生徒一人一人の数学的な思考力を育成する中学校における授業改善

── 問いのもたせ方、考えの深めさせ方、思考過程の振り返らせ方を通して ──

長期研修員　　佐藤　友貴

《研究の概要》

本研究は、中学校数学科の学習において、生徒一人一人の数学的な思考力を育成するための授業を構想したものである。その構想の手立てとして、問いのもたせ方、考えの深めさせ方、思考過程の振り返らせ方を提案する。具体的には、問いをもたせるために解決方法や結果の予想を揺さぶる発問をしたり、考えを深めさせるために新たな問題を導入したり、思考過程を振り返らせるために比較・検討の場面を再現する適用問題を提示したりする授業を構想した。これらの有効性を授業実践を通して明らかにしたものである。

キーワード　**【数学－中　思考力　問い　深める　比較・検討　適用問題】**

群馬県総合教育センター

分類記号：Ｇ０３－０３　令和元年度　２７０集

Ⅰ　主題設定の理由

中央教育審議会答申においては、「予測困難な社会の変化に主体的に関わり、感性を豊かに働かせながら、どのような未来を創っていくのか、どのように社会や人生をよりよいものにしていくのかという目的を自ら考え、自らの可能性を発揮し、よりよい社会と幸福な人生の創り手となる力を身に付けられるようにすることが重要である」としている。このような社会変化の一つとして、人工知能（ＡＩ）が飛躍的な進化を遂げると言われているが、その人工知能にどのような目的を与えるかを考えるのは人間である。つまり、従来のように与えられた知識や方法を用いて問題を解決することは、コンピュータでもできる。これからの児童・生徒には、自ら問題を見いだし、その問題を解決するために必要なことを考えられる思考力の育成が求められてくるのである。

学習指導要領には、「これからの時代に求められる資質・能力を身に付け，生涯にわたって能動的に学び続けることができるようにする」とあり、このためには、「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を推進することが求められている。さらに、中央教育審議会の資料の中で、育成すべき資質・能力として、「社会の中で自ら問いを立て、解決方法を探索して計画を実行し、問題を解決に導き新たな価値を創造していくとともに新たな問題の発見・解決につなげていくことのできる人間であること」とある。つまり、自分で問題を見いだし、解決方法を考えたり、新たな問題を見いだしたりする力を育むことが必要なのである。また、中学校学習指導要領数学編には、「数学的活動を通して，新しい概念を形成したり，よりよい方法を見いだしたりするなど，新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し，思考が変容する深い学びを実現することが求められる」とある。そのためには、個々に得た解決方法の根拠や共通点などを見いだす比較・検討の場も大切になる。また、「数学を活用して事象を論理的に考察する力は，様々な事象を論理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程を遂行することを通して養われていく」とあり、考える力を育むためには、問題を解決して終わるのではなく、解決までの思考過程を振り返ることの大切さも記述されている。

群馬県の中学生には、近年の全国学力学習状況調査の結果から、「方法や根拠などを筋道を立てて説明したり、自分の考えについて、具体的な根拠を示したりすること」という思考に関わる課題などが毎年のように挙げられている。これらのことを踏まえた授業改善として、群馬県では、はばたく群馬の指導プランが示されている。はばたく群馬の指導プランⅡ（以下「はばプラⅡ」という）では、児童生徒から問いを見いださせること、共有したことを比較・検討させること、学習の振り返りとして、適用問題に取り組ませることなどの重要性を示してある。また、単位時間の授業の作り方として基本的な授業の流れとその際の指導のポイント、具体的な実践例が掲載されており、それらを参考に授業を実施できるようになっている。しかし、授業の具体例はあるが、めあての設定や考えを深める活動など、指導のポイントを具現化することについては、授業者に委ねられているところが大きい。

本研究では、はばプラⅡを基に、追究する過程における問いのもたせ方、考えの深めさせ方、思考過程の振り返らせ方を提案する。具体的には、問いをもたせるために解決方法や結果の予想を揺さぶる発問をしたり、考えを深めさせるために新たな問題を導入したり、思考過程を振り返らせるために比較・検討の場面を再現する適用問題を提示したりして授業を構想した。これらのことを授業実践を通して具現化することで、生徒一人一人の数学的な思考力を育成できると考え本主題を設定した。

Ⅱ　研究のねらい

中学校数学の学習において、生徒の数学的な思考力を育成するために、はばプラⅡを基にして、「問いをもたせるための生徒の解決方法や結果の予想を揺さぶる発問」「考えを深めさせるための新たな問題の導入」「思考過程を振り返らせるための比較・検討の場面を再現した適用問題の提示」を取り入れることの有効性を授業実践を通して明らかにする。

Ⅲ　研究仮説（研究の見通し）

1　めあてを立てる場面において、生徒の解決方法や結果の予想を揺さぶる発問をすることで、問いをもたせることができるであろう。

2　比較・検討の場面において、新たな問題を導入して、共有した解決方法と比較・検討させることで、考えを深めさせることができるであろう。

3　振り返りの場面において、比較・検討した場面を再現することのできる適用問題に取り組ませることで、思考過程を振り返らせることができるであろう。

4　単元において、１～３のことを繰り返し行うことで、生徒一人一人の数学的な思考力を育成できるであろう。

Ⅳ　研究の内容

1　文言の定義

(1)　数学的な思考力とは

「数学を活用して事象を論理的に考察する力のこと」であり、本研究では、自ら問いを見いだし、筋道を立てて考え、解決方法のよさを見いだせる力とする。

(2)　問いとは

はばプラⅡでは、「問題や問題場面から見いだされた児童生徒の素朴な疑問や気付きのこと」とある。本研究では、迷ったり、悩んだりした際に生じる疑問や気付きのことである。

