠を確認することで、根拠を伴った知識・技能を定着できるようにした。「追究する」過程では、「比較・検討する」ことを視点とし、自分の考えを友達に説明したり友達の考えを聞いたりして多様な考えを比較・検討することで、自分の課題解決の方法や根拠を説明でき、友達の考えのよさに気付けるようにした。「深める」過程では、「課題解決を振り返る」ことを視点とし、定理を基に課題解決を振り返ることで、論証における数学的な思考力・表現力を高められるようにした。

3 先行研究の分析結果

前任校では、平成17～19年度文部科学省指定・学力向上拠点形成事業（確かな学力育成のための実践研究事業）を受けた。「確かな学力を身に付けた生徒の育成」を主題にして、その手だてとして、佐藤(2003)の「学びの共同体」の理論を先行研究として受け、思考力・表現力を高める「学び合い」の研究実践を行ってきた。そこで、思考力・表現力を高める「学び合い」を行うためには、工夫した「学習課題」の提示が有効であることを検証できた。

単元の各過程において「学び合う視点」を明確にもつことが、学び合いを通して数学的な思考力・表現力を高めるために必要であることに気づき、本研究に取り入れた。「学び合う視点」をもつことに加え、学び合いを成り立たせるためには、論証においては、図形の系統性を踏まえた「学習課題」と単元を通して段階的な「発問」をすることが、有効であると考察した。

図形の系統性を踏まえた「学習課題」を考えることに際して、平成22～25年度「全国学力・学習状況調査」の中学校数学B問題における本県生徒の「誤答」「無解答」の高い傾向の問題を分析した。それを基に、生徒の固定的な図形の見方から思考を促し、多様な図形の見方である動的な図形の見方ができるように、「学習課題」を考察した。また、段階的な「発問」を考えることに際して、「個に応じた指導に関する指導資料」（2002）『学習を発展的に展開するための「きっかけ」の一覧表』を分析した。「きっかけ」を「発問」としてとらえ直すことで、本研究の主題を達成するための手だてに生かした。

4 協力校における実態調査

先行授業「一次関数」の単元での課題

「課題解決の方法や根拠を説明すること」と「自分の考えをもち、既習事項を活用すること」

ノートの記述している様子を観察すると、板書されるまで待ち、最初から自分の考えを進んで記述しない生徒もいた。その理由を聞くと「中途半端な記述を書きたくない」「自分の考えに自信がないので、あまり人に見られたくない」と答えた。具体的な改善策として、「自分の考え」と「友達の考え（正解）」を分けて書かせるように枠を用意する。思い付いたことを途中まで書くことも、意味があることを伝える。途中までの自分の考えの続きを友達に問うような形で、つなげられるように、個人の考えをグループにもち寄り説明し、考えをまとめていけるように授業を構想する。

また、応用問題の文章の読み取りでは、題意の把握が不十分であり、何から始めたらいいのか分からない様子の子もいた。その具体的な改善策として、場合により途中で区切りながら内容を確認して進めていく。前時に戻り既習事項を確認する等して、活用するための知識・技能を定着させてから本時の課題に入る。既習事項を活用できる学習課題を取り入れ、段階を踏めるように単元を構想して、課題解決の方法や根拠を説明する経験を積めるようにする。

5 単元の各過程における「授業構想」

単元全体を「つかむ」「追究する」「深める」過程に分け、各過程における「学習課題」と「発問」を共通する大きなとらえとして考え、提示した。細分化した個々の「学習課題」と「発問」の前に、各過程で共通の視点をもつことで、学習内容がつながりのあるものになるようにした。単元全体を通して、「学習課題」と「発問」を工夫して、「学び合う視点」を明確にもてるように、以下の表1にまとめた。

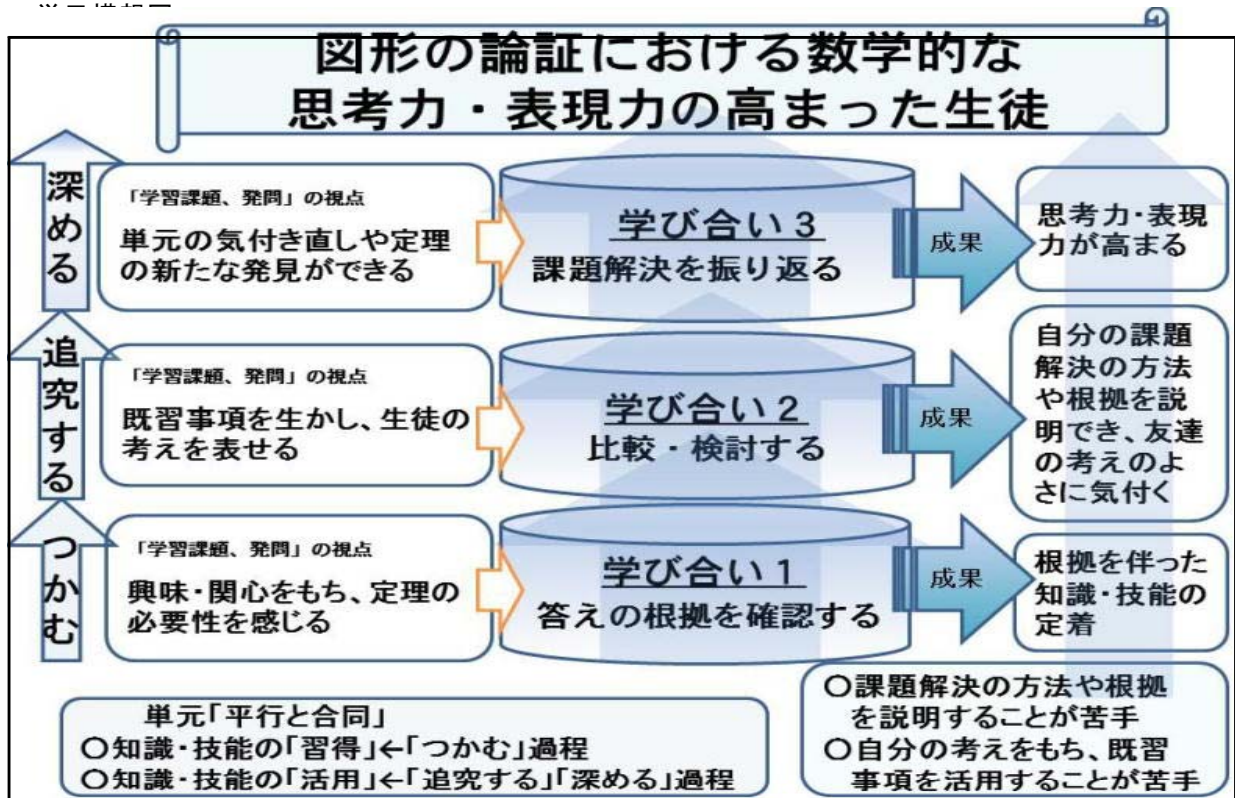
表1 単元の各過程における「授業構想」

つかむ過程	
「学習課題」の視点	興味・関心をもち、定理の必要性を感じる課題
導入(考えを引き出す)	個の学び
発問の視点	発問① 【学習の成立範囲の確認】 興味・関心や疑問・不思議さ、好奇心を抱かせることができる。
(例)	「答えは、どうなりますか?」「どんなことが言えますか?」
展開(ねらいに迫る)	ペアの学び合い
発問の視点	発問② 【操作や処理の手順の確認】 作図、補助線を引く、図形を動かすなど、操作の確認ができる。
(例)	「どのような手順で考えましたか?」
まとめ(まとめる)	一斉の学び合い
発問の視点	発問③ 【根拠や意図の確認】 根拠や意図の確認、定理の必要性を感じさせることができる。
(例)	「何をもとにして、考えましたか?それは、どうしてですか?」
追究する過程	
学習課題の視点	既習事項を生かし課題解決でき、多様な考え方が出せる
導入(考えを引き出す)	個の学び
発問の視点	発問① 【解答の妥当性、条件不足の確認】 過去の学習である既習事項の知識や考えを生かせれば解ける。
(例)	「その答え、考え方は本当にいいですか?」「何が分かれば次に進めますか?」
展開(ねらいに迫る)	グループの学び合い
発問の視点	発問② 【根拠や数学的な表現の明確化】 得意な生徒もすぐに解けず、苦手な生徒でも取り組むことができる。
(例)	「なぜ、その関係が成り立ちますか?」「数や式、図形などで説明できますか?」
まとめ(まとめる)	一斉の学び合い
発問の視点	発問③ 【相違の確認、他の考えとの比較】 多様な考え方があり、いろいろな反応が期待できる。
(例)	「他の生徒の考えのよさや違いは何ですか?」「どれが使ってみたいですか?」
深める過程	
学習課題の視点	図形の系統的な考え方ができ、単元や定理のよさが分かる課題
導入(考えを引き出す)	個の学び
発問の視点	発問① 【課題解決の振り返り】 課題解決の振り返りで、新たな気づきがある。
(例)	「何が分かりましたか?」「そこから何か言えないですか?」
展開(ねらいに迫る)	グループの学び合い
発問の視点	発問② 【特殊と一般の検討】 解決後に、よさを感じたり達成感を味わわせたりできる。
(例)	「問題をかえても考え方は変わらないですか?」「共通点がありますか?」
まとめ(まとめる)	一斉の学び合い
発問の視点	発問③ 【学んだことのよさの確認】 単元の気づき直しや定理の新たな発見をする。
(例)	「どんなことが分かりましたか?」「何について学びましたか?」

「つかむ」過程では、答えの根拠を確認する「学び合う視点」を取り入れて、根拠を問い、思考を促し、根拠と結び付けて知識・技能を定着できるようにする。

「追究する」過程では、多様な考えを比較・検討する「学び合う視点」を取り入れて、自分の課題解決の方法や根拠を説明でき、友達の考えのよさに気付けるようにする。

「深める」過程では、課題解決を振り返る「学び合う視点」を取り入れ、単元の気づき直しや定理の新たな発見ができ、思考力・表現力を高められるようにする。



VII 実践の計画と方法

1 実践計画

対象	研究協力校 中学校 2学年 研究者2学級、研究協力者3学級、全5学級で実施 計 177名 (抽出生徒A, B 2名)
実施期間	平成25年10月7日～11月14日 各16時間
単元名	「平行と合同」

2 抽出生徒

A	自分から進んで考えることに消極的である。「学習課題」と「発問」を通して、興味・関心をもたせ、学び合いにより、自分の考えを発表し、友達の考えを知ること、自分の考えを補う条件に気づき、友達の考えを付け足し理解を深め表現できるようにしていく。
B	難しい課題になると自分で考えて答えを出すことに消極的である。「学習課題」と「発問」を通して既習事項を生かせるようにし、学び合いにより、自分の考えを発表し根拠を基に説明する経験を積み、比較・検討し友達の考えのよさを認め、思考力・表現力を高められるようにする。

3 検証計画

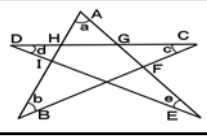
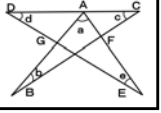
検証項目	検証の観点	検証の方法
見通し1	単元の「つかむ」過程において、興味・関心をもてるように「学習課題」と「発問」を工夫して、答えの根拠を確認する「学び合う視点」を取り入れることは、生徒の根拠を伴った知識・技能の定着に有効であったか。	○事前アンケート ○ビデオ
見通し2	単元の「追究する」過程において、既習事項を生かし生徒の考えを表せるように「学習課題」と「発問」を工夫して、比較・検討する「学び合う視点」を取り入れることは、生徒が自分の課題解決の方法や根拠を説明し、友達の考えのよさに気付くことに有効であったか。	○写真 ○観察 ○ノート ○ワークシート
見通し3	単元の「深める」過程において、単元の気づき直しや定理の新たな発見ができるように「学習課題」と「発問」を工夫して、課題解決を振り返る「学び合う視点」を取り入れることは、生徒の図形の論証における数学的な思考力・表現力を高めることに有効であったか。	○事後アンケート ○評価問題

4 単元の目標及び評価規準

目標	図形の考察において、推論の筋道を言葉で表現したり、数学的な用語、記号を使って簡潔に表現したりすることができる。数学的な事象について、数学的な推論の方法を用いて、論理的に考察することができる。			
評価規準	関心・意欲・態度 図形の特徴を、操作や推論を通して、意欲的に考察しようとする。	数学的な見方や考え方 図形の性質を利用して、新しい図形の性質を見付けたり、考察したりすることができる。	技能 図形の性質を利用して、角の大きさを求めたり、三角形の合同条件を使って、証明できる。	知識・理解 図形の性質を理解している。三角形の合同条件、仮定と結論を理解している。

5 指導計画（単元16時間）

過程 時間	学習活動 「学び合い」	研究上の手だて 「学習課題」「発問」「学び合う視点」
1	<p>「多角形の内角の和」を求めるのに「三角形の内角の和は180°」であることを基にして、補助線を引く等の具体的操作を通して、様々な方法を考えて説明し合う。補助線を見た発表を聞いていたりして、多様な考え方に気付く。図形の性質について、身の回りにおける数学的な事象に興味・関心をもつ。</p> <p>生徒の反応例（補助線と式）</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>五角形の内角の和を補助線、式で考える。</p> <p>ア $180^\circ \times 3$</p> <p>イ $180^\circ \times 5 - 360^\circ$</p> <p>ウ $180^\circ \times 4 - 180^\circ$</p> <p>エ $180^\circ \times 4 - 180^\circ$</p> </div> <p>生徒の反応①（個の学び） 「540° になると思います」 「三角形の角の和は 180° であるから、補助線で三角形に分けるとよいと思います」</p> <p>生徒の反応②（ペアによる学び合い） 「(例) アの補助線を引きました。1つの頂点から対角線を2本引き三角形3つに分けて考え $180^\circ \times 3$ で求められます」</p> <p>生徒の反応③（一斉による学び合い） 「五角形の各頂点から内部の点に補助線を引き三角形5つをつくりその中心の 360° を引いたのだと思います」「いえです」</p>	<p>研究上の手だて 「学習課題」「発問」「学び合う視点」</p> <p>身の回りの数学的な事象や補助線を引く等の具体的操作について興味・関心をもたせ、必要性を感じさせる学習課題 「多角形の内角の和を求めるのに、どのような考えで補助線を引いたのかを引き出すための根拠を問う発問</p> <hr/> <p>学び合う視点「答えの根拠を確認する」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>学習課題 それぞれの多角形で、すべての角の和をいろいろな方法で求めてみましょう。</p> </div> <p>発問① 「五角形の場合、角の和はどうなるでしょうか？どのように考えればよいでしょうか？」</p> <p>発問② 「どのような手順で考えましたか？説明し合ひましょう」 (例) アの補助線の説明を求める。</p> <p>発問③ 「イの式は何を基にして考えました？」 「どんな五角形でもいえますか？」 (例) 友達の式から補助線を考えさせる。</p>
2	<p>多角形の内角の和は、n角形の場合 $180 \times (n-2)$ になることを理解する。自分の引いた補助線や式の根拠を答える。Aさんの補助線、式の根拠をBさんが予想して説明する。</p>	<p>多角形を三角形に分けることに興味・関心をもたせ、補助線、補助線を表す式の必要性を感じさせる学習課題 「多角形の内角の和」の定理につながる引いた補助線や式の根拠を問う発問</p>
3	<p>既習事項を根拠として、「多角形の外角の和の性質」を理解する。多角形の内角の和を利用して、多角形の外角の和を求め説明し合う。</p>	<p>「多角形の外角の和の性質」に興味・関心をもたせ、定理の必要性を感じさせる学習課題 多角形の内角の和等、どの既習事項を根拠としているのかを問う発問</p>
4	<p>対頂角の性質について、竹ひごを通して調べ、演繹的な考えで説明する。「一直線は180°」等の既習事項を根拠として、「対頂角は等しい」を説明し合う。</p>	<p>竹ひごを使うことで興味・関心をもたせ「一直線は180°」を説明に取り入れる必要性を感じさせる学習課題 「対頂角の性質」を説明する時に「一直線は180°」等の性質を引き出す根拠を問う発問</p>
5	<p>実験、観察を通して、平行線の同位角が等しいことに気付く。演繹的な考え方により、平行線の錯角が等しいことを説明する。「平行線の性質」「平行の条件」を定理が成り立つまでの根拠や過程について考察する。</p>	<p>「対頂角は等しい」「平行線の同位角、錯角は等しい」「同位角、錯角が等しければ平行」の定理に興味・関心をもたせ、根拠となる考え方の必要性を感じさせる学習課題 「平行線の性質」「平行の条件」等の定理の根拠を問う発問</p>
7	<p>三角形の内角の和が180° になることを補助線を引き、「平行線の性質」を使って説明する。その引いた補助線の根拠となる考え方を説明し、比較・検討する。</p> <p>「平行線と角」を求めるときに、「平行線の同位角」「平行線の錯角」「対頂角の性質」「三角形の内角と外角の性質」「多角形の内角の和の性質」等を用いた補助線の考え方を比較・検討する。</p> <p>生徒の反応例（補助線）</p> <p>生徒の反応①（個の学び） 「アは、平行線に平行になるように補助線を引きました。平行線の錯角を使っているので正しいと思います」</p>	<p>「三角形の内角の和は180°」であることを演繹的に考え、多様な考え方があることに気付かせる学習課題 「平行線の同位角、錯角の性質」や「一直線は180°」等の定理を引き出し相違の確認、他の考えとの比較を促す発問 「平行線と角」を求めるときに、多様な考え方があることに気付かせる学習課題 「平行線と角」を求めるときに多様な考え方について、相違の確認、他の考えとの比較を促す発問</p> <p>学び合う視点「比較・検討する」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>学習課題 右の図で、$\angle x$ の大きさを求めましょう。 また、補助線等も引き、その求められる理由も書きましょう。</p> </div> <p>発問① 「アの補助線の考え方は、本当にいいですか？」</p>