(3)　考えを深めるとは

本研究では、比較・検討を通して各々の解決方法や結果を関連付け、解決方法のよさを見いだせることである。また、解決方法のよさとは、有用性、簡潔性、一般性などのことである。

(4)　適用問題とは

はばプラⅡでは、「児童生徒が本時の学習内容を再現しながら、解決できる問題のこと。本時の学習で最も重要視した思考過程を生かした問題」とある。本研究では、比較・検討の場面で思考したことを再現することのできる問題のことであり、練習問題とは異なる。

※練習問題とは、まとめを利用して、知識及び技能の定着を図るような問題のこと。

2　手立ての説明

(1)　予想している結果や解決方法を揺さぶる発問

与えられためあてで学習に取り組んでも能動的な活動にはなりにくい。「どうして？」や「どうなるのだろう？」など、自らの問いをもつことは、能動的な学びの原動力となる。生徒が予想している問題の解決方法や結果は、直観的なものや根拠が曖昧なことが多い。ただ、多くの生徒はそのことを自覚していない。そこで、予想している結果や解決方法の根拠、困難さを示す発問をしたり、新たな視点や相違点を示し比較させる発問をしたりする（図１）ことで、生徒が予想した解決方法や結果が直観的であったり、根拠が曖昧であったりすることを自覚させることが大切になる。なぜなら、曖昧さなどを自覚することで新たな疑問や気付きが生まれるからである。次ページ図２、図３はその具体例である。

○予想している結果や解決方法の根拠や困難さを示す発問をする ○予想している結果や解決方法と新たな視点や相違点とを比較させる発問をする

図１　揺さぶる発問

図２　揺さぶる発問の例１

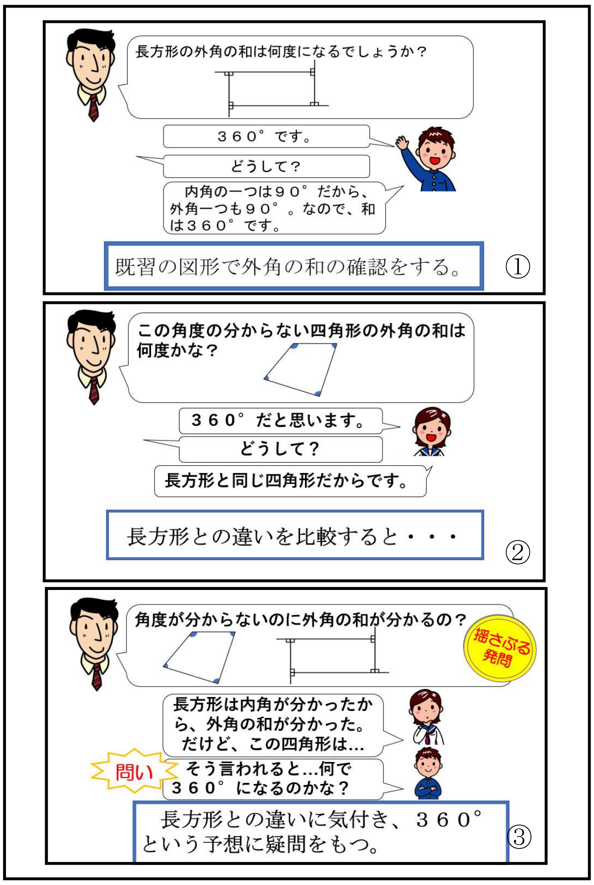

図３　揺さぶる発問の例２

(2)　考えを深めるための新たな問題の導入

考えを深めるためには、個別に追究した解決方法や結果を全体で共有し、その共有した解決方法や結果を関連付け、有用性や簡潔性、一般性などの解決方法のよさを見いだしたり、気付いたりすることが大切である。そこで、生徒が解決方法を関連付け、解決方法のよさを見いだしたり、気付いたりできるよう新たな問題(図４)を導入する。なぜなら、一つの問題に取り組んだだけでは解決方法のよさを見いだしたり、気付いたりするのは難しく、比較・検討の対象となる新たな問題を導入する必要があると考えたためである。図５、図６と次ページ図７、図８はその具体例である。

○解決方法の一般性を見いだせる問題
○解決方法の有用性に気付ける問題
○解決方法の根拠を理解できる問題
○解決方法の簡潔性に気付ける問題
など

図４　導入する新たな問題

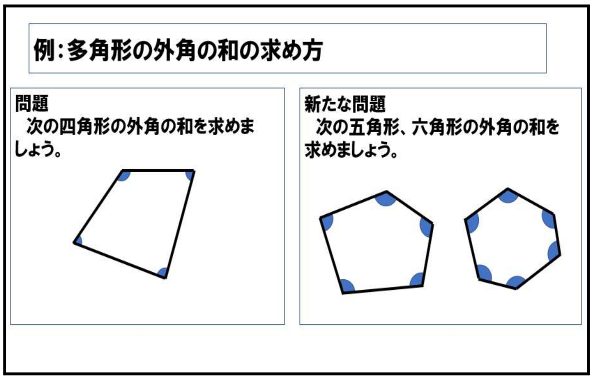

図５　一般性を見いだせる問題

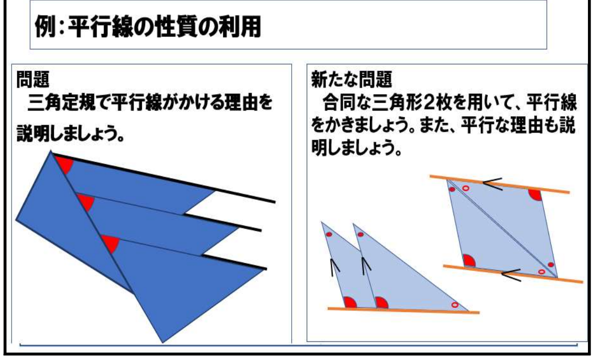

図６　有用性に気付ける問題

例:加減法の解き方

問題
次の連立方程式を加減法で解きましょう。

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ x + 5y = 17 \end{cases}$$

新たな問題
次の連立方程式を加減法で解きましょう。

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 3x + 4y = -5 \end{cases}$$

図７　根拠を理解できる問題

例:2次方程式の解き方

問題
次の方程式を解きましょう。

$$6x^2 - 18x + 24 = 12$$

新たな問題
次の方程式を解きましょう。

$$3(x^2 + 7x - 8) = 21$$

図８　簡潔性に気付ける問題

(3)　比較・検討した場面を再現できる適用問題

本時の学習を振り返らせるためには、思考したことを再現させることが重要である。思考したことを再現する場面は、思考がねらいに向けて最も働いている比較・検討の場面が望ましいと考える。なぜなら、比較・検討の場面では、各々の解決方法を関連付けようと様々な視点で思考を働かせているからである。そこで、適用問題を設定する際に考えておく必要があることを適用問題設定のポイントとしてまとめた(図９)。まず授業のねらいとの整合性がなければならない。また、比較・検討の中心となった内容と同様の内容にしなければならない。ただ、振り返りの場面は授業の終末であり、時間の確保が難しいことから、生徒に考えさせたいことを焦点化しておく必要がある。図10に適用問題設定のポイントを基に作成した具体例を示す。

・授業のねらいとの整合性
・比較・検討の中心となった内容
・生徒に考えさせたいこと

図９　適用問題設定のポイント

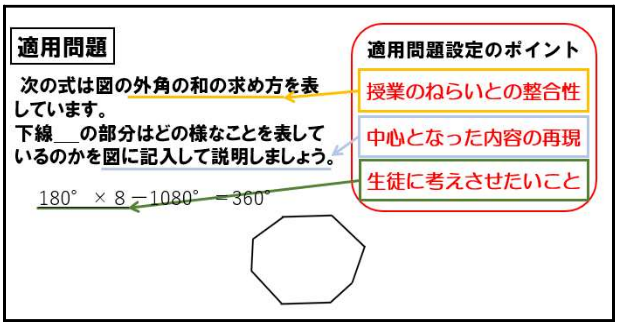

図10　適用問題の例

3　研究構想図

Ⅴ　研究の計画と方法

１　授業実践の概要

対象	研究協力校　第２学年37名
実践期間	10月下旬
単元名	平行と合同
単元の目標	・平行線や角の性質を理解し、多角形の角についての性質が見いだせることを知る。平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解し、証明の必要性と意味及びその方法について理解する。 ・基本的な平面図形の性質を見いだし、平行線や角の性質を基にしてそれらを確かめ説明する。三角形の合同条件を基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりする。

２　検証計画

検証項目	検証の論点	検証の方法
見通し１	めあてを立てる場面において、生徒の解決方法や結果の予想を揺さぶる発問をすることは、問いをもたせることに有効であったか。	・学習プリントの記述を分析 ・適用問題の記述を分析 ・ビデオ記録の発言、発話を分析
見通し２	比較・検討の場面において、新たな問題を導入して、共有した解決方法と比較・検討させることで、考えを深めさせることに有効であったか。	
見通し３	振り返りの場面において、比較・検討した場面を再現することのできる適用問題に取り組ませることは、思考過程を振り返らせることに有効であったか。	
見通し４	単元において、１～３のことを繰り返し行うことは、生徒一人一人の数学的な思考力を育成するのに有効であったか。	

３　抽出生徒

A	学習への意欲は高く、数学の知識や技能も高い。説明なども自分なりの言葉ではあるが、積極的に説明することができる。ただ、一つの考え方に固執するところがあるので、他者の考えに触れることによって、考え方を広げられるようにしたい。
B	学習への意欲は高く、話をしっかり聞くことはできるが、根拠となることなどを理解するまでに時間がかかる。また、自分の考えを他者に説明をするのを苦手としている。既習事項を活用して考えられるようになってほしい。
C	学習への意欲はあるが、既習事項の定着度が低く、解決方法を少し考えて分からないと、考えることを諦めてしまうこともある。解決方法を理解して適用問題を自力解決できるようになってほしい。

４　評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
様々な事象を平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件などで捉えるなど、数学的に	平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件などについての基礎的・基本的な	平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件など	平行線の性質、三角形の角についての性質、三角形の合同条件、証明の方法を

考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	知識や技能を活用して、論理的に考察し表現するなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	を、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現するなどの技能を身に付けている。	理解し、知識を身に付けている。

5　指導計画（14時間計画）

過程	時間	主な学習活動	指導上の留意点	評価項目
であう	1	○星型五角形の角の和を求める活動を通して単元の課題を見いだす。	○分度器などの道具を利用しなくても角の和を求める方法があることを理解させる。	○【関心・意欲】三角形や四角形の角の和などを利用して、星型五角形の角の和の求め方を説明しようとしている。（ノート・発表）
追究する	1	○多角形の内角の和の求め方を三角形の内角の和を基に説明する。	○三角形の内角の和を基に多角形の内角の和の求め方を理解し、一般化につながるようにする。	○【見方・考え方】多角形の内角の和の求め方を、三角形の内角の和を基にして説明できる。（ノート・発表）
	1 第3時	○多角形の内角の和を基に外角の和が 360° になることを説明する。	○多角形の内角の和を基に外角の和の求め方を通して、多角形の外角の和は 360° になることを理解できるようにする。	○【見方・考え方】多角形の外角の和の求め方を、多角形の内角の和を基に説明できる。（ノート・発表）
	1	○対頂角や平行線の同位角、錯覚が等しい大きさになることを説明する。	○図を利用して対頂角が等しいことを理解させる。 ○小学校で三角形の三つの角を一直線に並べたことを生かし、同位角、錯角が等しいことに気付けるようにする。	○【知識・理解】対頂角や平行線の同位角、錯角が等しいことを説明している。（プリント・適用問題）
	1 第5時	○同位角、錯角が等しいときに平行線になることを説明する。	○操作活動を通して、平行な線の関係をつくらせることで、角に意識が向かうようにする。	○【見方・考え方】「平行線の同位角・錯角」を根拠として、等しい角の関係を説明できる。（ノート・発表）
	1 第6時	○平行線の同位角、錯角を利用して、三角形の内角の和が 180° になることを証明する。	○小学校で三角形の三つの角を一直線上に並べた経験を生かし、平行線の同位角、錯角が等しいことから 180° になることを理解させる。	○【見方・考え方】三角形の内角の和が 180° であることを、論理的に筋道を立てて説明できる。（ノート・発表）
			～　略　～	
つかう	1	○星型五角形の角の和を求める。	○本単元で学習したことを基に求められるようにする。	○【見方・考え方】多角形の内角、外角の和や三角形の内角と外角の性質を利用できる。（ノート・発表）
	1	○章末問題に取り組む。	○必要な既習事項を知らせ、自力解決できるようにする。	○【技能】既習事項を活用して問題を解決できる。（ノート）