追究する	<p>生徒の反応②(グループによる学び合い) 自分の考えた補助線の考え方であるア～カの解き方をグループで説明する。 「(例)イは、垂線を引き三角形の内角の和の性質、一直線が 180° を使いました」</p>	<p>発問② 「なぜ、それぞれの補助線の考え方が正しいのですか?」「補助線の考え方を式や図で説明できますか?」</p>
	<p>生徒の反応③(一斉による学び合い) ア～エの解き方のよさや違いをそれぞれ説明をする。 「頂点Pを通る平行な線を引き、平行線の錯角を使うだけなので、アを使いたいです」</p>	<p>発問③ 「ア～カのそれぞれの解き方のよさや違いは、何ですか?」「どれが一番簡潔で、使ってみたいですか?」</p>
	<p>8 矢じりの図形の角を求めるのに、前時の「平行線と角」のときに出た多様な考え方を利用して課題解決する。それぞれの課題解決の根拠を説明し、比較・検討する。</p>	<p>矢じりの図形の角を求めるためには、多様な考え方があることに気付かせる学習課題 矢じりの図形の角の求め方について、相違の確認、他の考えとの比較を促す発問</p>
	<p>9 2つの合同な図形では、対応する線分の長さが等しく、対応する角の大きさが等しいことを理解する。 対応する線分の長さが等しく、対応する角の大きさが等しいことを確認し合う。</p>	<p>生徒の誤答も含めて生徒の多様な考え方を基に調べ、多角形が合同であることに気付かせる学習課題 合同な多角形の対応する線分の長さや角について、誤答も含め答えの相違の確認、他の考えとの比較を促す発問</p>
	<p>10 合同な三角形をできるだけ少ない条件で作図し、誤答も含めてかいた作図の考え方を比較・検討する。</p>	<p>「三角形の2辺とその間の角」と「三角形の2辺と角」の作図の違い等の多様な考え方を引き出させる学習課題 三角形の決定条件の相違等、他の考えとの比較を促す発問</p>
<p>11 三角形の合同条件を基に、根拠を明らかにして、合同な三角形かどうかを考え、正しいか条件不足か等をみんなで判断する。</p>	<p>三角形の合同条件を使った「根拠」としての多様な考え方を引き出させる学習課題 正しいか条件不足か等を判断するために、相違の確認、他の考えとの比較を促す発問</p>	
<p>12 三角形の合同条件を使って、辺の長さや角の大きさが等しいこと等を説明する。 三角形の合同条件を使い、辺の長さや角の大きさが等しいことに着目して、考えを出し合い、証明する。</p>	<p>条件不足を正しい条件に変えて多様な考え方があることに気付かせる学習課題 正しいか条件不足か等を判断するために、相違の確認、他の考えとの比較を促す発問</p>	
深める	<p>条件変更した「星形の図形」を基に、「どんな星型でも先端の角の和が 180° である」ことを、既習の図形の性質を使い、演繹的に考える。 既習の図形の性質を使い、根拠を明らかにして説明し、それぞれの課題解決に用いた定理を振り返る。</p> <p>生徒の反応例(既習の定理の活用) $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$</p> <p>「学習課題」 自力解決で行った記述を分析 その後、学び合いで既習事項である「定理」が使えないかを考える</p>	<p>星型の求め方には、多様な考え方があり根拠になる定理のよさに気付かせる学習課題 「矢じりの図形」「三角形の内角と外角の性質」等を使った定理のよさに気付かせる発問</p> <p>学び合う視点「課題解決を振り返る」</p> <p>学習課題 この星形の図形の5つの角の和は、何度になるでしょう。</p> 
	<p>13 生徒の反応①(個の学び) 「$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$ になった」</p>	<p>発問① 「どんなことが、分かりましたか?」</p>
	<p>生徒の反応②(グループによる学び合い) 「$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ は 180° は、変わりません」 「矢じりの図形の性質や三角形の内角と外角の性質等です」</p>	<p>発問② 「同じ星形の図形ならば、問題(それぞれ5つの角度)をかえても考え方は変わらないですか?」「共通点がありますか?」</p>
	<p>生徒の反応③(一斉による学び合い) 「同じ定理で、解けるよさ分かりました」 「図形の共通する性質を学びました」</p> <p>「評価問題」 自力解決で行った記述を分析 その後、学び合いで既習事項である「定理」が使えないかを考える</p>	<p>発問③ 「どんなことが分かりましたか?」「何を学びましたか?」</p> <p>評価問題 この星形の歪んだ図形の5つの角の和を求めましょう。</p> 
	<p>14 ある事柄を証明するには、仮定と結論を明らかにし、仮定や図形の性質を証明のよりどころとして結論を導く。 ある事柄の証明を振り返り、仮定と結論の区別、条件として使える根拠の判断等を確認し合う。</p>	<p>自分で完成した証明や友達の証明など、定理を基に考えて、定理のよさに気付かせる学習課題 ある事柄を証明するには、仮定と結論を明らかにし、図形の性質を証明の根拠とできるよさに気付かせる発問</p>
<p>15 「結論」を空欄にしどんな結論があてはまるのかを考え、根拠として図形の性質を使い証明する。 「三角形の合同条件」を基にして、各自の証明を振り返り、証明に使う必要な条件として、正しいかどうかを考える。</p>	<p>「結論」から考え自分で完成した証明や友達の証明など、定理を基に考え、定理のよさに気付かせる学習課題 ある事柄を証明するには、仮定と結論を明らかにし、図形の性質や定理を証明のよりどころにすること等、単元のよさに気付かせる発問</p>	
<p>16 今までの学習を振り返り、図形の性質を使って角度を求めたり、証明したりする。 図形の性質を使って角度を求めたり、証明したりするよさや他の単元との関連に気付けるように振り返る。</p>	<p>単元全体の学習を通して学んだことやよかったことを話し合い、定理のよさに気付かせる学習課題 角度を求めたり、証明したりするよさなど、単元のよさや他の単元との関連に気付かせる発問</p>	

Ⅷ 実践の結果と考察

「学習課題」と「発問」を工夫して、各過程で、「学び合う視点」である「答えの根拠を確認する」「比較・検討する」「課題解決を振り返る」を取り入れて、論証における数学的な思考力・表現力を高める。

1 答えの根拠を確認する

(1) 結果

第1, 2時では、「多角形の内角の和」を2時間構成で扱った。生徒が様々な補助線を用いて多角形を三角形等に分け、それを式に表し多様な考えを出した。補助線を引き帰納的に考えた「多角形の内角の和」の求め方は、「三角形の内角の和は 180° 」であることを基にしている。ワークシートにただ補助線を引くだけでなく、「内角の和」を求める説明として「式」への表現を取り入れた。小学校算数科での既習事項を基に生徒は、四角形から五、六、七、八角形になるにつれての変化を考え、立式することができた。

抽出生徒Aの図3<考え方2>の補助線に共通している点は、既習の四角形の内角の和を基にして考えていて、場合により辺上や内部の線分上に交わる補助線を引いていることである。図3<考え方3>では、三角形の内角の和を基に考えn角形の内角の和は $(n-1)$ 角形の内角の和に 180° を足す考えに気付いた。

抽出生徒Bの図4<自分の考え>は、「頂点」からの補助線、図4<考え方1>は「内部」からの補助線、図4<考え方2>は「辺上」からの補助線を引く考えであった。また、この補助線の考え方の一つである「内部」からの補助線は「内部」があれば「外部」もあることを、他の生徒に気付かせるきっかけになった。

第2時では、学級全体で「多角形の内角の和」の公式について考え、考え方「頂点」「内部」「辺上」「外部」ではそれぞれ「 $180^\circ \times (n-2)$ 」「 $180^\circ \times n - 360^\circ$ 」「 $180^\circ \times (n-1) - 180^\circ$ 」と表せた。どれも分配法則を使い展開してまとめると、同じ結果「 $180^\circ \times n - 360^\circ$ 」になることに気付いた。そして公式「 $180^\circ \times (n-2)$ 」を導き出すことができた。第2時のワークシートの「n角形の三角形の数の理由」や「n角形の角

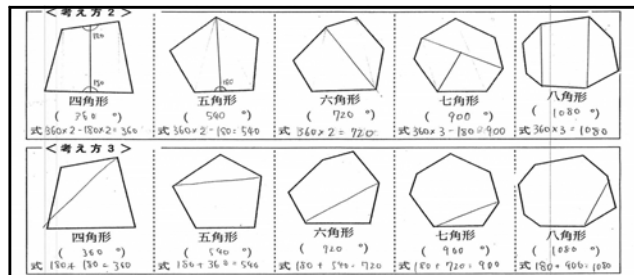


図3 抽出生徒A 「多角形の内角の和」①

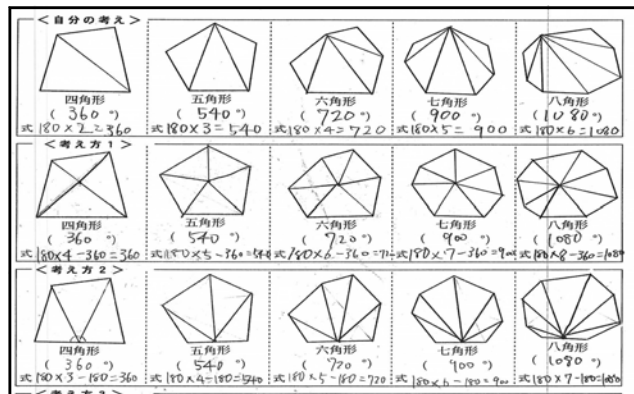


図4 抽出生徒B 「多角形の内角の和」①

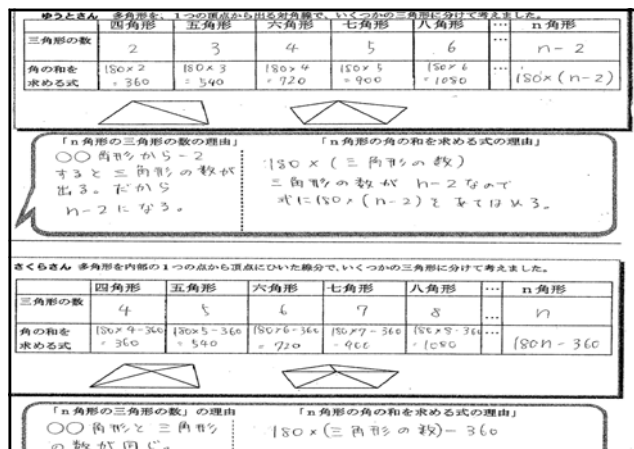


図5 抽出生徒A 「多角形の内角の和」②

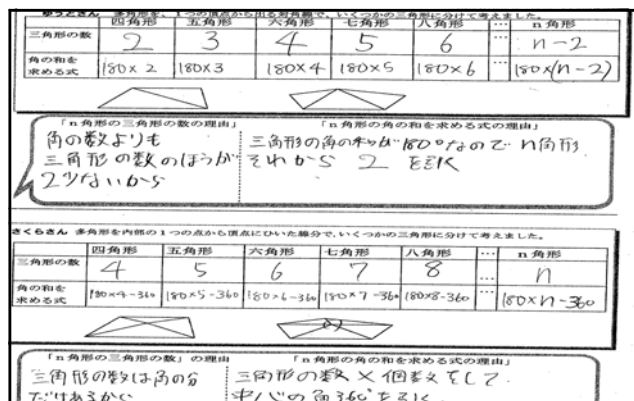


図6 抽出生徒B 「多角形の内角の和」②

の和を求める式の理由」の枠に自分の考えを記述することがどの生徒もできていた。抽出生徒Aは、頂点から引かれた補助線を基に公式「 $180^\circ \times (n - 2)$ 」の説明を考え、その記述ができた（前頁図5）。「多角形の内角の和」は、多角形の中の三角形の数に注目し「 $180^\circ \times (\text{三角形の数})$ 」を使って出せることに気付いた。n角形の中にある三角形の数は（n-2）個で表せ、n角形の内角の和は「 $180^\circ \times (n - 2)$ 」であると考えた。また、内部からの補助線では「 $180^\circ \times (\text{三角形の数}) - 360^\circ$ 」を考え、三角形の数がn個であり内部の一回転 360° を引いた考えが記述されていて「 $180^\circ \times n - 360^\circ$ 」の説明をした。抽出生徒Bは、補助線によって分けられた三角形に注目し「 $180^\circ \times (\text{三角形の数})$ 」を基に根拠をもった説明ができていた（前頁図6）。第1時で、自分で考えた補助線を引き、それを基に第2時で「多角形の内角の和」の公式としてまとめる過程を踏んだことが、その根拠も含めて公式を理解することにつながった。

「この補助線の考え方を図を使って、説明できますか？」と問い掛けると、生徒が自分の引いた補助線について説明した。発問を通して、その補助線の考え方の根拠を導き出すことができた。「この補助線を引くと内角の和は、どんな式になりますか？」と問うと、その内角の和を求める式を表現することができた。また、補助線だけを提示し「〇〇さんの補助線は、どんな式になるでしょうか？」と補助線を引いた別の生徒に式を考えるように発問し、友達の考えを推測できるようにした。「この式だと、どんな補助線を引けばよいですか？」と問うと、式を基に補助線を引くこともできた。さらに、「引いた補助線の根拠を確認する」学び合う視点を示したことで、各グループ内で、引いた補助線の根拠を互いに問い、説明し合うことができた。

(2) 考察

内角の和を求めるために「補助線」を引きその補助線から式に表し、その式から「定理」に結び付く式の一般化を考えたことで、「定理」が成り立つ「根拠」を記述でき、根拠を伴った知識・技能の定着に結び付いた。実践授業前後の調査から、口頭での説明やワークシートへの記述に「答えの理由」を説明できたかを示す項目で、「当てはまる」「どちらかといえば当てはまる」が91%になり、「当てはまらない」が0%になった（図7）。

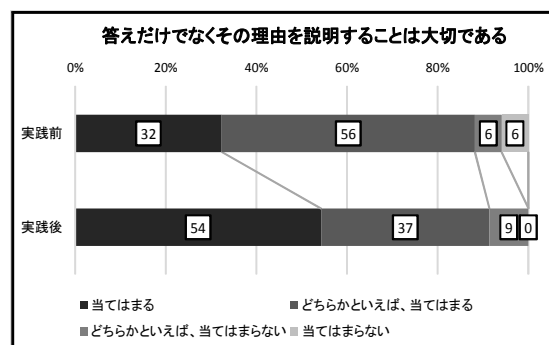


図7 答えの根拠に関する調査結果

これは、「答えの根拠を確認する」学び合う視点を示したことで、自分の答えの根拠を説明し、周囲に理解してもらったり、理解してもらうために筋道立てて考えたりした経験を通して、「答えの理由、根拠をもつこと」の大切さを実感できたからであると考えられる。

具体物を取り入れ学習課題を提示して興味・関心をもたせ、生徒が学習課題に粘り強く取り組むことで、「図形の性質」や「定理」を帰納的、類推的、演繹的に推論し、段階を踏んで根拠を伴った説明ができた。また、角度を求める学習課題でも、答えだけでなく、答えの根拠を問うことで、根拠を説明する経験を積み、根拠を伴った知識・技能が定着できたと考察できる。

「多角形の内角の和」の振り返りとして行った「将棋の駒18個をつなげて一周してつくった正十八角形の内角の和を求める適用問題」では、正答率が89%であった。答え合わせでは、「将棋の駒が18個つながった図形」を提示し「この図形で気付いたことは何ですか？」と問うと、始めは、「円」、「角張っているので多角形」と答える生徒もいたが、最終的に「正十八角形」であることに気付いた。興味・関心をもち、「多角形の内角の和」の定理を使って、説明することができた。また、第4時では、「竹ひご」を動かして「対頂角が等しい」ことを実感し、その後、「一直線は 180° である」ことを基にして、演繹的に説明できるようになった。第5校時では、課題解決において根拠を問うようにした結果、平行線の「性質」と「条件」の区別ができ、「同位角」「錯角」に平行線の言葉が付く場合と付かない場合の区別もでき、根拠をもって説明できた。「つかむ過程」の成果として、図形の論証において、根拠を伴った知識・技能が定着できたことは、この後の「追究する過程」の課題解決に生かせる既習事項が定着できたことを表す。

2 比較・検討する

(1) 結果

第7時では、「図形の性質」や「定理」である既習事項を生かし「補助線」を引くことで「平行線と角」を求める学習課題とした(図8右)。導入として、角の頂点Pを動かして考えられるように「平行線の教具」を提示した(図8左)。

頂点Pを始めから1つの固定したものだけを提示するのではなく、本来は頂点Pは動くものとして生徒が多様にとらえられるように、頂点Pを何度も違う場所に動かした。その後、考えやすいように頂点Pを1つに固定して、学習課題を提示して、考えることを伝えた。

また、格子点の入ったワークシートを準備し、格子点を結ぶことで、どの方向にも補助線を引けるようにした。このことが、生徒にとっての補助線を引くことへの抵抗感をなくした(図8右)。どの生徒も「自力解決」の段階で、「つかむ」過程で身に付いた根拠を伴った知識・技能を活用し、補助線を引くことができた。いずれの学級でも、全体として10種類以上の多様な考えに基づく補助線が発表できた。抽出生徒Aは、「三角形の外角の性質」を使い、抽出生徒Bは「平行線の錯角の性質」「垂直な補助線」「三角形の外角の性質」を使って、 $\angle x$ を求められた。

自力解決で考えた補助線を基に自他の考え方を説明し合い、その共有した多様な考え方の比較・検討を行った。「なぜ、それぞれの補助線の考え方が正しいのですか?」「この補助線の考え方を式や図で説明できますか?」等の発問を通して、生徒は比較・検討することで、数学的な表現を用いて自分の課題解決の方法や根拠を説明することができた。同時に、自分では思い付かなかった友達の考えや表現を聞きそのよさに気づき、自分の表現に取り入れることができた。

抽出生徒Aは、「平行四辺形の性質」をとらえ違いをしていたが、友達の考えを聞き、自分の考えを修正し「平行線の同位角、錯角」の定理を使い、解くことができた(図9)。抽出生徒Bは、始めは線対称な図形の性質を使おうと考えたが、補助線の引き方を間違い、求められずにいた。しかし、友達の説明を聞き自分の考えを修正し「三角形の内角の和」「三角形の外角の性質」等を使い正解できた(図10)。また、違った解き方のようにみえる補助線も、どれも「垂線」を使っていることに気付いた(図11)。

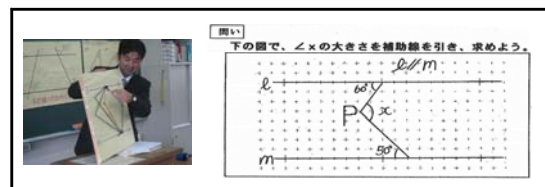


図8 第7時「平行線と角」

抽出生徒Aの考え方

学び合いの後

抽出生徒Aの付け足し、修正した考え

「平行線の同位角、錯角」の定理を使う

図9 「学び合い」の有効性①

抽出生徒Bの考え方

学び合いの後

抽出生徒Bの付け足し、修正した考え

線対称な図形の性質を使う

図10 「学び合い」の有効性②

同じグループの4人の補助線の引き方

学び合いの後

<共通点>
「垂線」をどれも使っている。

<相違点>
引いた補助線の「垂線」の位置が違う

図11 「学び合い」の有効性③

補助線の多様な引き方のよさを知った上で「どの補助線が、早く正確に解けますか」と発問すると生徒は「平行線一本を引くこと」が効率的であることに気付き、答えることができた。