Ⅵ　研究の結果と考察

1　めあてを立てる場面において、生徒の解決方法や結果の予想を揺さぶる発問をすることで、問いをもたせることができるであろう。

(1)　第３時の結果と考察

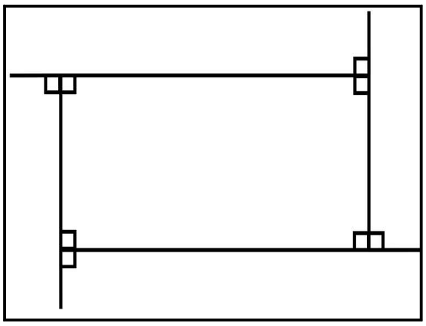

図11　長方形の外角の和

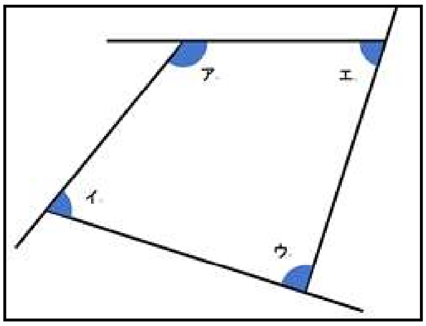

図12　四角形の外角の和

はじめに既習の図形である長方形を利用して外角の和(図11)が何度になるかを発問すると、生徒から「 360°になる」という発言があった。その理由として「一つの内角の大きさが90° なので、一つの角の大きさも90° になり、その和が 360° だから」という説明があった。次に角の大きさが分からない四角形(図12)の外角の和について考えさせた。図13は、問いをもたせるためのやり取りであり、図14は、その際に表出した問いである。

＿＿＿揺さぶる発問、＿＿＿表出した問い
T:では、それぞれの内角が分からない四角形はどうだろう？
　　－図12の提示－
A:長方形が 360° なので、同じ四角形だから360° だと思う。
T:長方形は一つの内角の大きさが分かったからね。
　　それなら、ここの角(図12のア)の大きさは？**(長方形との相違点)**
A:分かりません。
T:では、こっちは？(図12のイ)**(長方形との相違点)**
B:分かりません。
T:角度が分からないのに外角の和は 360° だと分かるの？**(曖昧な根拠)**
C:そう言われると、何で 360° なのだろう？**(表出した問い)**
T:みんなが取り組みたいことは何ですか？
S:角度が分からない四角形でも外角の和が 360° になるかを確かめたい。

図13　第３時の問いをもたせるためのやり取り

＜揺さぶる発問：長方形との相違点、曖昧な根拠＞
「どうすれば分かるのだろう？」「内角が分からないと外角は分からないのかな？」
「本当に 360° になるのかな？」　　　　　　　　　　　　　　など

図14　第３時の表出した問い

生徒Ａは、図12の図形についても外角の和が 360° であることに自信をもって発言していたが、「長方形との相違点」として、角度が分からない四角形の一つの角度について問い掛けたときに、「ここの角度は何度だろう？」と悩む姿があった。生徒Ｂは周りの生徒の「角度の分からない四角形の外角の和は 360° だと思う」という発言に流されていたようだが、長方形との相違点を問い掛けると「どうして 360° なのだろう？」と疑問に思い、友達と相談を始めた。生徒Ｃは周りの生徒の「角度の分からない四角形の外角の和も 360° だと思う」という発言から 360° だということに一度は納得した様子が見られたが、その曖昧な根拠に対して、教師の「角度が分からないのに外角の和が分かるの？」という問い掛けに対して、「どうして 360° なの？」と疑問をもつことができた。

これらの生徒の反応から、「長方形との相違点」や「曖昧な根拠」について揺さぶる発問をしたことは、問いをもたせるのに有効であったと考えられる。

(2)　**第５時の結果と考察**

生徒に三角定規二枚を利用して平行線をかくように促すと、小学校で学習したように三角定規をスライドしてかいていた(図15)。全ての生徒が正しく作図することができていた。ただ、小学校で習った方法だから根拠なく正しいと感じている生徒が多いと感じたため、平行線になる根拠を問い掛けることで問いをもたせられると考えた。図16は、問いをもたせるための生徒とのやり取りであり、図17は、その際に表出した問いである。