第8時では「矢じりの図形」を扱い、前時の「平行線と角」での既習事項を生かし、同じ考えの「補助線」を引くことで角度を求められるようにした。導入では、前時と同じ教具を使い、固定していた「平行線」を一本動かし、矢じりの図形を作ることによって、基になっているのは「平行線」であることに気付けるようにした(図12)。

「矢じりの図形での補助線の引き方は、どう考えればよいでしょうか?」と発問すると、生徒は自然と前時の「平行線と角」の補助線の引き方を基にして、同様に考えることができた。その後「なぜ、そのように考えましたか? 共通した考えは何ですか?」等の発問をすると「平行線と角」と「矢じりの図形」の共通する補助線の引き方の方法や根拠を説明でき、前時の既習事項を生かしていることにも気付くことができた。

抽出生徒Aの記述では「線BCに平行な線、その線をDE」「 $DE \parallel BC$ 」「線CPの線をのばす」「垂直な線を引く」等の数学的な表現ができた(図13下線部)。その後、「線」を「線分」と正す部分もあったが、記述できる部分が増えた。これは前時の比較・検討で「平行線の同位角、錯角」「三角形の内角と外角の関係」「一直線は 180° 」等の友達の考えを聞き、そのよさに気付き自分の考えに取り入れたからである。

抽出生徒Bは、「2つの三角形に分ける」等の補助線の引き方の説明をして、解き方が読み取れるような式を書き、自分の課題解決の方法や根拠を記述することができた。また、前時の友達の説明にあった「●、○」を図14の「図形」と「式」の両方に記述していた。これは、前時に気付いた友達の考えのよさを「矢じりの図形」の解法に取り入れることができたことを示している(図14下線部)。

比較・検討を重ねることで、既習事項を生かし課題解決でき、数学的な表現を使い論理的な説明をし、授業のねらいに結び付く学び合いができた。特に、発問を通して、簡潔な解法は、矢じりの図形を2つの三角形に分け、「三角形の外角の性質」を使う解法であることを、一斉の学び合いで確認できた。

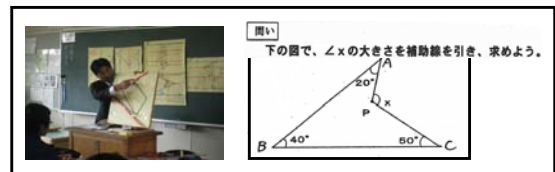


図12 第8時「矢じりの図形」

法則を見付けよう! (part 2)

問い
下の図で、 $\angle x$ の大きさを補助線を引き、求めよう。

いろいろな補助線の引き方を考えて、 $\angle x$ の大きさを求めよう。
また、その説明も相手に伝わるように考えよう。

考え方1 (補助線)
考え方1の説明
線BCに平行な線をひく。(その線をDE)
DE//BCに垂直な線をひく。
 $360 - (120 + 90 + 40)$
 $= 110^\circ$
A. 110°

考え方2 (補助線)
考え方2の説明
 $180 - (20 + 40) = 120^\circ$
 $180 - 120 = 60$
 $180 - (60 + 50) = 70$
 $180 - 70 = 110$
A. 110°

考え方3 (補助線)
考え方3の説明
線BCに平行な線をひく。(その線をDE)
線CPの線をのばす
 $180 - (60 + 50) = 70$
 $180 - 70 = 110^\circ$

考え方4 (補助線)
考え方4の説明
 $40 + 50 + 20 = 110^\circ$
 $180 - 110 = 70$
 $180 - 70 = 110$
A. 110°

図13 抽出生徒A「課題解決の方法」

法則を見付けよう! (part 2)

問い
下の図で、 $\angle x$ の大きさを補助線を引き、求めよう。
また、その説明も相手に伝わるように考えよう。

考え方5
 $(80 - (50 + 30)) - 20$
 $360 - (40 + 180 + 120)$
 $= 170^\circ$
 $360 - (170 + 80)$
 $= 110$
 $\angle x = 110^\circ$

考え方1 (補助線)
考え方1の説明
2つの三角形に分ける。
 $70 + 20 + 40 = 180$
 $180 - 70 = 110^\circ$
 $20 + 20 = 40$
 $40 + 70 = 110$
 $\angle x = 110^\circ$

考え方2 (補助線)
考え方2の説明
2つの三角形に分ける。
 $180 - (20 + 40) = 120^\circ$
 $180 - 120 = 60^\circ$
 $180 - (60 + 50) = 70^\circ$
 $180 - 70 = 110^\circ$
 $\angle x = 110^\circ$

考え方3 (補助線)
考え方3の説明
2つの三角形に分ける。
 $180 - (40 + 50) = 90^\circ$
 $180 - 90 = 90^\circ$
 $180 - (90 + 20) = 70^\circ$
 $180 - 70 = 110^\circ$
 $\angle x = 110^\circ$

考え方4 (補助線)
考え方4の説明
 $20 + 50 + 40 = 110$
 $180 - 110 = 70$
 $180 - 70 = 110$
 $\angle x = 110^\circ$

図14 抽出生徒B「課題解決の方法」

(2) 考察

「この方法のよさは何ですか？」と発問し、それぞれの考えのよさを比較・検討した。さらに簡潔性、正確性等を視点に「一番簡単な方法はどれですか？なぜそう考えたのですか？」と発問することで、生徒は、多様な方法からよりよい方法を見付けることができた。

実践授業前後の調査の「問題を解くとき、もっと簡単に解く方法がないかを考える」項目で「当てはまる・どちらかといえば当てはまる」が実践前の71%から実践後80%に増加した。また、実践前の「どちらかといえば当てはまらない・当てはまらない」の割合も、減らすことができた(図15)。

授業のねらいに結び付く「比較・検討する」学び合う視点で、比較・検討した経験を通して「問題を解くとき、もっと簡単に解く方法がないかを考える」意識が身に付いたと考えられる。

「自分の課題解決の方法や根拠を説明できること」の検証として、抽出生徒Aの記述に関しては、11頁図9から前頁図13の変容があり「線BCに平行な線、その線をDE」「 $DE \parallel BC$ 」「線CPをのぼす」「垂直な線を引く」等の数学的な表現の記述が増えている点が挙げられる。抽出生徒Bの記述に関しては11頁図10から前頁図14の変容がある。記述があまり書けずにいた前時と比べ、記述の仕方も「2つの三角形に分ける」から始まり、式を続け、解き方が読み取れるように記述していて、論理的な考え方ができている点が挙げられる。

「友達の考えのよさに気付くこと」の検証としては、11頁図9, 11頁図10から分かるように、学び合いによって付け足し、修正し、新たに自分の考えとして取り入れたことで、考えが深まった点である。正解にたどり着かなかった自分の考えを基に友達の考えを取り入れて正解することができ、よさを実感できたといえる。図16は、比較・検討している学び合いの様子である。11頁図11では、4人の図は一見違う考え方に見えるが「共通する考えや違いは何ですか？」と発問し、比較・検討することで「垂線」が共通している点に気付いた。違いとしては、その垂線の位置によって「四角形」「五角形」「三角形2つ」の違った図形ができることに気付いた。また、そこでの比較・検討では、生徒の互いの説明を通して「垂線」「多角形の内角と外角の性質」「対頂角の性質」「平行線の性質」「一直線は 180° 」等の「数学的な表現」を引き出すことができた。論理的な記述や説明をする根拠にあたる表現を引き出す上でも、大変有効であった。

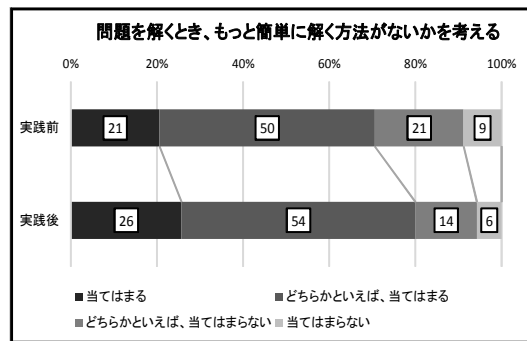


図15 比較・検討に関する調査結果



図16 「学び合い」の様子

3 課題解決を振り返る

(1) 結果

第13時では、「星形の図形(次頁図17)」について、生徒が既習事項を生かして五つの角の和を求め、その求め方を「星形の歪んだ図形(次頁図18)」に活用できるように授業を構成した。

「星形の図形(次頁図17)」の五つの角の和を生徒に予想させると「 180° 、 360° 、 540° 」等の発表があった。画用紙の五つの角を切り一直線上に集め(180°)であることを確認すると「もっと大きい角度である思っていた」という感想が多かった。既習事項である「矢じりの図形」や「三角形の内角と外角の関係」を使い「星形の図形(次頁図17)」から「星形の歪んだ図形(次頁図18)」に活用できるかを検証するために、次頁図18を評価問題とした。そのため「星形の図形(次頁図17)」

には「どんな図形が入っていますか？」と発問し「矢じりの図形」を生徒の気付きから引き出し、その後「矢じりの図形がいくつ入っていますか？」の発問で、生徒が「五つ」という個数に気付けるようにした。この五つの矢じりの図形を一つに絞り、みんなで考えていくことを伝え、「 $\angle a$ と $\angle b$ と $\angle c$ はどこに集まりますか？」「どうしてそうなりますか？」と発問して「矢じりの図形」の定理を確認し、見通しを立て生徒が論理的に記述できるようにした。

また「学習課題」として、「星形の図形（図17）」「星形の歪んだ図形（図18）」「矢じりの中にも角がある図形（図19）」等の順で提示した。図形の形は違うが、どれも同じ定理で求めることができ、図形の系統性にも気付けるように示した。

それぞれの学習課題で生徒が答えを予想した後、図形の系統性を踏まえ図17～19で共通する図形の性質が使えることに気付けるように「針金」で形を曲げて示し、自然な思考の流れにそって考えやすくした。針金の角を崩さずに手で図形を曲げて示し、生徒が「星形」が共通しているから、星形の図形での解法が当てはまり、その「星形の図形」の基になる「矢じりの図形」の定理が使えることに気付いた。「星形が歪んでも、考え方は同じなんだと思った」「今までに習ったことをしっかり復習しておけば、解きやすくなることが分かった」等の発表があった。図20は抽出生徒A、図21は抽出生徒Bの評価問題の記述であり、本研究の主題である「図形の論証における数学的な思考力・表現力が高まったこと」を表す。

「星形の図形（図17）」での自力解決の後、「課題解決を振り返る」視点を学び合いに取り入れることで、「矢じりの図形」「三角形の内角と外角の関係」を使い「星形の歪んだ図形（図18）」に活用できるようにした。固定した図形の見方ではなく動的な図形の見方ができるようになり、図形に共通する性質や定理を見出したことも、図形の論証における数学的な思考力を高めることにつながった。

抽出生徒以外でも、図18の論証において「星形の図形（図17）」の記述を基に、数学的な表現を使い結論に至るまでに筋道を立てて書くことができ、論証における表現力も高めるこ

どれも $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$

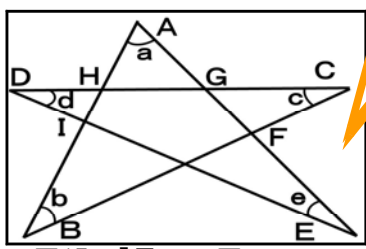


図17 「星形の図形」

矢じりの図形が5つ
「自力解決」その後、学び合い

活用

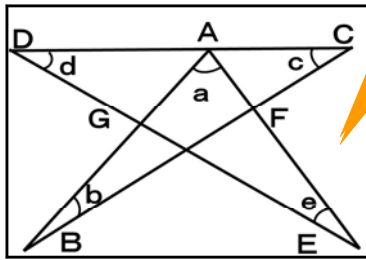


図18 「星形の歪んだ図形」

矢じりの図形が3つ
自力解決を「評価問題」

活用

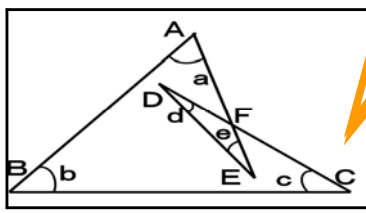


図19 「矢じりの中にも角がある図形」

矢じりの図形が1つあり $\triangle FDE$ に5つの角を集めることができる。

<p>(考え方1…矢じりの図形)</p>	<p>(説明)</p> <p>太い線や太い線で囲って、 $\angle C + \angle D + \angle E = \angle CFE$ $\angle CFE$と$\angle AFB$は対頂角だから等しい。 5つの角の和は$\triangle ABF$に集めることができるから、それらの和は180°になる。</p>
<p>(考え方2…三角形の内角と外角の関係)</p>	<p>(説明)</p> <p>三角形の内角と外角の関係を 使って、$\triangle ABF$で$\angle BAF + \angle B = \angle AFC$ $\triangle DEA$で、$\angle D + \angle E = \angle CAF$ 5つの角は$\triangle AFC$に集めることができるから、それらの和は180°になる。</p>

図20 評価問題 抽出生徒Aの記述

<p>(考え方1…矢じりの図形)</p>	<p>(説明)</p> <p>$\angle C + \angle D + \angle E = \angle CFE$ $\angle CFE$と$\angle AFB$は対頂角だから等しい。 5つの角の和は$\triangle ABF$に集めることができるのでそれらの和は180°</p>
<p>(考え方2…三角形の内角と外角の関係)</p>	<p>(説明)</p> <p>三角形の内角と外角の関係を 使って$\triangle ABF$で $\angle BAF + \angle B = \angle AFC$ $\triangle DEA$で $\angle D + \angle E = \angle FAC$ 5つの角の和は$\triangle AFC$に集めることができるからそれらの和は180°</p>

図21 評価問題 抽出生徒Bの記述

とができた。自力解決後、図17の解き方を、自然な思考の流れで考えられるようにその都度、発問し根拠を引き出し確認しながら進めた。その結果、前頁図17から前頁図18の活用ができ「評価問題（前頁図18）」の正答率は77%であった。無解答の生徒はいなかった。また図22, 23は、「星形の図形」や評価問題の「星形の歪んだ図形」で「矢じりの図形」「三角形の内角と外角の関係」以外の性質を使って考えた生徒の記述である。「2つの三角形を比べ△DECに集めた考え方（図22）」「平行線により、一直線DACの頂点Aに集めた考え方（図23）」等を使い、単なる暗記ではなく、根拠と結び付けて定理をとらえてきたことが、論理的な記述に結び付いたといえる。発展的な学習課題に対して定理を活用し、新たな発見や気づき直しをして課題解決できたことを表す記述である。「深める」過程では、論証における数学的な思考力・表現力を高められるように授業を構想したことで、生徒は「図形の性質」や「定理」を系統立ててとらえられ、課題解決に活用できた。

(2) 考察

「深める」過程では、課題解決の生徒の考えた多様な解法を振り返り、共通する性質や定理等のよさを実感させた後に「この解き方で他の図形の問題も解けないだろうか？」と発問することで、「定理」を基に新たな気づき、発見を引き出し考えを深めさせてきた。既習事項の知識や考え方を生かし、既習と未習をつなぎ、帰納的、類推的、演繹的な推論を用いて課題解決することができた。

「数学的な思考力・表現力の高まり」を検証する方法として、発展的な課題における「定理の活用」が挙げられる。「星形の図形」の解き方を「星形の歪んだ図形」へ活用するのに「矢じりの図形の性質」「三角形の内角と外角の関係」「平行線により、一直線DACの頂点Aに集めた考え方（図23）」等を使い、課題解決できた。特に、「課題解決を振り返る」学び合う視点を取り入れたことで、複数の方法での課題解決を振り返り、新たな課題に対しても、その考え方をを使って解くことができないかを検討した。その結果、発展的な課題に対しても、既習事項を生かし推論を用いて考え、根拠を明確にして説明し合ったり、論理的に記述したりしたことが論証における抵抗感をなくすことにつながった。

「評価問題」における記述分析を「数学的な論証における思考力・表現力が高まったこと」の検証とした（図24）。既習事項の「図形の性質」や「定理」を用いて課題解決し、記述したものを分析し「二つ以上の解法」「一つの解法」「完全ではないが定理を使う記述」「定理がない、書きかけ」の四つに分類した。実践授業を通して、友達の考えのよさを自分の考えとして取り入れ、論証における抵抗感もなくなり、言葉による説明や数学的な表現を用いた論理的な記述ができたことが分かる（図24）。また、「完全ではないが定理を使う記述」の生徒17%、「定理がない、書きかけ」6%の生徒にも、「生徒の学習状況」を把握し、段階を踏み既習事項を生かす経験を積めるようにし、論証における思考力・表現力を高められるようにしていく必要性が明らかになった。

**5つの角を△DECに集めた考え方の根拠は
∠FCE + ∠FEC = ∠a + ∠b (図22参照)**

(説明)
点Cより点Eに直線をひく
△AFBと△CFEを考えると、
 $\angle a + \angle b = \angle FCE + \angle FEC$
5つの角の和は、△DECの内角の和と等しい
よって $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$

図22 「星形の図形」の解法

**一直線の頂点Aに5つの角を集めた根拠は
「平行線の同位角、平行線の錯角」
「一直線は180°」 (図23参照)**

(説明)
点Aから辺BCに平行な直線をひく
辺DEに平行な直線をひく
「平行線上の
∠cと∠dの同位角は等しい
∠bと∠eの錯角は等しい
よって5つの角の和は、180°」

図23 「星形の歪んだ図形」の解法

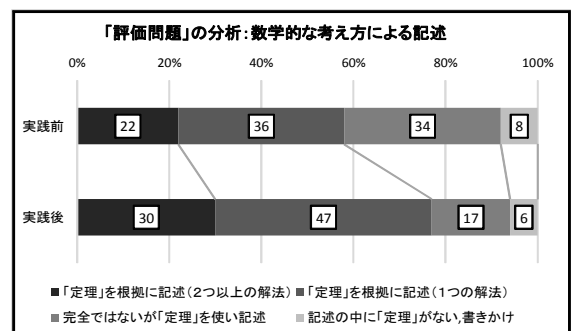


図24 「評価問題」の記述分析

IX 実践の成果と課題

1 成果

「学習課題」の工夫を通して、図形の頂点や線分を動かす、図形の向きを変える、角、図形を連続してつなげる等、図形の条件変更をしたことで、生徒は、固定的な図形の見方から動的なつながりのある様々な図形の見方ができた。その中で「共通する図形の性質」や「定理」を見付けられた経験は、単元全体としてつながりのあるとらえ方ができ、図形の系統性を基に論理的な説明や記述に結び付けられた。また、具体物を学習課題に取り入れたことで、生徒は、数学的な事象を身近に感じることができ、興味・関心をもてた。「発問」の工夫を通しては、単元の各過程において「導入、展開、まとめ」の発問を大きなとらえとして、単元を通して段階的な発問を考え、協力校の研究協力者にも実施してもらったことで、汎用性を検証できた。「学び合う視点」を、「発問」を通して取り入れることで、「学習課題」を基にして、生徒が意識して学び合いができた。「学習課題」を工夫することで興味を引き付け既習事項を生かせるようにし、「発問」を通して、各過程で「学び合う視点」を明確にしたことで、生徒の考えを高め、論証における思考力・表現力を高めていくことができたといえる。

2 課題

ワークシートを用いて、授業を構成し、同じ図形を学級全体で共有することができたが、必要に応じて、ワークシートから離れ、生徒のかいた複数の作図を基に考える場面を取り入れることも大切であると考えた。また、他の単元でも、「学習課題」で具体物や既習事項等を多く取り入れ、小・中学校の系統性を見通して、数学的な考え方をさらに導き出すことが課題である。「学習課題」の提示の仕方や内容を選択できるように何通りか示し、「発問」についても実態に合ったものを精選し、「学び合う視点」を示すことが必要である。

X 今後の取組

今後は、深める過程で、本研究で取り組んできた図形の系統性を基に、思考を促す「学習課題」を継続して考察していく。例えば、「星形の図形に似ているが小文字の角の和は、 180° ではなく 360° 」と判断できるように図25を提示する。

他の単元においても、特に図形の系統性のある「学習課題」の提示と単元を通して段階的な「発問」をすることで、生徒の思考を高めていき、

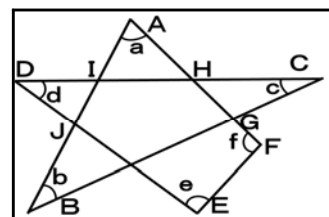


図25 図形の系統性

論理的な記述ができるようにしていく。単元の各過程において「学び合う視点」を明確にして、他の単元でも、単元の学習内容に合った学び合いを意識していく。また、小・中学校の系統性を見通して、既習事項等の関連を調べ、数学的な考え方をさらに導き出せるように単元を構想していく。

<参考文献>

- ・江森 英世 著 『発問&板書で丸わかり！中学校新数学科授業ライブ』 明治図書(2011)
- ・片桐 重男 著 『数学的な考え方を育てる「図形」の指導』 明治図書(1995)
- ・佐藤 学 著 『教師たちの挑戦：授業を創る、学校が変わる』 小学館(2003)
- ・水谷 尚人 著 『授業を変える「発問」と「課題提示」の工夫71』 明治図書(2008)
- ・文部科学省 編著 『個に応じた指導に関する指導資料』 大日本印刷(2002)

<協力校>

桐生市立清流中学校

<研究協力者>

松原 裕

<担当指導主事>

門倉 健 清水 義博

数学科学習指導案

平成 25 年 10 月 7 日（月）～ 11 月 14 日（木）

指導者 片山 優

1 単元名 「平行と合同」

2 教材観

学習指導要領の第 2 学年の内容である「平行と合同」は、論理的に推論するという活動に生徒が慣れることが大切である。図形の論証の根拠となる事柄として、対頂角の性質、平行線の性質、三角形の合同条件等があり、それらを基にして演繹的に考え、図形の性質を確かめていく学習が本格的に始められる。そこで、「自分の答えの根拠を基に、筋道立てて説明する」ことの指導を進めていく必要がある。

小学校・算数の「直線の垂直や平行」「図形の合同」「対称な図形」等の基本概念を踏まえ、根拠となることがらを基に筋道立てて説明するという、演繹的な考え方に重点をおくことに特徴がある。また、第一学年で学習した「平行移動、対称移動および回転移動」「基本的な作図とその活用」で扱った図形の合同を、根拠を基に証明し、筋道立てて説明することに教材としての価値がある。さらに、次章「三角形と四角形」で、二等辺三角形、正三角形、直角三角形、平行四辺形、ひし形、正方形、台形等の性質や条件を考えていく基礎となる教材である。

3 研究とのかかわり

図形の論証において、既習事項の知識や考え方を生かし、帰納的、類推的、演繹的な推論を用いて課題解決し、数学的な思考力・表現力を高めるために、「学習課題」と「発問」を工夫し、「学び合う視点」を取り入れた。「学習課題」では、「身の回りにある数学的な事象を基にした」学習課題と「図形の条件変更を基にした」学習課題を考えた。「発問」は、「つかむ過程」「追究する過程」「深める過程」でそれぞれ「答えの根拠を確認する」「比較・検討する」「課題解決を振り返る」の「学び合う視点」を踏まえ、単元を通して、段階的な発問を考えた。「学び合う視点」をもつことで、学び合う目的が明確になり、自分の問いや考えをもちより、ペアやグループでお互いに定理を基に、筋道立てて説明したり証明を書いたりして表す。思考を伴って説明したり論理的に記述したりすることを通して、友達発表も踏まえ自分の考えと練り合わせてどのようにまとめたのかをノート等にかかせ、根拠を明確にして証明していき、思考力・表現力を高めていく。自他の考えを説明し合う活動において、お互いの考えのよさを認め合い、誤答も含め多様な考え方を課題解決に生かしていき一般化できる考えを見付けたり、発展的に考えたりできるようにする。

4 単元の目標


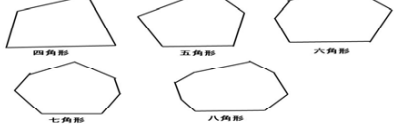
事象の様子を数学的にとらえ、帰納的、類推的、演繹的な推論を適切に用いて考えることができるようにし、平行線と角については、「対頂角の性質」「平行線の性質」「平行になるための条件」という、図形の証明の根拠となる定理について導き出す。論証では、「三角形の内角、外角の性質」、「三角形の合同条件を使った図形の合同」等を証明し、論理的に考察し表現する能力を養う。

5 指導計画（全 16 時間予定）

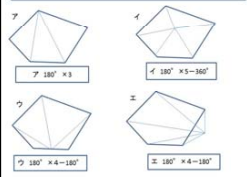
評価規準	数学への関心・意欲・態度	図形の性質を、具体的操作、論証を通して、意欲的に見たり考察したりしようとする。		
		図形の性質を利用して、新しい図形の性質を見付けたり、考察したりすることができる。	図形の性質を利用して、角の大きさを求めたり、三角形の合同条件を使って、証明することができる。	
時間	過程	伸ばしたい資質・能力		主な学習活動
		活用させたい知識等	思考力・表現力等	
第 1 時 ↓ 第 5 時	つかむ	<ul style="list-style-type: none"> 定理が成り立つまでの過程を伴う理解 三角形の内角の和 対称移動 平行移動 	<ul style="list-style-type: none"> 表現することで自分の考えを整理する力 見通しを立てたり筋道を立てて考えたりする力 	<ul style="list-style-type: none"> 興味をもって学習課題に取り組む。 知識・技能が、正しいと言える根拠を理解する。 定理の過程を考え、説明し伝え合い、表現する。
第 6 時 ↓ 第 12 時	追究する	<ul style="list-style-type: none"> 伝えるための話し方、言葉の正しい使い方 対頂角の性質 平行線の同位角、錯角 平行になるための条件 三角形の内角の和 三角形の外角の性質 多角形の内角の和 多角形の外角の和 	<ul style="list-style-type: none"> 課題解決に対して明確に見通しをもつことができる力 思考を伴って表現することで論理的に話を組み立てる力 数学的な表現を用いて、知識を結び付け課題解決する力 	<ul style="list-style-type: none"> 自分とは異なる考えを知り、新しい着眼点を得る。 友達の考えを共有し、多様な考えがもてるように学び合う。 自分の考えのよい点、進歩した点、他の生徒とは違った数学的な発想を見つけた点を課題解決に活用する。
第 13 時 ↓ 第 16 時	深める	<ul style="list-style-type: none"> 既習事項を他の単元との関連等、課題解決に応用できる経験を伴った理解 	<ul style="list-style-type: none"> 自分の考えや友達の考えを振り返り、証明の仕方を吟味する力 単元全体を通して、何を学んだのかを考え、単元の学習内容のよさや他の単元との関連を表現する力 	<ul style="list-style-type: none"> 単元の振り返りとして自分の考えを説明するだけでなく、友達の考えを読み取り、それと関連させながら自分の考えを練り上げる。

6 本時の学習 (全16時間中の1時間目)

- (1) **ねらい** 多角形の内角の和について、興味をもって学習課題に取り組み、補助線や式を考え、説明し伝え合おうとしている。
- (2) **準備** 将棋の駒18個、サッカーのゴールネットの一部、発表するのに使う模造紙、説明するのに使うワークシート
- (3) **展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
<p>1 導入で紹介された「身の回りにある図形」について、興味・関心をもつ。</p> 	10	<p>○図形の単元の導入として、以下のような身の回りの図形を紹介し、生徒が興味・関心をもてるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「サッカーゴールネットが、正六角形になった理由」 ・「将棋の歩兵の駒を18個つなげると、1周して正十八角形になる。」 ・「日本武道館の屋根は、正八角形になっていて、奈良の法隆寺聖殿を模したもの」 ・「七角形に見えるイギリスの硬貨は、ルーローの三角形と同じで、等幅図形で、転がっても幅が変わらないことから、自動販売機などで、硬貨がスムーズに通る利点がある。」
<p>学習課題 多角形の内角の性質を調べよう。</p> <p>2 学習課題を把握する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・小学校の算数で学習した内容を振り返る。 ・右の問題を考える。 ・各自、課題を解決する。 ・ワークシートに自分の考えをまとめる。 ・三角形に分けて考える。 	10	<p>○多角形の内角の性質について調べるのに、三角形の内角の和を基に考えられるようにする。</p> <p>それぞれの多角形で、すべての角の和をいろいろな方法で求めてみましょう。</p>  <p>○小学校の算数の学習内容を復習し、これを基にして、課題を解決できるように見通しをもたせる。</p>
<p>生徒の反応① 三角形の角の和は180°であるから、補助線で三角形に分ければよい。</p> <p>・自分の考えた方法をグループで説明し伝え合う。</p>	20	<p>発問① 角の和は、どうなるでしょうか？どのように考えればよいでしょうか？</p> <p>○発問①により、課題解決の見通しをもたせる。</p> <p>○ワークシートを配り、すべての角を蛍光ペンで色を付けさせて、角の大きさや頂点の数を強調する。</p>
<p>生徒の反応② 「一つの頂点から対角線を引きました。」自分分の考えた補助線、式を発表する。</p>		<p>発問② どのような手順で考えましたか？ (例) アの補助線の説明をしてください。</p>

五角形の内角の和を補助線、式で考える。



生徒の反応③

- ・(エ)の補助線の式を考えさせる発問だったら)

180° × 4 - 180° です。

理由は三角形が4つあり、五角形の外部に1つ三角形があるので180°を引くからです。

- ・どんな五角形でも補助線が引けるので、○がいえます。

3 学習課題を解決する。

- ・三角形に分ける考え方で、お互いに説明し合うことを通して、自分では気付かなかった他の生徒の考えのよさに気付く。
- ・「答えの根拠」の視点で学び合う。

発問③
何を基にして、考えましたか？どんな五角形でも言えますか？
(例) 補助線だけ与えて式を考えさせたり、式だけを与えて補助線を考えさせたりする。

明できるようにする。

○自分の考えた方法を説明できたら、他の方法を考えるように促す。

◎三角形の角の和は、180°になること、多角形の対角線で三角形に分けてみることを、考えられるようにする。

○グループの学びでは、説明し伝え合う活動が活発に行えるように気付いたことから発表し、周囲も付け足すようにする。

○一斉の学びとして、発表する際には、五角形を例とするなどして、補助線で分ける方法を説明できるようにする。

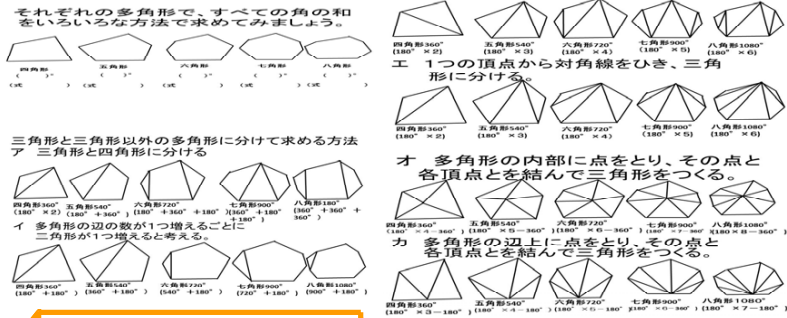
◇多角形の角の和を補助線、式を使って、帰納的、類推的に推論し、説明することができる。
(ワークシート・観察) 【数学的な見方や考え方】

◇図形の性質や多角形の角の和を補助線、式を使って、興味をもって課題に取り組むことができる。
(ワークシート・観察) 【関心・意欲・態度】

板書計画

多角形の内角の和を求めよう

それぞれの多角形で、すべての角の和をいろいろな方法で求めてみましょう。



ウ 対角線をひき、三角形に分けて求める。

エ 1つの頂点から対角線をひき、三角形に分ける。

オ 多角形の内部に点をとって、その点と各頂点を結んで三角形をつくる。

カ 多角形の辺上に点をとって、その点と各頂点を結んで三角形をつくる。

五角形の式が180 × 4 - 180になるのは、どんな補助線になりますか？

ウの考えは、どんな式になりますか？

6. 本時の学習 (全16時間中の2時間目)
 (1) ねらい 多角形の内角の和の公式について演繹的に考え、説明し伝え合う活動を通して説明できる。
 (2) 準備 発表するのに使う模造紙、説明に使うワークシート
 (3) 展開

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
・予想される生徒の反応 1 内角と外角の用語と意味について、理解する。 2 前時の授業を思い出し、学習課題に取り組み。	10	・内角と外角の用語と意味について、黒板を使い説明し用語と意味を理解できるようにする。 ・前時の授業の振り返りとして、ゆうとさんとさくらさんの表から考えさせる。
	20	

学習課題
 ゆうとさんとさくらさんは、それぞれ次のように考えて、多角形の内角の和を求めようとしています。下の表の空らんをうめて、四角形、五角形、六角形、…、n角形の角の和を求める式をつくりなさい。

ゆうとさん 多角形を、1つの頂点から出る対角線で、いくつかの三角形に分けて考えました。

	四角形	五角形	六角形	七角形	八角形	…	n角形
三角形の数						…	
角の和を求める式						…	



3 帰納的、類推的、演繹的な推論について、考える。

生徒の反応①
2, 3, 4, …となる

・図の三角形の数を数え確認する。
・図にない場合は、類推する。

4 表をつめ、自ら問いをもち表す。分からない場合は、友達の説明を聞き、まとめたり、説明したりして表現する。(グループの学び合い)

生徒の反応②
角の和を求める式は、三角形の数が頂点の数より2小さいことを基にしておく。

・四角形、五角形から六角形以降も類推する。

生徒の反応③
三角形の数は、前の空らんが、みんな2個小さいから(n-2)個で、三角形が(n-2)個だから式は180°×(n-2)になる。

◎四角形、五角形は、三角形の数を数え、図のない六角形は類推したり、図で確認したりできるようにする。(発問①)

発問①
三角形の数は、どうなるだろう？

○生徒から引き出したい帰納的な考え方 (発問②)
四角形→180°×2、五角形→180°×3
頂点(辺)の数より2だけ少ない数をかけているから、六角形では180°×4と類推できる。1つの頂点から対角線を引いて三角形に分けるときは、その一つの頂点と両隣の頂点の合わせて3つの頂点には、対角線が引けないから六角形では、対角線が6-3=3(本)引けて、三角形はそれより1つ多く4つできる。

発問②
どのように、式を考えましたか？

○生徒から引き出したい演繹的な考え方 (発問③)
多角形の頂点の数をnとすると対角線によって、三角形の数は(n-2)個だから、180°×(n-2)

発問③
では、n角形の三角形の数と角の和を求める式は、どのように考えましたか？

さくらさん 多角形を内部の1つの点から頂点に引いた線分で、いくつかの三角形に分けて考えました。

	四角形	五角形	六角形	七角形	八角形	…	n角形
三角形の数						…	
角の和を求める式						…	



・ゆうとさんの時と同じように、始めは、図の三角形の数を数えたが、図にない場合は類推する。

生徒の反応①
4, 5, 6, …となる。

・四角形、五角形から六角形以降を類推する。

生徒の反応②
角の和を求める式は、三角形の数が頂点の数と同じであることを基にしておく。

・180°×nは、三角形の内角の和を表す式であり、中心の360°を引くことに気付く。

生徒の反応③
三角形の数は、n個であり式は、中心の点に各三角形の一つの角が集まり、360°になるから、360°を引くと180°×n-360°

10 ○ゆうとさんの時と同じように、六角形以降は類推させる。確認のため図をかかせてもよい。(発問①)

発問①
三角形の数は、どうなるでしょうか？

○生徒から引き出したい帰納的な考え方 (発問②)
四角形→180°×4-360°、五角形→180°×5-360°と確認でき、六角形は、180°×6-360°と類推できる。

発問②
どのように、式を考えましたか？

○生徒から引き出したい演繹的な考え方 (発問③)
n角形でも、全ての頂点から対角線が引けるので、n本引くことができる。n本の対角線によりn個の三角形に分ける。また、中心の360°を引くので180°×n-360°

発問③
では、n角形の三角形の数と角の和を求める式は、どのように考えましたか？

○ゆうとさんの式を分配法則を用いると、さくらさんの式になることに自ら気付けるようにする。

◎前時の補助線、式を思い出せるように個別指導する。
「内角の和の公式」を「ゆうとさん」、「さくらさん」の2人の考えを基にまとめられるようにする。

10 公式 n角形の内角の和は180°×(n-2)で表す

◇多角形の内角の和の公式を演繹的に考え、説明できる。(ワークシート、観察)【数学的な見方や考え方】

○適用問題を提示し、多角形の内角の和の公式を用い、解くことで、振り返り定着させる。
○十二角形の内角の和を求めさせる等、簡単な問題から始め、意欲を高めさせる。
○正十二角形の1つの内角の和を求める問題を提示し、公式を使い、その後、12で割ればよいことを確認する。