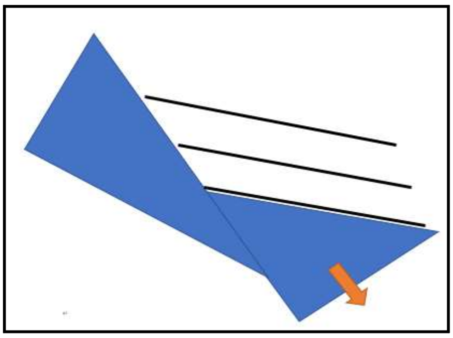

図15　平行線の作図

揺さぶる発問、表出した問い
T：みんなかけているけど、その直線(図15)は本当に平行なの？**(曖昧な根拠)**
C：え！？平行だよね・・・
T：どうして平行になるの？**(曖昧な根拠)**
B：どうしてって・・・何でだろう？**(表出した問い)**
T：何で平行だと判断したの？
A：そう教わったから・・・でも、そう言えば何で平行になるのだろう？**(表出した問い)**
T：みんなが取り組みたいことは何ですか？
S：どうして平行になるのかを説明したい。

図16　第５時の問いをもたせるためのやり取り

＜揺さぶる発問：曖昧な根拠＞
「どうして平行になるのだろう？」「平行になることを説明したいな」　　　など

図17　第５時の表出した問い

最初に「どうして平行になるのか」を問い掛けたときに答えられる生徒はいなく、「そんなこと考えたこともなかった」「教わったことだから」「そう言えば、何で平行になるのだろう？」という発言が聞こえてきた。生徒Ａは「言われてみると、何でだろう」という発言をして、三角定規を利用していろいろな平行線をかいて考えていた。生徒Ｂ、Ｃは教師の揺さぶる発問を受け、友達と平行になる理由を相談していた。

生徒たちは平行線はかけるが、どうして平行になるのかを考えたことがない生徒がほとんどであった。揺さぶる発問をしたことで、根拠が曖昧であることを自覚させることができ、問いの表出につながったと考えられる。これらの姿から、既習の平行線の引き方について揺さぶる発問をしたことは、当たり前と思っていたことに、根拠がないことを気付かせ、問いをもたせるのに有効であったと考える。

(3)　**第６時の結果と考察**

全ての三角形を分度器で測ったり、切って角を並べたりして内角の和が 180°になることを説明するのは困難であることを実感させるために、特定の三角形(図18)を測ったり、切って並べたりして説明させた後に多様な三角形(図19)を提示して、どの三角形も本当に 180°になるのか問い返した。特定の三角形を測ったり、切ったりして調べたのでは、全ての三角形が 180°になることの説明にはならないことを確認した。次ページの図20は、問いをもたせるための生徒とのやり取りであり、次ページの図21は、その際に表出した問いである。

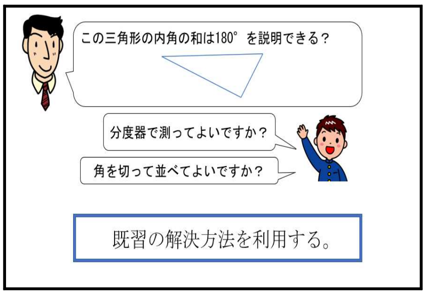

図18　三角形の内角の和①

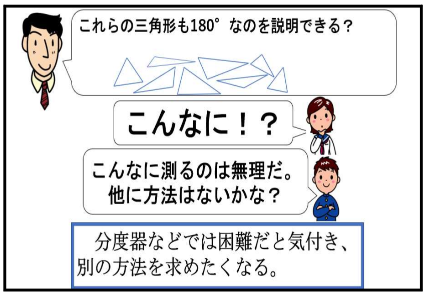

図19　三角形の内角の和②

揺さぶる発問、表出した問い
T：これらの三角形も 180° になるのかな？**(困難さを示す)**
S：分度器で測ったり、角を並べるのは大変だな。
T：でも、全部確認しないと本当に 180° になるのか分からないよね。**(困難さを示す)**
A：これ全部はちょっと…
C：人によって誤差がありそうだな？
S：何か他に方法はないかな？**(表出した問い)**
T：みんなが取り組みたいことは何ですか？
S：簡単に三角形の内角の和が 180° であることを説明したい。

図20　第６時の問いをもたせるためのやり取り

＜揺さぶる発問：解決方法の困難さ＞
「大変だな」「面倒だな」「簡単な方法はないのかな？」　など

図21　第６時の表出した問い

生徒Ａ、Ｂは三角形の角を測ることに最初は賛成していたが、角を測る三角形が多数あることが分かると「何か他に方法はないのかな？」とつぶやき、隣の生徒と相談をしていた。生徒Ｃは困難さを示す発問によって、測るのでは正確な値が出ないことに気付くと他の方法を考えるようになった。

既習の方法が困難であることを実感させる発問をしたことは、小学校で学んだ方法では解決できないことに気付かせ、問いをもたせることに有効であったと考える。

第３時では、主に相違点を示す発問をしたこと、第５時では、当たり前と思っていたことが曖昧であることを示す発問をしたこと、第６時では、困難さを示す発問をしたことで、問いを見いださせ、自らめあてを設定させることができた。つまり、生徒の解決方法や結果の予想を揺さぶる発問をすることは、問いをもたせることに有効であったと考える。

2　比較・検討の場面において、新たな問題を導入して、共有した解決方法と比較・検討させることで、考えを深めさせることができるであろう。

(1)　第３時の結果と考察

四角形の外角の和(図22)の求め方を共有した後に、新たな問題を導入した(図23)。共有した求め方を基にすることで、外角の和の求め方の一般性を見いだしてほしいと考えた。

生徒Ａは四角形の外角の和を自力解決しており、同じ解決方法で五角形、六角形も自力解決できていた。また、「多角形の外角の和は 180° に角の数をかけて、内角の和を引けばよい」という説明を隣の生徒にしており、多角形の外角の和の求め方の一般性を見いだせていた。生徒Ｂは四角形の外角の和は自力解決できなかったが、共有した解決方法を基に「五角形は角の数が五つだから、 180° ×５、そこから内角の和を引くから…」(次ページ図24)と四角形の外角の和の求め方を関連付けようとしている姿があった。さらに、六角形も同様にして外角の和を求めることができることを理解し「 180° ×(角の数)－(内角の和)」という一般性を見いだせていた。生徒Ｃは四角形の外角の和については自力解決できなかったが、共有した解決方