板書計画
 n角形の内角の和を求めよう。

ゆうとさん

	四角形	五角形	六角形	七角形	八角形	…	n角形
三角形の数	2	3	4	5	6	…	n-2
角の和を求める式	180×2	180×3	180×4	180×5	180×6	…	180×(n-2)

ゆうとさん
n角形は、180°×(n-2)

さくらさん
n角形は、180°×n-360°

分配法則
180°×(n-2)=180°×n-360

多角形の内角の和はn角形ならば、180°×(n-2)

さくらさん

	四角形	五角形	六角形	七角形	八角形	…	n角形
三角形の数	4	5	6	7	8	…	n
角の和を求める式	180×4	180×5	180×6	180×7	180×8	…	180×n
	-360	-360	-360	-360	-360	…	-360

さくらさん・三角形の数の理由 ・角の和を求める式の理由

6 本時の学習 (全16時間中の3時間目)

- (1) **ねらい** 多角形の外角の和の公式をについて、考えを出し合い理解する。
 (2) **準備** 説明に使うワークシート
 (3) **展開**

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
・予想される生徒の反応 ・外角の和について、考えることを知る。	20	○前時の多角形の内角の和について確認し、本時は、外角の和について調べていくことを伝える。
学習課題 多角形の外角の和について考えよう。		
1 既習の「内角の和」と「内角と外角の両方を足すと、 180° になること」の両方で、解くことができないのかを考える。 2 帰納的な方法で、四角形の外角の和を求めよう。五角形、六角形の外角の和についても、同じ考え方で解く。		○多角形の図の内角には黒色を付け、外角には赤色を付け強調し、本時は外角について調べようことを意識させる。 ◎「内角の和の公式」「どの頂点でも、内角と外角の和は、 180° である。」等の既習事項が必要な生徒には、個別指導する。 ○四角形、五角形、六角形の内角、外角を図でそれぞれ示し、視覚的にとらえやすくする。
(生徒の反応①) ・四角形の場合、4つの頂点の内角と外角の和を全て加えると、 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 。内角の和は、 360° 。だから四角形の外角の和は、 $720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$ になる。 ・五角形の場合、5つの頂点の内角と外角の和を全て加えると、 $180^\circ \times 5 = 900^\circ$ 。また、5つの内角の和は、 $180^\circ \times (5 - 2) = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。したがって五角形の外角の和は $900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$ 。 ・六角形の場合、外角と内角の和を全てたすと、 $180^\circ \times 6 = 1080^\circ$ 。内角の和は、 $180^\circ \times (6 - 2) = 180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 。よって $1080^\circ - 720^\circ = 360^\circ$ 。		発問① まず、四角形の外角の和を考えてみよう。答えが出たら、理由も説明できるようにしてください。次に五角形、六角形についても考えよう。
3 帰納的な推論から演繹的な推論の考え方で、n角形の外角の和について、考える。	15	○どんな形の四角形、五角形、六角形でも内角と外角の和が 180° であることを確認して、n角形の外角の和について、考える。 ○個で考える時間をとり、n角形の外角の和について、記述させることで何が分かり何が分からないのかを導き出せるようにする。
(生徒の反応②) ・n角形の外角と内角の両方を全て加えると $n \times 180^\circ$ 。また、n角形の内角の和は $180^\circ \times (n - 2)$ 。よって $n \times 180^\circ - 180^\circ \times (n - 2) = 360^\circ$ 。		発問② 今度は、n角形の外角の和について、考えましょう。
4 n角形の外角の和について、公式に気付き、まとめよう。		◇「公式 多角形の外角の和は、 360° 」について、理解する。(観察)【知識・理解】
5 外角の和、内角の和の問題演習をする。	10	○問題演習では、基本的な問題に加え、以下の問題を提示し、違う視点を与える。 ○正八角形の1つの内角、1つの外角について問う。 ○1つの外角が 30° である正多角形は、正何角形かを問う。

6 実際の将棋の問題で身の回りに数学があることを実感し、多角形の内角の和の公式を用い、振り返る。

生徒の反応③
 ・正十八角形です。内角の和は $180 \times (18 - 2)$ で、2880°。

- ・前時で紹介した将棋の歩兵の駒18個をつなげてつくった正十八角形の内角の和を求めよう。
- ・一つの内角は、18で割って 160° である。

○実際の将棋の問題で印象に残し、多角形の内角の和の公式を用い、振り返りができるようにする。
 ○将棋の歩兵の駒18個をつなげてつくった正十八角形の内角の和を求めさせることで、意欲を高めて取り組めるようにする。

(発問③) 適用問題
 将棋の駒を18個つなげたこの図を使って多角形の内角の和を求めてほしいと思います。まず、何角形ですか？(正十八角形を確認後、内角の和を求めよう。)

○正十八角形の1つの内角の和を求める問題を提示し、公式を使い、その後、18で割ればよいことを確認する。

板書計画

多角形の外角の和を求めよう

四角形

五角形

六角形

4つの頂点から内角と外角の和は、 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 。また、4つの内角の和は、 $180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$ 。したがって、外角の和は、 $720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$ 。

5つの頂点から内角と外角の和は、 $180^\circ \times 5 = 900^\circ$ 。また、5つの内角の和は、 $180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$ 。したがって、外角の和は、 $900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$ 。

6つの頂点から内角と外角の和は、 $180^\circ \times 6 = 1080^\circ$ 。また、6つの内角の和は、 $180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$ 。したがって、外角の和は、 $1080^\circ - 720^\circ = 360^\circ$ 。

n角形の内角の和は、 $180^\circ \times n$ 。また、n個の内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$ 。したがって、外角の和は、 $180^\circ \times n - \{180^\circ \times (n - 2)\} = 180^\circ \times n - 180^\circ \times n + 360^\circ = 360^\circ$ 。

多角形の外角の和
 多角形の外角の和は、 360°

問題
 将棋の駒18個を並べると、1周して正十八角形ができます。このとき、①、②について、考えましょう。

①正十八角形の内角の和は、何度ですか。
 $180 \times (18 - 2) = 2880$ (答え) 2880°

②一つの内角は、何度ですか。
 $2880 \div 18 = 160$ (答え) 160°

6 本時の学習 (全16時間中の4時間目)

- (1) **ねらい** 対頂角の性質について、実感を伴って理解し、性質が成り立つ理由も考え、角度を求めることができる。
 (2) **準備** 竹ひご生徒全員分、発表するのに使う模造紙、説明に使うワークシート
 (3) **展開**

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価
・予想される生徒の反応		◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
1 対頂角の用語を知る。 2 2本の竹ひごを使い、対頂角の性質について知る。 (生徒の反応①) 上下の角度、左右の角度がそれぞれ等しい。 ・上下、左右の角度が等しい関係に気付く。 ・上下の角度が大きいかほど左右の角度は小さくなることに気付く。(その逆もある。)	10	○黒板に対頂角の図を書き、用語の説明をする。 ○黒板上に2本の竹ひごを動かして、角度についてこれから自分(生徒)で調べることを伝える。 発問① 対頂角の関係から、どんなことがわかりましたか？竹ひごを提示し、伝えてください。 ○中心(輪ゴムで止めてある)から、2本の竹ひごを動かし、角の関係を調べられるように全員分用意しておく。 ○ペアでの学び合いを取り入れ、お互いに対頂角の関係で気付いたことを発表する。
3 対頂角の性質について、帰納的に説明する。 学習課題 AさんとBさんは、右の図で、対頂角が等しいことを説明しようとしています。 Aさん「 $\angle a + \angle x = 180^\circ$ だね。」 Bさん「 $\angle b + \angle x = 180^\circ$ でもあるよね。」 このあと、どのように説明したのでしょうか。		
4 対頂角の性質について、演繹的に説明する。 (生徒の反応②) ・ $\angle a + \angle x = 180^\circ$ ・ $\angle b + \angle x = 180^\circ$ を比べ、 $\angle x$ どうし、 180° どうし同じで、 $\angle a = \angle b$ である。 ・ $\angle a = 180^\circ - \angle x$ ・ $\angle b = 180^\circ - \angle x$ だから $\angle a = \angle b$ である。	15	・学習課題のAさん、Bさんの続きの説明を予想することで、身近に感じることができるようになる。 発問② この後、どのように説明したのか考えましょう。 ・一人が考えたことを基に、グループでお互いに説明し合い、理解できるようにする。 ○Aさん、Bさんの考え方を基にして、「対頂角は等しい。」を導き出せるようにする。 ◎机間指導で、等式に注目させ、助言する。
5 「対頂角の性質」を用いて、適用問題を解く。 ・「対頂角の性質」について、根拠も含めて理解し使う。 ・一直線は 180° であることを使う。 (生徒の反応③) 「 360° を3本の直線で6つに分ける問題」では、「一直線は 180° であることを使って、解く。	15	問題 下の図のように、3つの直線が一点で交わっている。このとき、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ を求めよ。 (生徒の反応③) 発問③ 向かい合っていないところは、どうしてわかりましたか？理由を教えてください。($\angle b$ 、 $\angle d$) ◇対頂角の性質を使って、角度を求めることができる。(観察・ワークシート) 【数学的な技能】

6 同位角、錯角の用語と意味を理解する。 ・板書を写し、同位角、錯角の用語と意味をまとめる。 ・問題を解き、同位角と錯角の意味を理解する。	10	○生徒が分かりやすいように4つの仕切られた角を右上、左上、左下、右下にそれぞれ分け、色分けして確認する等、丁寧に説明し、視覚的にとらえやすくする。 ○板書のまとめだけでなく、問題を提示することで、生徒の理解を確認する。 ○後の平行線の同位角、錯角の区別ができるように平行でない傾きを提示し、確認する。
--	----	--

板書計画

$\angle a$ と $\angle c$ のように向かい合っている角を対頂角という。
 $\angle b$ と $\angle d$ も対頂角という。

<対頂角の性質>
 対頂角は、等しい。

学習課題
 AさんとBさんは、右の図で、対頂角が等しいことを説明しようとしています。
 Aさん「 $\angle a + \angle x = 180^\circ$ だね。」
 Bさん「 $\angle b + \angle x = 180^\circ$ でもあるよね。」
 このあと、どのように説明したのでしょうか。
 Aさんの式は、 $\angle a = 180^\circ - \angle x \sim \textcircled{1}$
 Bさんの式は、 $\angle b = 180^\circ - \angle x \sim \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より $\angle a$ と $\angle b$ はどちらも $180^\circ - \angle x$ だから、 $\angle a = \angle b$

問題
 下の図のように、3つの直線が一点で交わっている。このとき、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ を求めよ。

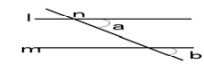
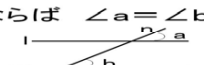
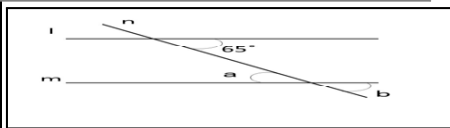
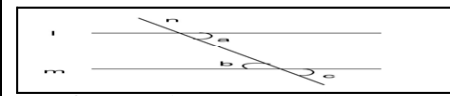
対頂角は等しいから、
 $\angle a = 45^\circ$
 $\angle c = 30^\circ$
 また、一直線は 180° だから
 $\angle d = 180^\circ - (\angle a + \angle c)$
 $= 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ)$
 $= 105^\circ$
 $\angle b$ は $\angle d$ と対頂角だから
 $\angle b = 105^\circ$

同位角、錯角

$\angle a$ と $\angle e$ のような位置にある角を同位角という。また、 $\angle b$ と $\angle h$ のような位置にある角を錯角という。

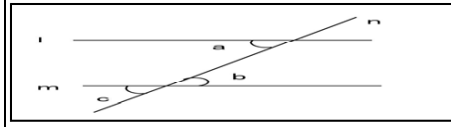
6 本時の学習 (全16時間中の5時間目)

- (1) **ねらい** 「平行線の性質」「平行になるための条件」について説明し合い、定理が成り立つまでの過程も含めて理解できる。
 (2) **準備** 発表するのに使うホワイトボード、説明に使うワークシート
 (3) **展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
<p>1 前時の「同位角、錯角の用語と意味」を振り返る。 ・問題を解き、同位角と錯角の意味を理解する。</p> <p>2 平行線の同位角の用語と意味を理解する。 ・三角定規2枚を使い、同位角が等しいことで平行線を引く。 ・ノートの罫線を使い2本の直線を引き、1本の交わる直線を引き、同位角について調べ、等しいことを知る。 ・「平行」と「平行でない場合」について、同位角、錯角の違いを理解する。</p>	5 15	<p>○導入として、同位角、錯角の用語と意味について生徒に確認する。 ○後の平行線の同位角、錯角の区別ができるように平行でない傾きを確認し、強調する。 ○三角定規1枚を固定、1枚を滑らせて平行線をかきかき方を振り返り、同位角が等しいならば平行線がかけられることを提示し確認する。 ○ノートの罫線を使い2本の直線を引き、1本の交わる直線を引き、同位角について調べ、等しいことを提示し確認する。 ○平行と平行でない場合について、確認する。</p> <p>① $\angle a = \angle b$ ならば $l \parallel m$</p>  <p>② $l \parallel m$ ならば $\angle a = \angle b$</p> 
<p>学習課題1 「問題 1 // m のとき、$\angle b$ の大きさを求めなさい。」</p>		
<p>3 平行線の同位角、対頂角の問題に取り組む。 ・65° の答えの理由を平行線の同位角を使って答える。</p>	20	 <p>◎「平行線の同位角は等しい。」をえるように、机間指導で振り返らせる。</p>
<p>学習課題2 「問題 1 // m のとき、$\angle a$ の大きさを求めなさい。」</p>		
<p>4 平行線の錯角の用語と意味を理解する。 ・右上の図の課題に取り組み、対頂角の性質を使って、$\angle a = 65^\circ$ を求める。</p>		<p>○生徒に$\angle a$が65°を求めさせることで、実感を伴う理解に導く。 ○既習の「平行線の同位角」、「対頂角」の性質を使うことで説明の根拠を引き出す。 ○発問①により、「演繹的な考え方」を引き出す。</p> <p>生徒の反応① ・「$\angle a$と$\angle c$は平行線の同位角であるから、$\angle a = \angle c$」 ・「$\angle b$と$\angle c$は対頂角であるから$\angle b = \angle c$」 ・「$\angle a$と$\angle b$はどちらも$\angle c$と等しいから$\angle a = \angle b$」 ・平行線であれば、錯角が等しいことに根拠も理解し、気付く。 ・「平行線の同位角の性質」として、関連してみる。</p> <p>発問① 「下の図で、2つの直線 l, m が平行であるとき、錯角$\angle a$, $\angle b$が等しくなることを証明しなさい。」</p>  <p>○発問②により、錯角が等しければ平行であることに気付けるようにする。</p>

生徒の反応②
 ・対頂角は等しいから
 $\angle b = \angle c$
 $\angle a = \angle b$ であるから
 $\angle a = \angle c$
 同位角が等しいから
 $l \parallel m$

発問②
 「下の図で $\angle a = \angle b$ とする。このとき、 $l \parallel m$ となるわけを、同位角が等しくなることから説明しなさい。」



平行線の性質
 2直線に2直線が交わる時、
 ①同位角は等しい。
 ②錯角は等しい。

平行になるための条件
 2直線に1つの直線が交わる時どちらかが成り立てば平行である。
 ①同位角は等しい。
 ②錯角は等しい。

○「平行線の性質」と「平行になるための条件」について、まとめる。
 ○「同位角、平行線の同位角」の違い、「錯角と平行線の錯角」の違いについて意識させ、定着できるように確認する。
 ○「平行線の性質」と「平行になるための条件」を使い分けられるように、「平行」の用語を確認する。

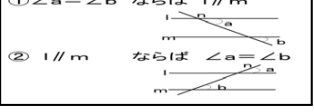
◇「平行線の性質」「平行になるための条件」を理解できる。
 (観察・ワークシート)【知識・理解】

○適応問題の提示により、問題を解くことで理解を深められるようにする。

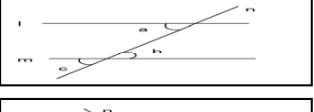
板書計画

「平行線の性質」「平行になるための条件」

① $\angle a = \angle b$ ならば $l \parallel m$



② $l \parallel m$ ならば $\angle a = \angle b$



「 $\angle a$ と $\angle c$ は平行線の同位角であるから、 $\angle a = \angle c$ 」
 「 $\angle b$ と $\angle c$ は対頂角であるから $\angle b = \angle c$ 」
 $\angle a$ と $\angle b$ はどちらも $\angle c$ と等しいから
 $\angle a = \angle b$

対頂角は等しいから
 $\angle b = \angle c$
 $\angle a = \angle b$ であるから
 $\angle a = \angle c$
 同位角が等しいから
 $l \parallel m$

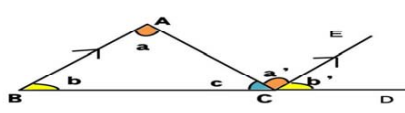
平行線の性質
 2直線に2直線が交わる時、
 ①同位角は等しい。
 ②錯角は等しい。

平行になるための条件
 2直線に1つの直線が交わる時どちらかが成り立てば平行である。
 ①同位角は等しい。
 ②錯角は等しい。

適応問題

6 本時の学習 (全16時間中の6時間目)

- (1) **ねらい** 「三角形の内角、外角の性質」について、学び合いを取り入れ、演繹的に考え、根拠をもって説明できる。
 (2) **準備** 発表するのに使うホワイトボード、説明に使うワークシート
 (3) **展開**