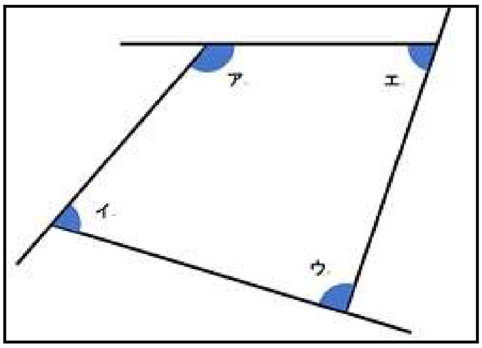

図22　四角形の外角の和

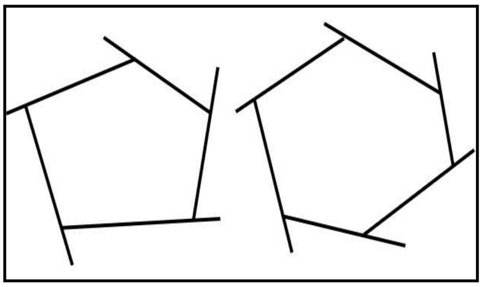

図23　新たな問題

法を基に五角形の解決方法を「内角と外角を合わせた 180°が五つあって、そこから内角の和を引けばよい」と、隣の生徒と確認し合いながら外角の和を求めていた。その後は、四角形と五角形の外角の和の求め方の共通点を基にして六角形の外角の和を自力解決することができた(図25)。

これらの生徒の姿から、新たな問題を導入したことは、四角形、五角形、六角形の外角の和の求め方を関連付け、多角形の外角の和の求め方の一般性を見いだすなど、考えを深めさせることに有効であったと考える。

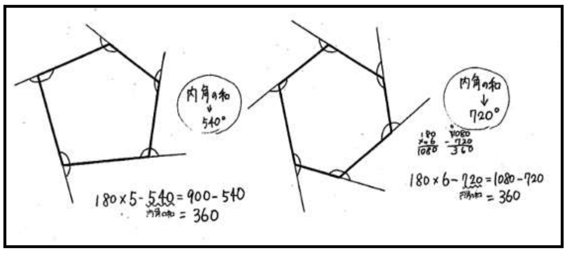

図24　生徒Ｂの解決方法

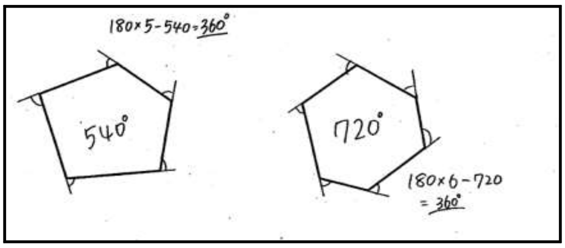

図25　生徒Ｃの解決方法

(2)　第５時の結果と考察

三角定規を使って、平行線を引く方法の根拠について考えた後に、操作活動として、合同な三角形２枚を使って各自に平行な辺の組合せをつくり、平行であることを説明するという新たな問題を導入した。

生徒Ａは同位角をそろえて(図26)、平行線をつくっていたが、友達が三角形２枚を組み合わせて平行四辺形(図27)をつくっているのを見て、他の形もつくれることに気付いた様子が窺えた。そこで、生徒Ａに平行四辺形で説明できるのかを聞くと、「ここところの角が等しいので平行になる」と、錯角を指差しながら説明していた。生徒Ｂ、Ｃは三角形を重ねる形(図26)をつくることはできていたが、平行四辺形(図27)をつくった友達から錯角を利用した説明を聞き、錯角が等しいことを利用しても平行線になることに改めて気付くことができていた。また、生徒Ｃは「同位角や錯角が等しければ平行になる」という発言をしていた。

これらの様子から、合同な三角形を利用する操作活動を新たな問題として導入したことは、平行線の性質についての有用性に気付かせるなど、考えを深めさせることに有効であったと考える。

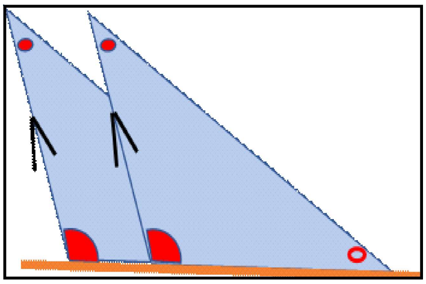
図26　平行な辺（同位角）

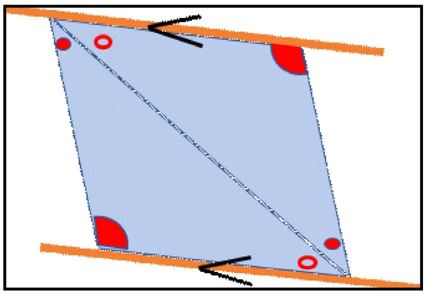
図27　平行な辺（錯角）

(3)　第６時の結果と考察

三角形の内角の和が 180°であることの証明(図28)では、頂点Ｃに補助線を引くことで、平行線の同位角と錯角を利用できることを共有した。さらに、平行線の有用性に気付いてほしいと考え、補助線を引く位置を変えた新たな問題を導入した(図29)。

生徒Ａは、最初の問題を平行線の同位角と錯角を利用して、頂点Ｃに角を集めることができており、新たな問題でも平行線の錯角だけを利用して頂点Ａに角を集めることができていた。

生徒Ｂは最初の問題を自力解決できなかったが、解決方法を共有することで、平行線の同位角、錯角を利用して一つの頂点に集めればよいことに気付くことができた。新たな問題では、平行線から等しい角を見付けて、錯角を利用して証明できていた。