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価
・予想される生徒の反応		◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
1 三角形の内角の和を帰納的な考えで求められることを知る。	5	○三角形の内角の和について、小学校の算数での考え方を思い出せるように画用紙の三角形を切り、一点に集め直線になることを確認する。
2 「証明」を意識して、三角形の内角の和が180°であることを証明する。	15	○証明の意味を理解できるように三角形の内角の和を演繹的な考え方で説明できる場を設定する。
<p>学習課題1 「三角形の内角の和は、180°である」を平行線の性質を使って、証明しよう</p>		
<p>生徒の反応① ・平行線を見付けられれば、証明ができそうだ。</p> <p>・証明の糸口が分かる。</p>		<p>発問① まず、どこから始めればよいでしょうか。何が分かれば次に進めるでしょう。</p> <p>○証明するために、まず何をすべきなのか、何から始めたらよいのかを発問①で問い、生徒が自ら問いをもって取り組めるようにする。</p>
<p>生徒の反応② ・「平行線の性質」ということは、平行線の錯角、同位角が使えるぞうだ。 ・「平行線の性質」を使って、角を何か使って表すのではありませんか。</p> <p>・既習の「平行線の性質」には、平行線の錯角、同位角があることに気付く。 (証明) ・△ABCの辺BCの延長をCDとし、点Cを通過して辺ABに平行な直線CEを引く。このとき、平行線の錯角は等しいから $\angle a = \angle a'$、平行線の同位角は等しいから $\angle b = \angle b'$、よって、△ABCの内角の和は、$\angle a + \angle b + \angle c = \angle a' + \angle b' + \angle c = 180^\circ$</p>		<p>発問② 「平行線を見付ける」ことから、始めればよいということ言ってくれましたが、どうして「平行線」を使えば、三角形の内角の和が180°になる理由になるのでしょうか？</p> <p>○発問②により、既習の「平行線の性質」である、平行線の錯角、同位角について気付き、理由として表現できるようにする。</p>
	20	 <p>○平行線の性質を用いて、三角形の内角の和について演繹的に考えることができるようにする。 ○既に正しいと分かっている性質を根拠として示すことを「証明」ということを理解できるようにする。 ○帰納的な考え方を経験したことを基に、上記のように演繹的に考えることを経験させ、「証明」の必要性を感じられるようにする。</p>
<p>学習課題2 △ABCの頂点Aを通り、辺BCに平行な直線DEを引きます。三角形の内角の和が、180°であることを証明しなさい。</p>		

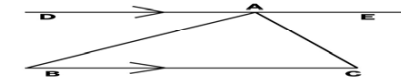
3 根拠をもって、「三角形の内角の和が180°である」ことを説明、記述する。

・(証明)
 $DE \parallel BC$ より、平行線の錯角は等しいから
 $\angle ABC = \angle BAD$
 $\angle ACB = \angle CAE$
 したがって、△ABCの内角の和を求めると
 $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = \angle BAC + \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ$

生徒の反応③
 ・「平行線の性質」を利用しているところが共通している。
 ・どちらも証明だから根拠があるところが共通している。
 ・一直線に角を集めるところで、学習課題1の証明は、平行線の同位角と錯角を使い、学習課題2の証明は、平行線の錯角だけを使っている。

4 三角形の内角、外角の性質について、まとめる。

5 三角形の内角、外角の性質を使って、問題演習に取り組む。



- 「三角形の内角の和」の別解法の証明を考えることで、証明には多様な方法があることに気付くことができるようにする。
 ○まずは、個で考える時間をとり、その後、グループによる学び合いを取り入れ、三角形の内角の和が180°になることをお互い記述したことを基に、説明したり、疑問に思ったことを聞いたりできるようにする。

- 発問③
 「三角形の内角の和を求める学習課題1、2」の証明で、共通点や違いは、何ですか？
 ◎「学習課題1」の証明を基にして、「平行線の性質」等が使えないか個別指導する。
 ○発問③により、学習課題1、2の「証明」の相違点を問い、「証明」の概念を深めるようにする。

◇「三角形の内角、外角の性質」について、演繹的に考え、筋道立てて記述することができる。(観察・ワークシート) 【数学的な考え方】

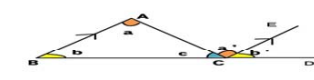
三角形の内角、外角の性質
 ①三角形の内角の和は、180°である。
 ②三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

- 「三角形の内角、外角の性質」を使った適用問題を提示し、理解を深め技能を向上させる。

板書計画

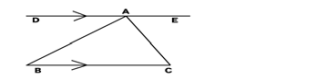
三角形の内角と外角の性質

学習課題1



(証明)
 △ABCの辺BCの延長をCDとし点Cを通過して辺ABに平行な直線CEをひく。このとき、平行線の錯角は等しいから $\angle a = \angle a'$ 、平行線の同位角は等しいから $\angle b = \angle b'$ 、よって、△ABCの内角の和は、 $\angle a + \angle b + \angle c = \angle a' + \angle b' + \angle c = 180^\circ$

学習課題2

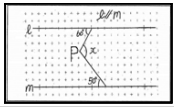
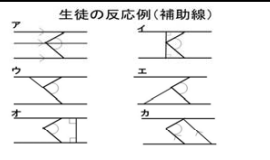
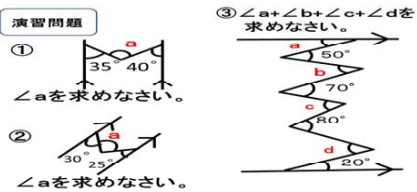


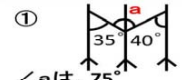

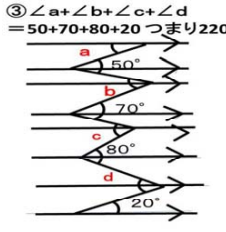
(証明)
 DE // BCより、平行線の錯角は等しいから $\angle ABC = \angle BAD$
 $\angle ACB = \angle CAE$
 したがって△ABCの内角の和を求めると
 $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = \angle BAC + \angle BAD + \angle CAE = 180$

三角形の内角、外角の性質 (定理)

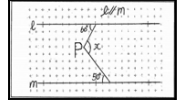
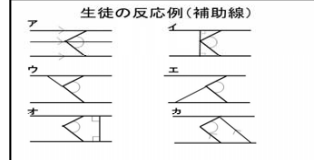
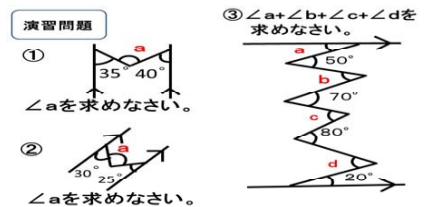
6 本時の学習 (全16時間中の7時間目)

- (1) **ねらい** 学び合いを取り入れ「平行線の錯角、同位角」「多角形の内角の和」「三角形の外角の和」等の多様な考え方で解き、説明することができる。
- (2) **準備** 発表するのに使うホワイトボード、説明に使うワークシート
- (3) **展開**

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価
・予想される生徒の反応	時間	(◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
<p>1 「平行線の錯角、同位角」「多角形の内角の和」「三角形の外角の和」等を使って角の大きさを考える。</p> <p>学習課題1 右の図で、$\angle x$の大きさを求めなさい。 また、補助線等も引き、その求められる理由も書きなさい。</p> 	20	<p>○単元の中の既習事項を使って、解く問題を提示する。</p> <p>○自分の課題解決の方法や根拠を説明でき、友達の考えのよさに気付けるようにする。</p>
<p>・答えの理由となるア～カの補助線を引く。</p> <p>生徒の反応例(補助線)</p>  <p>・理由は、アは、平行線の錯角、イは、三角形の内角の和、垂線、一直線の角度、ウとエは、平行線の錯角、三角形の外角の性質、オは、五角形の内角の和、垂線、カは、平行線の同位角、平行線の錯角、一直線の角度、四角形の内角の和等に気付く。</p> <p>生徒の反応① ・アの方法だと思います。理由は、平行線の性質を利用すれば平行線一本で解けるからです。</p> <p>発問① 一番簡単な方法はどれですか？ なぜ、そう思いますか？ 発問①' それぞれの解き方のよさは、何ですか？ 発問①'' 共通した考えは何ですか？</p>		<p>○個で考える時間を十分にとり、自らの問いをもって課題に取り組めるようにする。</p> <p>○ア～カのどれか一つ導き出せたら、その他にも導き出せるように考える。</p> <p>○多角形の内角の和を求めたときと同じように、いろいろな補助線の工夫が考えられるため、ここで説明し伝え合う活動、学び合いを設定する。</p> <p>◎机間指導で既習事項を活用できるように補助線を示し、根拠を考えられるようにする。</p> <p>○まず、生徒に補助線を引いただけの図を発表させ、どういう考え方を推測させ、他の生徒にそれを説明させる活動も取り入れる。</p> <p>○グループでの学び合いでは、答えの根拠となる理由や補助線の引き方を説明し合うようにする。</p>
<p>学習課題2 次の①～③の角度を求めなさい。また、その答えになる理由も説明しなさい。</p> <p>2 問題①②③に取り組み、まずは、答えを導き出す。</p> <p>・問題①②③の順で解き、答えの根拠となる定理と結び付けて、補助線を引く。</p>	20	<p>演習問題</p>  <p>③ $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d$ を求めなさい。</p>

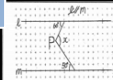
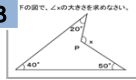
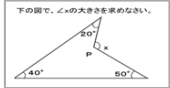
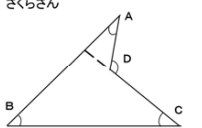
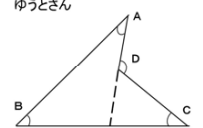
<p>・補助線を引き方を振り返り、説明する言葉を整理する。</p> <p>生徒の反応② 最初から、かかれてある平行線に平行に補助線を引きました。</p> <p>・補助線を引いた理由について説明する。</p> <p>生徒の反応③ 「平行線の性質」の平行線の錯角を使いました。</p>	<p>○発問②を通して、補助線の引き方を説明できるようにする。</p> <p>発問② まず、どのような補助線で、考えたのですか？手順を教えてください。</p> <p>○発問③を通して、補助線が平行線の錯角を利用するためのものである等、答えの根拠を問う。</p> <p>発問③ その答え、補助線は、何を基にして考えたのですか。</p>	
<p>3 グループでの学び合いでは、自分の考えを発表したり、友達の考えを聞いたりして考えを深める。</p> <p>・問題演習に取り組み、自分の分かる問題と分からない問題を知る。</p> <p>・分からない問題を復習し、分かるように説明を聞き理解する。</p>	<p>補助線を引くと、平行線の錯角がいえる</p>  <p>① $\angle a$は、75°</p>  <p>② $\angle a$は、55°</p>  <p>③ $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 50 + 70 + 80 + 20$ つまり 220°</p> <p>◇補助線を引き、平行線の錯角等を利用し、多様な考え方で角度を求め、その理由を説明することができる。 (ワークシート、観察) 【数学的な考え方】</p>	
<p>4 自分の考えた理由を振り返ったり、友達の考えを聞いたりして考えを活用できるようにする。</p>	10	<p>○分からないところの説明を聞き、理解できるように生徒どおしの学び合いを取り入れる。</p> <p>○一斉の学び合いで、問題①②③の順に答えの根拠となる理由や補助線の引き方について、発問し思考を引き出し、まとめる。</p>

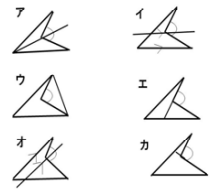
板書計画

<p>角度を求め、答えの理由を説明しよう。</p> <p>学習課題1</p>  <p>生徒の反応例(補助線)</p> 	<p>学習課題2</p> <p>演習問題</p>  <p>① $\angle a$を求めなさい。</p> <p>② $\angle a$を求めなさい。</p> <p>③ $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d$を求めなさい。</p> <p>①～③の補助線の引き方、答えとその理由</p> <p>(ア)～(カ)の答えの理由</p>
---	---

6 本時の学習 (全16時間中の8時間目)

- (1) **ねらい** 「矢じり図形の $\angle A + \angle B + \angle C = \angle ADC$ 」であることを補助線を利用して、根拠をもって説明することができる。
 (2) **準備** 発表するのに使うホワイトボード、説明に使うワークシート
 (3) **展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
1 平行線の角と矢じりの図形の関連に気付く。	5	○問題A, Bを提示して、気付く時間をつくる。
学習課題 問題Aと問題Bの関連は、何だと思えますか？		 
生徒の反応① ・Aの問題の上の平行線を斜めにするとBの問題になります。		発問① 「平行線と角」では、点を動かして動点を考えましたね。今度は、Bをどのように動かして考えたとAの問題になりますか？
2 矢じりの図形の角を求めらることを把握する。	15	○ $\angle x$ の大きさを求めるには、どうするとよいのかを示し、興味をもって取り組めるようにする。
学習課題 矢じりの形をした図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。		
・ $\angle x$ の大きさを求めるには、どうすると求められるのかを考える。 ・ $\angle x$ の角の大きさを3つの $20^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ を使って表すことを予想する。 ・ $20^\circ + 40^\circ + 50^\circ = 110^\circ$ であると予想する。 ・補助線を引いて、 110° であると説明できる。		○個人で、考える時間をとり、どこが分かればよいのかを試行錯誤させ、問いをもてるようにする。 ○ 110° と答えられた生徒が出たら、「その理由を考えよう」と投げかけ、さくらさんとゆうとさんの補助線を紹介する。 ○角度が 110° と出せた生徒には、矢じりの形の図、全てで角度の性質が当てはまるかどうかを考慮するように指示する。
3 グループでの学び合いで、さくらさん、ゆうとさんの補助線の説明を発表する。	20	○発問②を通して、考えられるようにする。 ○さくらさん、ゆうとさんの補助線に注目させ、説明を考えるように提示する。
生徒の反応② ・補助線に注目し、理由を見付ける。 ・「三角形の外角の性質」に気付く。		発問② さくらさんとゆうとさんは、次のように補助線を引いて考えました。2人は、それぞれどのように考えて説明しようとしたのでしょうか？
自分の記述を基に友達の発表を聞き、付け足したり、改善したりする。 ・さくらさんとゆうとさんの説明を考える。 ・三角形の外角の和を基にしていることに気づき、説明を考える。 ・他の補助線の子想(さくらさん、ゆうとさんの補助線も含む)		 
		○2人の考えた説明を記述させ、それを基に発表できるようにする。

生徒の反応例(補助線)	
	○さくらさん、ゆうとさんの説明を考え、グループでお互いに発表できる場を設定する。 ○グループ活動で、さくらさん、ゆうとさん以外の補助線についても考えさせ、発表できるようにする。 ◎さくらさん、ゆうとさんの図の三角形を色で縁取り、三角形の内角、外角の性質に気付けるようにする。 ○さくらさん、ゆうとさん以外にも、ア〜カの補助線もあることを紹介し、理由を問う。 ○アは、三角形の外角の性質、イは平行線の同位角、錯角と三角形の外角、ウは、三角形の内角の和、オは、平行線の同位角、錯角、エ、カは、三角形の外角の性質を根拠にしていることを押さえる。
・ア〜カについての根拠を押さえる。 4 グループで発表したことを基に、学級みんなで確認する。 ・説明の中で、数学的な表現を取り入れられるように友達の発表を聞く。	10 ○一斉の学びで、黒板に生徒の説明の書かれた横造紙を貼り、説明できるようにする。 ○横造紙には、書かれていない数学的な用語等を含んで考えるように聞き返す。 ◇矢じり形の $\angle A + \angle B + \angle C = \angle ADC$ であることを補助線を利用し、根拠をもって説明できる。(観察・ワークシート) 【数学的な考え方】 ○矢じりの図形から、他の問題に活用できる考え方を身に付けられるように適用問題を提示する。 ○発問③を通して、本時を振り返られるようにする。
5 「やじりの図形の$\angle A + \angle B + \angle C = \angle ADC$を使って、適用問題について考える。 ・本時を振り返る。	発問③ この問題を通して、どんなことに気づきましたか ◎矢じりの形のイメージができない生徒には、矢じりの形を太線でなぞらせ、視覚的に矢じりの形を浮き出させて、説明できるように支援する。


板書計画

「矢じりの図形」の性質について考えよう

学習課題

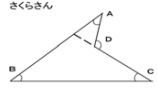
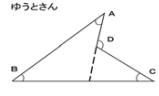
下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

生徒の反応例(補助線)



さくらさん

ゆうとさん

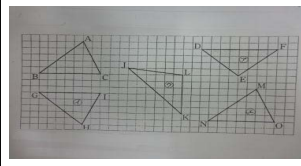



(さくらさんの説明) (ゆうとさんの説明)

アは、三角形の外角の性質、イは平行線の同位角、錯角と三角形の外角、ウは、三角形の内角の和、オは、平行線の同位角、錯角、エ、カは、三角形の外角の性質を根拠にしている。

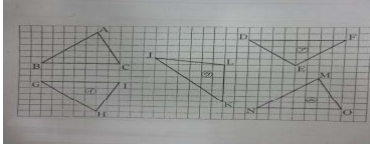
6 本時の学習 (全16時間中の9時間目)

- (1) **ねらい** 「合同」の用語と意味について理解し、合同な図形を見付け、対応する頂点や辺、角を記号を使って表すことができる。
 (2) **準備** 合同な三角形、相似な三角形、合同でない三角形の画用紙
 (3) **展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
1 算数での既習の「合同」の意味について想起する。 ・「合同」の意味について、既習であることを知る。	5	○導入として、画用紙で「合同な三角形、相似な三角形、合同でない三角形等」から合同な三角形を提示する。(算数の復習) ○生徒に合同な三角形を選ぶときに、「合同」の意味を確認する。
学習課題1 △ABCを移動させて重ね合わせることができる図形は、どれでしょうか。		
2 合同な三角形を見付け、どのように移動したのかを説明する。 ・合同な図形の対応する頂点、辺、角について調べる。	15	○マス目にかかれた合同な四角形の対応する頂点、辺、角を見付けられるようにする。 ○合同な図形の「重なり合う」部分を「対応する」の意味として押さえる。 ○1学年の平面図形「対称移動、平行移動」の用語とその意味を課題解決を通して確認する。 ○発問①を通して、生徒の答えから「合同」の定義である「重なり合う」の意味を引き出す。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 生徒の反応① ・辺の長さがそれぞれ同じで角の大きさもそれぞれ等しいから。 </div> ・説明に平行移動、対称移動等の数学的な表現を使う。		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 発問① 実際に重ねてないのにどうして重ね合わせることができる図形と判断しましたか？ </div> ○発問②を通して、対称移動、平行移動の言葉を引き出す。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 生徒の反応② ・イへの移動は対称移動、エへの移動は、平行移動と言います。 </div> ・対応する辺、角に印しを付け、視覚的に見やすく工夫する。		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 発問② イへの移動、エへの移動をそれぞれなんというのか覚えてますか。教えてください。 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">  合同な図形を見付けるのに視覚的にとらえやすく、数えやすいマス目のある図で導入する。 </div> ◎辺の長さ、辺と辺の間の角度は、辺の傾きを調べると合同が分かることを机間指導する。
3 合同の記号「≡」を使った書き方、合同な図形の性質を理解する。 ・「≡」の両側の頂点は、対応する順になっているきまりがあることを知る。	10	○合同な図形の性質について、言葉だけでなく図形でも対応する辺や角を同じ印しを付ける等して、視覚的にとらえやすくする。 ○合同の記号「≡」を使い、合同な図形の頂点を対応させて表すきまりについて押さえる。 ○合同の記号「≡」と面積が等しいことを表す「＝」の違いについて、説明する。
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 合同な図形の性質 合同な図形では、対応する線分や角はそれぞれ等しい。 </div>