生徒Ａに、この問題の証明のポイントを問い掛けると「平行線」と答えたことから、補助線の位置を変えても、平行の関係を

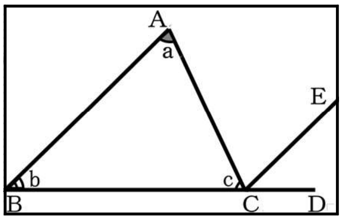

図28　証明問題

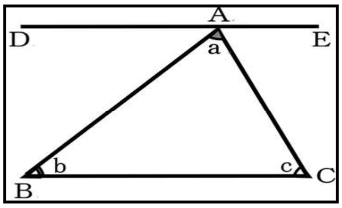

図29　新たな問題

利用することは同じであることに気付くことができたと考える。生徒Ｂは、友達に説明する中で、「補助線が三角形の辺と平行なことが大切」という話をしていたことから、共有した解決方法と自分の解決方法を関連付けて考えたことで、平行線の利用の仕方を見いだせたと考える。このように、新たな問題を導入したことは、平行線の有用性に気付かせるなど、考えを深めさせることに有効だったと考える。

第３時の授業のときに比べ、第５時、第６時の授業では、新たな問題を導入することで各々の解決方法を関連付けて、様々な視点で解決方法を捉えながら、解決方法の有用性や一般性などを見いだそうとする姿が見られるようになった。この生徒の姿から、新たな問題を導入したことは、生徒が解決方法のよさを見いだすなど、考えを深めることに有効であったと考える。

３　振り返りの場面において、比較・検討した場面を再現することのできる適用問題に取り組ませることで、思考過程を振り返らせることができるであろう。

(1)　第３時の結果と考察

第３時では、多角形の外角の和の求め方を説明できることをねらいとしていることから、八角形の外角の和を求めることで思考の再現を考えた(図30)。そこで、本時の学習の中心となった内容の再現として、同様に図を利用して説明する問題を取り入れた。その際に、生徒に考えさせたいこととして、八角形の外角の和の求め方を表す式の一部を図で説明するということに焦点化した。

＜適用問題＞
次の式は図の外角の和の求め方を表しています。波線～～～の部分はどのようなことを表しているのかを図で説明しましょう。

$\underline{180°\ \times 8}-1080°\ =360°$

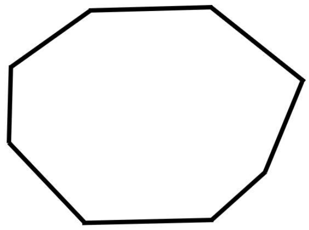

図30　第３時の適用問題

生徒Ａ、Ｂは比較・検討の場面と同様に補助線を引いて、波線部分の 180°×８の説明(図31)をすることができており、八角形も四角形と同様に外角の和を求めることができることを再確認していた。生徒Ｃは、八角形も五角形や六角形のときの求め方と同様に求められることが分かり「多角形の外角の和の求め方は全て同じようにできる」と納得していた。

これらの生徒の姿から、適用問題設定のポイントを基に作成した適用問題は、比較・検討の場面を再現でき、思考過程を振り返るのに有効であったと考える。

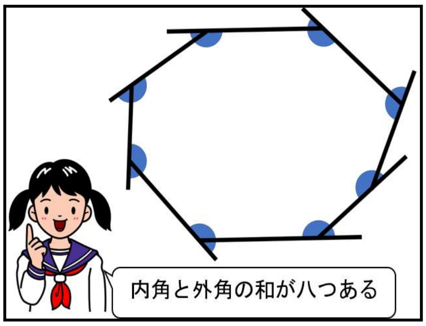

図31　180°×８の説明

(2)　第５時の結果と考察

第５時では、同位角や錯角と平行線の関係を見いだすことをねらいとしていることから、平行になるための条件を考えることで思考の再現を考えた(図32)。そこで、本時の学習の中心となった内容の再現として、同位角や錯角と平行線の関係を説明する問題を取り入れた。その際、生徒に考えさせたいこととして、同位角、錯角の位置関係を図に示して説明するということに焦点化した。

＜適用問題＞
図のような地図があります。市役所通りと平行な道をＰ地点から、東に作りたい。Ａ君は、「ここここの角が同じになれば平行になるよ」と言っています。それはどこの角度ですか？また、どうして引けるのかを説明しましょう。

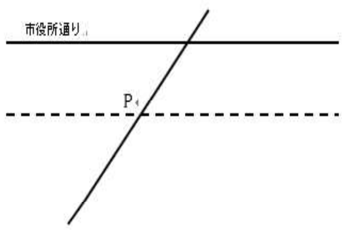

図32　第５時の適用問題

生徒Ａは、比較・検討の場面と同様に同位角や錯角の関係を示しながら説明していた。生徒Ｂは、同位角の関係を見いだし、比較・検討の場面と同様に図に等しい角を示しながら説明していた。なぜ同位角を利用したのかを問い掛けると「見付けるのが簡単だから」と答えた。比較・検討の場面では錯角も利用していたので、他にも説明できるかを問い掛けると、錯角を利用しての説明もすることができた。生徒Ｃは同位角の関係だけを利用した説明を、比較・検討の場面と同様にできていた。しかし、隣の生徒から他の角を利用しても説明できることを聞くと、錯角も利用して説明することができた。

これらの生徒の姿から、適用問題設定のポイントを基に作成した適用問題は、比較・検討の場面を再現でき、思考過程を振り返ることに有効であったと考える。

(3)　第６時の結果と考察

第６時では、三角形の内角の和が 180° であることの証明を通して、平行線の有用性に気付くことをねらいとしていることから、補助線の引き方を変えた証明を考えることで思考の再現を考えた(図33)。そこで、本時の学習の中心となった内容の再現として、三角形の内角の和が 180° であることを図を利用して証明する問題を取り入れた。その際、生徒に考えさせたいこととして、角ａ(図33)を利用した証明が何通りあるかということに焦点化した。