学習課題2 五角形ABCDE ≡ 五角形FGHIJ であるとき、対応する辺や角をそれぞれ言いなさい。	
4 合同の記号「≡」を使った式から読み取り、対応する辺と角を表す。	15
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 生徒の反応③ ・合同な五角形をかいて、その後頂点を対応させて考えればよい。 ・五角形の後のアルファベットは対応している頂点の順で表されているのだから、対応する辺、角もそこから考えればよい。 </div> ・対応する辺は、ABとFG、BCとGH、CDとHI、DEとIJ、EAとJF ・対応する角は、∠Aと∠F、∠Bと∠G、∠Cと∠H、∠Dと∠I、∠Eと∠J	○発問③を通して、合同な図形が問題にかいてない場合でも求めることができるようにする。
5 適用問題を解き、合同な図形を見付け、記号「≡」を使って表したり、対応する辺や角を表したりする。	5
・合同な図形の頂点の並び順のきまりに気付き、対応する辺、角を見付け、表す。	○発問③ この問題では合同な五角形の図が示されていないけど、どのように考えたらよいですか。
	◎合同の記号「≡」で表してある場合、頂点がそれぞれ対応しているのだから、対応する辺、角も表しやすいことに気付けるようにする。 五角形ABCDE ≡ 五角形FGHIJは、五角形①②③④⑤ ≡ 五角形①②③④⑤の順で同じ番号の位置で頂点は対応している。
	◎合同な五角形の図を自分でかいて、イメージをもってから対応する辺や角を表すようにする。
	○適用問題では、ぴったり重なるイメージをもってから、合同「≡」の記号を使うと見通しをもちよいことを伝える。
	◇「合同な図形の性質」の意味を理解し、合同な図形を見付け、記号「≡」を使って表すことができる。 【数学的な技能】
	◎画用紙でつくった合同な図形を黒板に貼り、答え合わせのときに同じ向きに直したり、対応する辺や角どうしをそれぞれ同じ色で縁取ったりして、視覚的にも理解しやすくする。

板書計画

合同な図形	合同な図形の性質
学習課題1 △ABCを移動させて重ね合わせることができる図形は、どれでしょうか。	合同な図形では、対応する線分や角はそれぞれ等しい。
	学習課題2
イは対称移動、エは平行移動	(1) 対応する辺は、ABとFG、BCとGH、CDとHI、DEとIJ、EAとJF (2) 対応する角は、∠Aと∠F、∠Bと∠G、∠Cと∠H、∠Dと∠I、∠Eと∠J
平面上の2つの図形について、移動させるとぴったりと他方に重ね合わせることができるとき、この2つの図形は合同であるという。	適用問題

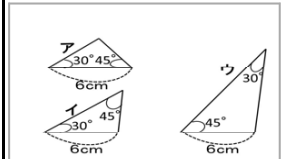
6 本時の学習 (全16時間中の10時間目)

- (1) **ねらい** 合同な三角形をかく方法を考えることを通して、三角形の合同条件を見いだすことができる。
 (2) **準備** 合同な三角形、合同でない三角形の画用紙
 (3) **展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する児童への支援 ◇評価)
1 三角形の作図について、取り組むことを把握する。	5	○三角形の作図について、学習課題を提示し作図を通して実感できるようにする。
<p>学習課題1 2辺が4cmと6cmで、1つの角が30°の三角形をかいてみましょう。</p>		
2 学習課題に取り組み、三角形をかいてみる。 ・ア、イ、ウ、エの三角形をかいた場合、1つに決まらないことを理解する。 ・1つの角が2辺の間にない→3通りの三角形ができる。(ア、イ、ウの三角形) ・1つの角が2辺の間にある→1通りの三角形ができる。(エの三角形)	20	○底辺の6cmだけ固定し、後は自由に作図できるようにする。 ○学習課題の条件に合った三角形は、4通りできることに気付けるように、三角形をできるだけ多く、かけるようにする。その際、ウの三角形は、分度器でかくことは難しいが、三角定規の30°を使い、4通りが出るようにする。 ○4通りの三角形を一斉で確認し、その後に三角形の2辺と1つの角の位置を決めても三角形は2通りできること、1つの角の位置を「2辺の間」と決めると1通りに決まることを確認する。
3 作図したことを基に、特徴をつかみ、選別できるように学ぶ。		○発問①を通して、角による三角形のグループ分けの視点をもてるようにする。 ○発問②を通して、三角形が1つに決まる条件について考える。
<p>生徒の反応① エは、2辺に挟まれている角が30°のア、イ、ウの三角形は、それ以外である。</p> <p>生徒の反応② 2辺に角が挟まれていると三角形は1つに決まる。</p>		
<p>発問① 4つの三角形を1つとそれ以外3つに分けるときのどのような分け方をすればよいのかを考えましょう。</p> <p>発問② ということは、この場合、どのような条件がいれば三角形が1つに決まるということになりますか？</p>		
<p>学習課題2 次の三角形は、1通りに決まりますか？三角形をかいて調べなさい。 (1) 3辺が4cm、6cm、5cmの三角形 (2) 1辺が6cmで、2つの角が30°と45°の三角形</p>		
4 三角形を実際にかき、三角形が1つに決まる条件を調べ	20	○実際に図をかくことで、1通りに決まるかどうか判断できるようにする。

- ・3辺が分かれば、1通りの三角形に決まることに気付く。
- ・1辺とその両端による三角形の決定について、考察する。
- ・2つの角が1辺の両端にない場合は2通り(イ、ウの三角形)ができ、両端にある場合は1通り(アの三角形)に決まることに気付く。

生徒の反応③
底辺の両端に角があれば、1つに決まる。



5 「三角形の合同条件」について、過程を振り返りまとめる。

- 三角形の決定条件を基に「三角形の合同条件」としてまとめ、理解できるようにする。
 - 実際にかけた図を基に、三角形が1つに決まるかどうかを話し合う。
 - 図で2通りに視覚的に示し、目で見て確認できるようにする。
 - 「三角形の合同条件」について、1通りに決まった過程を振り返り、「その間の」「その両端の」「それぞれ」等、強調してまとめる。
 - (2)は、底辺を6cmとして、比べやすいようにかくように指示する。
- 発問③を通して、三角形が1つに決まる条件について考える。

発問③
3つのうち、どのような条件がいれば三角形が1つに決まるということになりますか？

◇合同な三角形をかく方法を考えることを通して、三角形の合同条件を見いだすことができる(観察・作図)【数学的な考え方】

◎取組の滞っている生徒には、机間指導で把握し、解き方について説明し確認する。

- 三角形の合同条件
- ① 3組の辺がそれぞれ等しい。
 - ② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
 - ③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

板書計画

三角形を作図しよう。

学習課題1

学習課題2

三角形が1つに決まる条件は、
1辺(底辺)の両端に角がある。

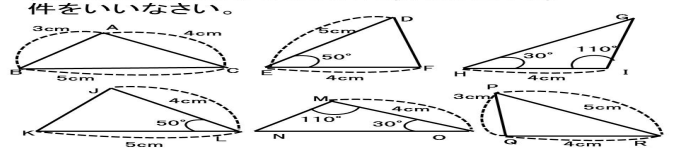
三角形が1つに決まる条件は、
2辺の間に角がそれぞれ等しいということ。

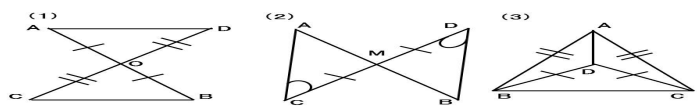
三角形の合同条件

- ① 3組の辺がそれぞれ等しい。
- ② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
- ③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

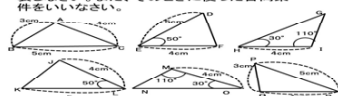
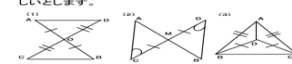
6 本時の学習 (全16時間中の11時間目)

- (1) **ねらい** 「三角形の合同条件」を使って、三角形の合同の判断し、表すことができる。
- (2) **準備** 問題の書いてある模造紙、演習問題「合同な三角形」
- (3) **展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する児童への支援 ◇評価)
<p>1 2つの三角形の合同を判断することが課題であることを把握する。</p>	5	<p>○合同な三角形の組を見付けるのに、単に直観的にとらえるのではなく、合同である根拠を問う三角形の合同条件に当てはめて判断できるようにする。直観は根拠がなく、「三角形の合同条件」が根拠になることに気付けるようにする。</p>
<p>学習課題1 合同な三角形の組をみつけ、記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件をいいなさい。</p> 		
<p>2 2つの三角形の合同を「合同条件」を使って、判断する。</p> <p>・$\triangle DEF \equiv \triangle K L J$ (2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。)</p> <p>・$\triangle G H I \equiv \triangle N O M$ (1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。)</p> <p>生徒の反応① ・2組の辺とその間の角は、角が1つだけ与えられているときに、その角の大きさとその角を挟む2辺の長さをそれぞれ比べると分かる。 ・1組の辺とその両端の角は、角が2つ与えられているときは、与えられた1辺とその両端の角の大きさを比べる。</p> <p>生徒の反応② ・2組の辺とその間の角は、辺EDと辺LK、辺EFと辺LJ、$\angle E$と$\angle L$が等しい。 ・1組の辺とその両端の角は、辺HIと辺OM、$\angle H$と$\angle O$、$\angle I$と$\angle M$が等しい。</p> <p>生徒の反応③ ・図形の合同では、対応する頂点の順に書くから、角度や辺の長さに注目して表すようにする。 ・等しい所に印しを付けておくとうい。</p>	20	<p>○頂点が対応しているか、確認する。 ◎頂点を対応させるためには、向きをそろえることが大切であり、実際にイメージがもたかどうかを画用紙の三角形の向きをかえて確認する。 ◎印や色分けをすることで、対応していることが分かりやすくなるように答え合わせをする。</p> <p>○発問①を通して、等しい辺や角の見付け方のポイントを生徒の言葉から引き出す。</p> <p>発問① どうして、その合同条件を使いましたか？使おうとした根拠を言ってください。</p> <p>○発問②を通して、本当に合同条件があてはまっているのかどうかを確かめられるようにする。</p> <p>発問② その合同条件は、どこの辺とどこの角が等しいことをいっていますか？</p> <p>○発問③を通して、誤答も取り上げ生徒の正答への導き方を生徒の言葉で引き出し提示する。</p> <p>発問③ $\triangle D E F \equiv \triangle J K L$、$\triangle G H I \equiv \triangle M N O$のようにかいた答えを次から、どうすれば正答にできると思いますか？</p>

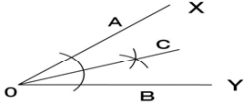
<p>3 「合同条件」で判断するときどどの辺、角を比べればよいのかを理解する。</p>	20	<p>◎三角形の合同条件の判断として、以下の視点をもつことにも気付かせる。</p>
<p>学習課題2 次のそれぞれの図形で、合同な三角形の組を見付け、記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件をいいなさい。ただし、それぞれの図で、同じ印を付けた辺や角は、等しいとします。</p> 		
<p>・(1) $\triangle A O D \equiv \triangle B O C$ (2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。)</p> <p>・$\triangle A O D$を点Oを回転の中心として180°回転移動させると$\triangle B O C$にぴったりと重なる。(回転移動)</p> <p>・(2) $\triangle A C M \equiv \triangle B D M$ (1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。)</p> <p>・$\triangle A C M$を点Mを回転の中心として180°回転移動させると$\triangle B D M$にぴったりと重なる。(回転移動)</p> <p>・(3) $\triangle A D B \equiv \triangle A D C$ (3組の辺がそれぞれ等しい。)</p> <p>・$\triangle A B D$をADを対称の軸として対称移動させると$\triangle A C D$とぴったりと重なることを理解する。(対称移動)</p>		<p>①角が与えられたものが1つもなければ、それらの組を選び出して、3辺の長さをそれぞれ比べる。 ②角が1つだけ与えられているときは、その角の大きさとその角を挟む2辺の長さをそれぞれ比べる。 ③角が2つ与えられているときは、三角形の内角の和は180°であることを利用すれば、他の角も求められるから、与えられた1辺と、その両端の角の大きさを比べる。</p> <p>○合同な三角形の組をあげるときに、対応する頂点の順になっているのかをそのつど確認しながら示す。</p> <p>○証明問題の記述には、対応する辺や角を読み取るのが大切であるから、「共通」などの根拠も一つ一つ丁寧に確認していく。</p> <p>○「合同条件」を利用するとき「三角形をもう一方の三角形に重ねるときにどのように移動させ重ねたのか」を確認する。</p> <p>◇「三角形の合同条件」を使って、三角形の合同の判断し、表すことができる。 (観察・問題用紙)【数学的な技能】</p>
<p>4 演習問題を解き、三角形の合同条件を合同の判断に使うのに根拠も含め理解する。</p>	5	<p>○演習問題を用意し、三角形の合同条件を使うことに慣れさせ、判断力を高められるようにする。 ○三角形の合同条件を使い、合同を判断できるように丁寧に扱い、正解に導く。</p>

板書計画

<p>合同な三角形を見付けよう</p> <p>学習課題1 合同な三角形の組をみつけ、記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件をいいなさい。</p> 	<p>学習課題2 次のそれぞれの図形で、合同な三角形の組を見付け、記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件をいいなさい。ただし、それぞれの図で、同じ印を付けた辺や角は、等しいとします。</p> 
<p>$\triangle D E F \equiv \triangle K L J$ (2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。)</p> <p>$\triangle G H I \equiv \triangle N O M$ (1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。)</p>	<p>(1) $\triangle A O D \equiv \triangle B O C$ (2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。)</p> <p>(2) $\triangle A C M \equiv \triangle B D M$ (1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。)</p> <p>(3) $\triangle A D B \equiv \triangle A D C$ (3組の辺がそれぞれ等しい。)</p>

6 本時の学習 (全 16 時間中の 12 時間目)

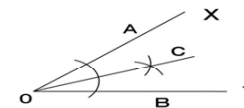
- (1) **ねらい** 「三角形の合同条件」を使って、作図の方法が正しいことを証明することができる。
- (2) **準備** 発表用の模造紙、演習問題
- (3) **展開**

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
・予想される生徒の反応		
1 角の二等分線の作図を実際にノートにする。 	10	○1 学年「平面図形の作図」の既習事項である作図なので、始めは、生徒に覚えていた限り作図させ、その後、全体で作図の手順を確認する。 ∠XOYの二等分線は、次のように作図できる。 ①頂点Oを中心とする円をかき、辺OX、OYとの交点をA、Bとする。 ②A、Bを中心として等しい半径の円をかき、その交点をCとする。 ③半直線OCをひく。
学習課題 1 学年で学んだ角の二等分線の作図について、その方法が正しいことを、三角形の合同条件を利用して確かめてみよう。	25	
2 学習課題を把握する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> 生徒の反応① $\angle AOC = \angle BOC$ が言えればよい。 </div> ・「角の二等分線」と「2つの角が等しいこと」が同じ意味であることを知る。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> 生徒の反応② 三角形の合同が言えればよい。 </div>		○発問①を通して、角の二等分線を証明するための結論を明確にする。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> 発問① 作図した半直線OCが、∠XOYの二等分線になっていることを証明してほしいのですが、何を証明すればよいのでしょうか？ </div> ○発問②を通して、証明の必要性和見通しをもてるようにする。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> 発問② 「$\angle AOC = \angle BOC$ が言えればよい。」ということですが、そのためには、どうすれば、いいですか？ </div>
3 三角形の合同条件を言うために、何が分かればよいかを考え、メモ的に記述する。 ・三角形の合同が言えれば、角の二等分線が等しい。 ・既に正しいと認められたことがらに基づいて合同を証明する。		○証明をするのに、思い付いた条件を使って三角形の合同を導けるようにする。 ○ノートに書かせ、角の二等分線に当てはまる部分が、合同な三角形の対応する角になっていることを確認する。 ○自分の解答する枠をノートにつくらせ、三角形の合同の証明を考え、メモ的でよいから記述できるようにする。 ○辺や角が等しいことを言うためには、その辺や角が含まれている三角形の合同が示せればよいことを確認する。 ◎メモ的に記述したことを基に、条件を順番に並べ筋道立てて証明できるように穴埋め問題を提示する。 ◎机間指導で、証明が手に付かない生徒には、口頭で発表させ、何が思考でつまづいているのかを確認しながら進めていく。

4 自分の証明を振り返り、要点を押さえる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> 生徒の反応③ ・三角形の合同をいうためには、三角形の合同条件がいればよい。 ・三角形の合同条件は、全部で3つあり、どれかをあてはめる。 ・△***と△***においてから始まり、最後は辺や角が等しいことで結ぶ。等 </div>	10	○発問③を通して、要点を押さえた証明の振り返りができるようにする。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> 発問③ 証明するときに、どんなことを書けばよいのか、気付きましたか？ </div> ○生徒の発表を基に、証明の書き方について振り返らせ、証明の書き方の要点を生徒の言葉で押さえられるよう <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> ◇三角形の合同条件を使い、作図の方法が正しいことを証明することができる。 (ノート、観察) 【知識・理解】 </div> にする。 ○証明を解くとともに、何を書くべきなのかをノートに記述させ、友達の発表を聞き、付け足した方がよいと判断した場合は、付け足すようにする。
5 類題に取り組む。 ・類題に取り組み、証明の仕方を身に付ける。 ・合同条件について、何を書くべきなのかを理解する。 ・証明を振り返ることで、証明のポイントを押さえる。	5	○類題を提示し演習できるようにする。繰り返し証明問題に取り組ませることで、証明の形式を身に付けられるようにする。

板書計画

角の二等分線について調べよう



∠XOYの二等分線は、次のように作図できる。
 ①頂点Oを中心とする円をかき、辺OX、OYとの交点をA、Bとする。
 ②A、Bを中心として等しい半径の円をかき、その交点をCとする。
 ③半直線OCをひく。

(証明)

△ACOと△BCOにおいて
 OA=OB (作図より) …①
 AC=BC (作図より) …②
 OC=OC (共通な辺) …③
 ①、②、③より3辺がそれぞれ等しいから、
 △ACO≡△BCO
 合同な三角形の対応する角は等しいから
 ∠AOC=∠BCO
 したがって、OCは∠XOYの二等分線である。

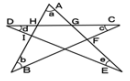
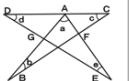
生徒の反応③
 ・三角形の合同をいうためには、三角形の合同条件がいればよい。
 ・三角形の合同条件は、全部で3つあり、どれかをあてはめる。
 ・△***と△***においてから始まり、最後は辺や角が等しいことで結ぶ。等


6 本時の学習 (全 16 時間中の 13 時間目)

(1) ねらい 「星形の図形、星形の歪んだ図形、矢じり形に似ている図形」の角の求め方が、既習の数学的な考え方で求めることができる。

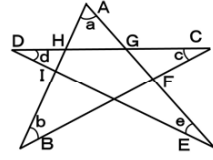
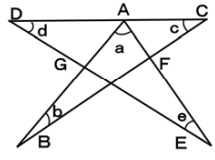
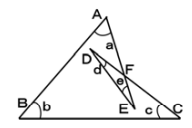
準備 図形の針金、発表するのに使うホワイトボード、説明に使うワークシート

(3) 展開

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する児童への支援 ◇評価)
・予想される生徒の反応	5	○学習課題を提示する。
<p>学習課題 1</p> <p>この星形の図形の 5 つの角の和は、何度になるでしょう</p> 		
<p>1 星形の角の和を予想する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 180° ・ 360° ・ 分からない <p>2 星形の角の和を求める。</p> <p>(生徒の反応①) 「$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$ になった。」</p> <p>・ 矢じりの図形を使って求める ・ 三角形の内角、外角の関係を 使って求める。</p> <p>3 グループによる「学び合い」 で、求め方の記述について 検討する。</p> <p>(生徒の反応②) 「$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ は 180° は、変わらな せん。」「矢じりの図形の性質や三 角形の内角と外角の性質等 です。」</p>	10	<p>○星形の角の和を予想させた後、180° という答えには、発問①により、「三角形の内角の和」「直線は 180°」等を生徒が気付けるようにする。</p> <p>○黒板の画用紙の「星形」の角の和を直線上に集めて求めることができるようにする。</p> <p>(発問①) 「どんなことが、分かりましたか？」</p> <p>○星形の角の和を、既習事項を使って求めることができるようにする。</p> <p>○矢じりの図形を使って求められるように、矢じりの図形を見付けられたら、色ペンでなぞるようにする。</p> <p>○三角形の内角、外角の関係をjって求められるように、2つの三角形を色ペンでなぞらせ、1つの三角形に5つの内角が集まるようにする。</p> <p>(発問②) 「同じ星形の図形ならば、問題をかえても考え方は変わらないですか?」「共通点がありますか?」</p>
<p>学習課題 2</p> <p>この星形でない図形の 5 つの角の和は、何度になるでしょう。</p> 	15	
<p>4 星形の歪んだ図形の和を求めるのに、星形の角の和を求める方法を活用する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 自力解決を評価問題とする。 ・ 矢じりの図形を使って求める ・ 三角形の内角、外角の関係を 使って求める。 		<p>○星形の針金をゆがめて、星形でない形に変え、解き方の共通点はないかを考えられるようにする。</p> <p>○星形のとときと違う矢じりの図形を使って求められるように、矢じりの図形を見付けられたら、色ペンでなぞるようにする。</p> <p>○三角形の内角、外角の関係をjって求められるように、2つの三角形を色ペンでなぞらせて見通</p>

<p>5 グループによる「学び合い」 で、求め方の記述について 検討する。</p>		<p>しをもたせてから、1つの三角形に5つの内角が集まるようにする。</p> <p>○記述した求め方をグループで検討し、学び合いで、よりよい記述になるようにする。</p>
<p>6 矢じりの形に似ている図形 について、角の和を求める。</p>	10	<p>○矢じりの形に似ている図形について、角の和を求められるように提示する。</p> <p>○自分にとって、一番簡単な解き方でよいことを伝え、解けるようにする。</p> <p>○発問②により、答えの根拠を問い、考えを明確化する。</p> <p>○個人で、考える時間をとりどこが分かればよいのかを試行錯誤させ、問いをもてるようにする。</p> <p>○グループの学び合いの後、一斉の学び合いで、解き方を振り返り、共通の理解ができるようにする。</p> <p>○図形の解き方について、一斉の学び合いで、共通理解ができるようにする。</p>  <p>○図形に共通していること、違うことを発問③により、視点を与え考えを明確化する。</p> <p>(発問③) 「どんなことが分かりましたか?」 「何を学びましたか?」</p> <p>◇色々な図形を既習の図形の性質や定理等を使って、 答えに根拠をもって解くことができる。 (観察・ワークシート) 【数学的な考え方】</p>
<p>7 矢じりの形に似ている図形 と星形の図形、星形の歪んだ 図形について、一斉の学 び合いで解き方を振り返 る。</p> <p>(生徒の反応③) ・ 共通している所は 180° になる。 ・ 星形が基本になっている。 ・ どの図形でも、三角形の内角 と外角の関係が使えました。 ・ どの図形でも、矢じりの図形 の関係が使えました。</p>	10	

板書計画

学習課題 1	学習課題 2	(発展問題)
 <p>答えは 180°</p>	 <p>答えは 180°</p>	 <p>答えは 180°</p>
<p>(証明)</p> <p>「やじりの図形」の解き方 「三角形の内角と外角の関係」の解き方等</p>		

6 本時の学習 (全16時間中の14時間目)

- (1) **ねらい** 仮定と結論を区別し、記号を用いて表すことができる。
- (2) **準備** 演習問題
- (3) **展開**

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する児童への支援 ◇評価)
1 前時の作図における仮定と結論を理解する。 学習課題1 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば $\angle C = \angle F$ である。このとき、仮定と結論を言いなさい。	15	○前時の作図を用いて、その過程と結果的に得られることからの前後関係が明確である仮定と結論を導入として用いる。
2 仮定と結論の意味を理解し、あることがらについて、その仮定と結論を答える。 3 仮定と結論の見分け方を類題を解きく。	20	○特に「●●ならば▲▲」であることがらの●●は仮定であり、▲▲は結論であることを説明し丁寧に押さえる。 ○「●●ならば▲▲」であることがらの仮定、結論の類題を提示する。
学習課題2 5つの続いた整数の和は、5の倍数である。このとき、仮定と結論を言いなさい。		
4 「ならば」の入った文章になっていない場合でも、「ならば」の意味で押さえ、仮定と結論を見分け、表す。 ・「ならば」の言葉でつないだときに、仮定と結論を見分ける。		○「●●ならば▲▲」で表されていない場合は、文章の意味を捉え、仮定と結論を導き出せるようにする。 ◎意味が捉えられない生徒には、「ならば」を途中に入れた場合に分けられる前が仮定、後が結論であることを強調する。 ○発問①により、「ならば」のない文章の場合、意味で捉えられようとする。

生徒の反応①
 ・「5つの続いた整数の和は、5の倍数である。」の「は」が「ならば」にあてはまると思います。

発問①
 「5つの続いた整数の和は、5の倍数である。」のどこに「ならば」と同じ意味の言葉があると思いますか？

・「ならば」がない場合の「仮定」と「結論」の見分け方の友達の発表を聞く。

○発問②により、生徒の言葉から、「は」にかえて「ならば」と置きかえて読んだら意味が通じたことを引き出す。

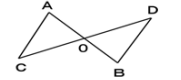
生徒の反応②
 「は」を「ならば」と読みかえたら、意味が通じたからです。

発問②
 どうして、「は」が「ならば」と同じだと気付いたのですか？

○意味で考えた場合、「ならば」の前後で「仮定」「結論」で言葉を補う場合があることにも気付けるようにする。

◇仮定と結論を区別し、記号を用いて表すことができる。
 (観察・問題用紙) 【数学的な技能】

学習課題3
 右の図で、Oが線分AB、CDそれぞれの midpoint ならば、 $\angle OAC = \angle OBD$ となります。
 (1) このことからの仮定と結論を言いなさい。
 (2) このことを証明しなさい。



5 **根拠となることがらを明らかにして、証明を筋道立てて考える。** 15

生徒の反応③
 ・ $OA = OB$ 、 $OC = OD$

発問③
 仮定の「右の図で、Oが線分AB、CDそれぞれの midpoint」を式で表すとどのようになりますか？

○(1)の証明問題に取り組む中で、「仮定」と「結論」がどのように使われているかを確認できるように証明問題を提示する。
 ○「仮定」以外にも、「共通な辺」「共通な角」「対頂角は等しい」「平行線錯角は等しい」「平行線の同位角は等しい」等、理由になることも確認する。

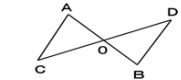
板書計画

「仮定」と「結論」

学習課題1
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば $\angle C = \angle F$ である。このとき、仮定と結論を言いなさい。
 仮定… $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
 結論… $\angle C = \angle F$

学習課題2
 5つの続いた整数の和は、5の倍数である。このとき、仮定と結論を言いなさい。
 仮定… 5つの続いた整数の和
 結論… 5の倍数

学習課題3
 右の図で、Oが線分AB、CDそれぞれの midpoint ならば、 $\angle OAC = \angle OBD$ となります。
 (1) このことからの仮定と結論を言いなさい。
 (2) このことを証明しなさい。



(1) 仮定は、 $OA = OB$ 、 $OC = OD$ 結論は、 $\angle OAC = \angle OBD$
 (2) 証明
 $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ において
 $OA = OB$ (仮定より) …①
 $OC = OD$ (仮定より) …②
 $\angle AOC = \angle BOD$ (対頂角は等しい) …③
 ①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$
 合同な三角形の対応する角は等しいから、
 $\angle OAC = \angle OBD$

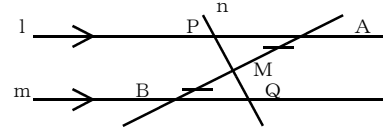
6 本時の学習 (全16時間中の15時間目)

(1) ねらい 「三角形の合同条件」を使って、作図の方法が正しいことを証明することができる。

(2) 準備 作図の手順をまとめた模造紙、演習問題

学習活動	時間	指導上の留意点及び支援・評価
・予想される生徒の反応		(◎努力を要する児童への支援 ◇評価)
1 学習課題を把握し、等式を考え、発表する。	15	○学習課題を提示し、発問①により、学習課題の等式的関係に気付かせる。

学習課題
線分ABの中点をMとし、 $l \parallel m$ とする。また、Mを通る直線nと、 l 、 m との交点をそれぞれP、Qとする。このとき $\square = \square$ の関係を見付け、証明しなさい。



生徒の反応①
① $PM=QM$
② $\angle PAM = \angle QBM$
③ $\angle APM = \angle BQM$
④ $PA=QB$
⑤ $AM=BM$
⑥ $\angle AMP = \angle BMQ$

生徒の反応②
①は、三角形の合同が必要
②は、平行線の錯角より
③は、平行線の錯角より
④は、三角形の合同が必要
⑤は、仮定より
⑥は、対頂角より

2 等式の理由を発表する。

3 ①の証明を個人で考え、記述する。

4 ①の証明についてグループでお互いに発表し合い、証明の書き方について検討する。

・証明で、必要な条件は何であるかを考える。
・筋道立てて考えること、証明が成り立つにはどう書けばよいのかを理解する。
・条件の書き方で、「錯角」と「平行線の錯角」の違いを区別して理解する。

発問①
等式の関係があてはまるのはどことどこが等しいのですか。

○①～⑥について、その等式が成り立つ理由を確認する。
○生徒の反応から、①を証明することに絞り込み、④の証明も兼ねることも確認する。②、③、⑤、⑥は、証明の必要がないことも生徒に気付かせる。

発問②
なぜ、その関係が成り立つのですか？

○生徒の反応を予想しておき、発問②により生徒の答えの根拠となる考え方や定理を問う。
① $PM=QM$ → 三角形の合同条件を使う
② $\angle PAM = \angle QBM$ → 平行線の錯角より (理由)
③ $\angle APM = \angle BQM$ → 平行線の錯角より (理由)
④ $PA=QB$ → 三角形の合同条件を使う
⑤ $AM=BM$ → 仮定より (理由)
⑥ $\angle AMP = \angle BMQ$ → 対頂角は等しい (理由)

○自ら問いをもちながら考えたことを証明に表し、何が分かり何が分からないのかをはっきりさせる。

○各自の証明を班員で確認し、証明で使う必要な条件として、正しいかどうかを学び合う。

○証明の書き終わった内容を発表し合い、どこがよいか、どこが不足しているのか等、班員みんなで確認する。

○「錯角」と「平行線の錯角」の違いをしっかりと区別できるようにする。

○証明の形を身に付けられるように、各班ごとに黒板に書かせ、証明について確認する。

○グループで、①の証明について、お互いに発表し合い、条件の不足している点や理由の書き方について指摘する。

5 黒板に書いた証明を基にみんなでも検討する。

生徒の反応③
・証明の記述が、共通した書き方がある。
・理由、条件は違うが、検討した方がよい。

6 証明を振り返り、自分で、気付いたことをまとめる。

10 発問③により、「証明」について書く内容の要点について、生徒の気付きを基に生徒の言葉でまとめる。

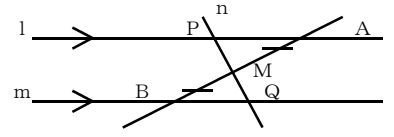
発問③
各班の発表を聞いて、どんなことに気付きましたか？発表してください。

○一斉の学び合いで自分で気付いたことを、「証明の書き方」として、まとめられるようにする。

◇自分の記述した証明をみんなに伝わるように根拠をもって、筋道立てて説明する。(観察、ワークシート)【数学的な見方や考え方】

板書計画

学習課題
線分ABの中点をMとし、 $l \parallel m$ とする。また、Mを通る直線nと、 l 、 m との交点をそれぞれP、Qとする。このとき $\square = \square$ の関係を見付け、証明しなさい。



(考えた等式)

- ① $PM=QM$
 - ② $\angle PAM = \angle QBM$
 - ③ $\angle APM = \angle BQM$
 - ④ $PA=QB$
 - ⑤ $AM=BM$
 - ⑥ $\angle AMP = \angle BMQ$
- (考えた等式の理由)
- ①は、三角形の合同が必要
 - ②は、平行線の錯角より
 - ③は、平行線の錯角より
 - ④は、三角形の合同が必要
 - ⑤は、仮定より
 - ⑥は、対頂角より

仮定… $AM=BM$ 、 $l \parallel m$

結論… $PM=QM$ 、 $PA=QB$

(証明)

(例) $\triangle PMA$ と $\triangle QMB$ において

- $MA=MB$ (仮定より) …①
- $\angle PMA = \angle QMB$ (対頂角は等しい) …②
- $\angle PAM = \angle QBM$ (平行線の錯角は等しい) …③

①、②、③により一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle PMA \cong \triangle QMB$

合同な三角形の対応する辺は等しいから

$PM=QM$

同様に、 $PA=QB$

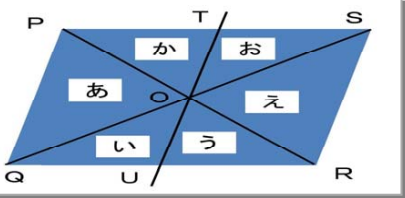
6 本時の学習 (全16時間中の16時間目)

(1) **ねらい**・「三角形の合同条件」を使って、次章「三角形と四角形」と1学年「平面図形」との関連を理解する。

(2) **準備**・学習課題の模造紙、演習問題

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間 25	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する児童への支援 ◇評価)
1 学習課題を把握する。	25	○学習課題を提示し、自力解決の時間をつくる。

学習課題
平行四辺形PQRSがある。対角線の交点をOとして、Oを通る直線を引いた。このとき、どんなことに気がきますか？



生徒の反応①
・合同な図形がありそうです。
・点対称な図形がありそうです。

- 学習課題を基に、気付いたことを発表する。
- 合同な三角形の証明を個人で考え、記述する。

生徒の反応②
・△あと△えは、合同
・△おと△いは、合同
・△かと△うは、合同

- 合同な三角形の証明について、グループでお互いに発表し合う。
 - ・△あ≡△えの証明
 - ・△お≡△いの証明
 - ・△か≡△うの証明**証明の書き方について、正しいか等を検討する。**
 - ・根拠としては、証明していない「平行四辺形の定義、性質」を基にして考える。次章の「三角形と四角形」の前に「証明」に触れることができる。

発問①
どんなことに気がきますか？

- 各自の発表を引き出し、黒板に気付いたことを板書する。
- 生徒の気付いたことを基に、証明できるようにする。証明を考えることで、何が分かり何が分からないのかをはっきりさせ、既習事項を生かせるようにする。

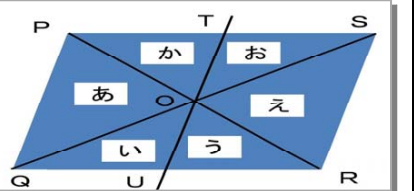
発問②
どれとどれが、合同な三角形ですか？合同な三角形を見付け、証明しよう。

- 証明の書き終わった内容をグループで発表し合い、どこがよいか、どこが不足しているのか等、確認し合う。
- 小学校4学年の「四角形をつくろう」の中で、「平行四辺形の定義と性質」を証明は、していないが扱ってきている。以下の①～③を確認する。
 - ①「△あと△えの合同条件は、2辺とその間の角がそれぞれ等しい。」を確認 (平行四辺形の対角線の midpoint、対頂角を利用)
 - ②「△おと△いの合同条件は、1辺とその両端の角がそれぞれ等しい。(平行四辺形の対角線の midpoint、平行線の錯角、対頂角を利用)」を確認
 - ③「△かと△うの合同条件は、1辺とその両端の角がそれぞれ等しい。(平行四辺形の対角線の midpoint、)

	15	生徒の反応③ ・△あと△えは、点対称 ・△おと△いは、点対称 ・△かと△うは、点対称	平行線の錯角、対頂角を利用)を確認
5 合同の証明できたことを基に「対称な図形」の根拠をもつ。			発問③ 平行四辺形の図形について、点対称について調べよう。どこが点対称ですか？ ○合同の証明を基に考えることで、「平面図形」の点対称について、根拠をもって確認できる。 ○平行四辺形の性質に触れ、次章の「三角形と四角形」で詳しく扱うことを伝える。
6 証明や定理のよさ、他の単元との関連を理解する。	10		○単元を振り返らせ、証明や定理のよさ、他の単元との関連を理解できるようにする。 ◇図形の性質を理解している。三角形の合同条件、仮定と結論を理解している。(観察、ワークシート) 【知識・理解】

板書計画

学習課題
平行四辺形PQRSがある。対角線の交点をOとして、Oを通る直線を引いた。このとき、どんなことに気がきますか？



生徒の考え ・△あと△えは、合同 (その証明) ・△おと△いは、合同 (その証明) ・△かと△うは、合同 (その証明)	生徒の考え ・△あと△えは、点対称 ・△おと△いは、点対称 ・△かと△うは、点対称
--	--