生徒Ａは、比較・検討の場面と同様に角に記号を割り付け、対頂角、平行線の同位角、錯角を利用して、三通りの証明を隣の人に説明していた。生徒Ｂは、比較・検討の場面と同じ方法の証明と同位角、錯角を利用しての証明の二通りを記述していた。生徒Ｃは、対頂角と平行線の同位角を利用する二通りの証明をしていた。

これらの生徒の姿から、適用問題設定のポイントを基に作成した適用問題は、比較・検討の場面を再現でき、思考過程を振り返るのに有効であったと考える。

＜適用問題＞

Ｓ君は左図のように△ＡＢＣの∠ａを利用して、三角形の内角の和が 180° であることを示すことにしましたが、何通りかの証明の仕方があることに気付きました。なお、点Ｄ、Ｅは辺ＣＡ、ＢＡを延長したもの、辺ＧＦは辺ＢＣと平行です。証明の仕方は何通りありますか？

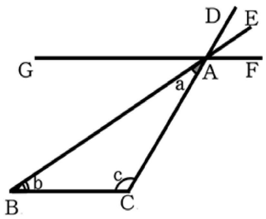

図33　第６時の適用問題

本単元において、比較・検討した場面を再現することのできる適用問題を取り入れたことで、ノートや板書を何度も確認する生徒が増えてきた。また、「なるほど」「このようにすればできるな」など、各々の思考過程を振り返っている姿も多く見られた。さらに、章末問題への取組においては「この問題も○○と同じように考えればよいから…」など、他の問題場面でも習得した考え方を活用している姿も多く見られた。このことは、学習内容を単に知識として詰め込むのではなく、問題解決の過程を大切にした結果であると考える。以上のことから、振り返りの場面で意図した適用問題を取り入れることの意義は大きいと考える。

４　単元において、１～３のことを繰り返し行うことで、生徒一人一人の数学的な思考力を育成できるであろう。

(1)　結果

生徒Ａは本単元の学習を行うまでは、まとめたことを覚えておくことを重視していた。しかし、授業後の感想に「外角の和が 360° になる理由が分かった」と書いていたり、比較・検討の場面において、他者の考えを聞き、様々な視点で解決方法を考える姿が見られたりするようになった。生徒Ｂは、課題を与えられてから取り組むことが多かったが、問いをもったことで友達と相談したり、説明し合ったりするなど能動的に取り組むことが増えた。また、各々の解決方法を関連付け、解決方法の一般性や有用性を見いだした後に、進んで他の問題にも活用している姿があった。

生徒Ｃは、新たな問題を解決することを通して、共有した解決方法と新たな問題の解決方法との共通点を見いだそうとするなど、各々の解決方法を関連付けて考えようとする様子が増えた。

(2) 考察

生徒Ａは、自分と他者の解決方法を関連付けて、解決方法のよさを考えることの大切さを理解できたと考える。さらに、適用問題で思考過程を振り返ることで、解決方法のよさを実感することができたと考える。このことからも思考力が育まれてきたと考える。生徒Ｂは、自他の解決方法を関連付けて考えることのよさを理解したと考える。能動的に取り組むことで、解決方法のよさを考えることが増え、思考力が育まれたと考える。生徒Ｃは、教師や友達の助言が必要なことが多かったが、適用問題には一人で取り組んでいる様子から、どのように考えればよいのかという問題解決の過程を振り返っている様子が増えてきたと感じる。このことからも思考力が育まれてきたと考える。

揺さぶる発問により問いをもてた生徒はその解決に向けて友達と相談をしたり、ノートや板書を見返したりして能動的に解決方法を考える姿が見られた。新たな問題を導入することで様々な視点で解決方法を関連付け、解決方法のよさまで見いだすなど、考えを深められるようになってきた。さらに、適用問題で思考過程を振り返ることで、本時の学びを実感することができるようになってきており、解決方法について、考えた過程を友達と説明し合うような姿が多く見られた。これらのことから、「予想している結果や解決方法を揺さぶる発問」「考えを深めるための新たな問題の導入」「比較・検討した場面を再現できる適用問題の提示」を取り入れた授業を繰り返し行ったことは、生徒一人一人の数学的な思考力を育成するのに有効であったと考える。

Ⅶ 研究のまとめ

１ 成果

○ 提示された問題に対して、今まで当たり前だと思っていたことに疑問をもったり、既習の方法では解決できないことは別の解決方法を考えたりと、自ら問いを見いだせるようになってきた。

○ 各々の解決方法を関連付けて、様々な視点で解決方法を捉えながら、解決方法の有用性や一般性などを見いだそうとする姿が見られるようになり、自らの考えを深められるようになってきた。

○ 適用問題に取り組む際に、ノートや板書を何度も確認するようになった。そして、他の問題解決場面でも「この問題も○○と同じように考えればよいから…」など、習得した解決方法を活用している姿が見られるようになった。

２ 課題

新たな問題の導入では、どのような問題が一般性を見いだせるのか、有用性に気付かせられるのかなどを明確に示すための分類の仕方をさらに精査して、具体化していく必要がある。

Ⅷ 提言

生徒一人一人の数学的な思考力を育成するために、揺さぶる発問、新たな問題の導入、適用問題での振り返りを取り入れるなどして授業改善を行いましょう。

＜参考文献＞
・文部科学省　『中学校指導要領解説　数学編』　(2018)
・文部科学省　資料『新しい学習指導要領が目指す姿』　(2015)
・群馬県教育委員会　『はばたく群馬の指導プランⅡ』　(2019)

＜担当指導主事＞
町田　龍太郎　　太田　紀子