

数学科学習指導案

平成29年11月13日（月曜日）第5校時3年3組教室 指導者 松岡 賢一

1 単元名 相似な図形

2 考察

(1) 教材観

本単元は、中学校学習指導要領第2章、第3節数学、第3学年、内容B（1）「図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする」ア「平面図形の意味及び三角形の相似条件について理解すること」イ「三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること」ウ「平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確認すること」エ「基本的な立体の相似の意味と、相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解すること」オ「相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること」に基づくものである。

生徒はこれまでに、小学校では、拡大図と縮図の意味とそのかき方、比や比の値の意味とその表し方について理解してきた。中学校第1学年では、対称な図形の性質、立体の表面積や体積の求め方について学習してきた。中学校第2学年では、ある事柄を根拠として筋道を立てて説明する学習を通して、論証の意義と推論の進め方について学習してきた。

この単元で学習する主な内容は、①相似な図形、②三角形の相似条件、③三角形と比、④平行線と比、⑤相似な図形の面積と体積である。三角形の合同条件と相似条件を対比させて理解を深めたり、既習事項を用いて三角形と比の定理や平行線と比の定理を証明したり、相似比から面積比と体積比の関係を考察したりすることで、直観的に捉えた図形を、既習の知識・技能・考え方を基に筋道を立てて考えられるようになっていくと考える。

これらの学習を通して、生徒は平面図形や空間図形の性質について理解を深めるとともに、数学的な見方や考え方のよさに気づき、推論の過程を的確に表現する能力を段階的に養っていく。それらは、次単元の「円」や「三平方の定理」の学習で、解決の見通しを持って論理的に考察し、表現する能力を伸ばすことにつながるものであると考える。

(2) 生徒の実態

【数学への関心・意欲・態度】

授業には真面目に取り組み、落ち着いて話を聞いている。分からないことを進んで質問したり、友達と確認したりする習慣は身に付いている反面、難易度の高い問題になると人に頼りがちになり、粘り強く考えることが苦手である。授業中の発言は特定の生徒に偏り、分かっているでも自分の考えを発表できない生徒が多い。本単元の図形の領域については、これまでの数と式や関数の領域と比較すると、得意と苦手の意識がはっきりしている。

【数学的な見方や考え方】

問題を注意深く観察し、仮定と既習事項を基に解決の見通しを持ったり、問題解決の過程や根拠を筋道を立てて説明することを苦手としている生徒が多い。第2学年の「平行と合同」の単元では、数多くの論証問題に取り組むことにより、解き方の形式がある程度決まっているものについては自分の考えを説明できるようになってきている。

【数学的な技能】

図形の辺の長さや面積、角の大きさなどを求める問題の正答率が高いが、既習事項を複数利用して考える問題になると、答えまでたどり着かない生徒も見受けられる。比を簡単にする問題はほとんどの生徒が正解できるが、小数や分数が混在すると正答率が7割程度になっている。また、比例式の計算も曖昧な生徒が3割程度いる。

【数量や図形などについての知識・理解】

基本的な図形の性質や三角形の合同条件は理解しているが、合同な図形を対応する順に表す問題では誤答が目立った。一つ一つの図形の性質は知識として定着しているが、問題をよく分析し、既習の知識を活用する場面を見いだせない生徒もいる。合同条件に比べ直角三角形の合同条件が定着していないのは、斜辺の理解が曖昧であることが理由だと考えられる。

(3) 指導方針

- 問題を俯瞰して見させることで、結果を予想したり、見えそうな既習事項を見付けたりして解決の見通しにつながるようにする。
- 既習事項との比較などから類似点や相異点に着目して課題を明確にさせることで、ねらいに沿っためあてを持てるようにする。
- 解決の見通しを持つためのプロセスを生徒の実態に応じて適宜変えていくことで、生徒全員が解決の見通しを持って自力解決に向かえるようにする。
- 複数の図形を考える際には、比較する図形を色分けさせたり、同じ向きにかき出させたりすることで、視覚的に捉えやすくなるようにする。
- 生徒の実態に応じて表現の場を設定し、最初は課題解決の過程を形式や言葉にとらわれず自由に表現させることで、説明することへの苦手意識を取り除けるようにする。
- まとめの場面では、解決の見通しを踏まえて思考を整理させることで、本時の学習が次時の課題の解決の見通しにつながるなど、他の場面でも活用できるようにする。
- 授業の最後に本時のめあてを踏まえた適用問題に取り組みさせることで、中心問題の解決の見通しを生かして、自分一人の力で解決できるようにする。

3 研究との関わり

本単元は図形領域であり、数学科の学習内容の中でも特に系統性が強く、既習の知識・技能・考え方を基にして見方や考え方を統合・発展させやすい単元である。授業の課題把握の場面では、既習事項との比較などから類似点や相異点に着目して課題を明確にさせ、ねらいに沿っためあてを持たせた上で、解決の見通しを持つためのプロセスを取り入れていく。その際、前時までに学習した既習の知識・技能・考え方をまとめたカードを提示しておくなどの工夫をすることで、どの既習事項が課題解決に結び付くのかを想起できるようにする。既習事項と課題のつながりが見えるようになることで生徒一人一人が解決の見通しを持ち、解決への方向性が定まるので、自力解決の場面では、苦手としている図形の論証問題などに主体的に取り組めるようになることと考える。そして、集団解決の場面では、自分の考えを他者に伝えたり、自分の考えと他者の考えを比較したりすることで、図形の見方や相似の概念の理解を深め、相似な図形の性質を活用して問題解決に取り組めるようにしていく。

4 単元の目標

図形の相似について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しを持って論理的に考察し表現できるようにする。

5 指導計画

評価	数学への関心・意欲・態度	様々な事象を相似な図形の性質で捉えたり、平面図形の基本的な性質や計画を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。
規準	数学的な見方や考え方	相似な図形の性質についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

	数学的な技能	相似な図形の性質、三角形の相似条件を記号や用語を用いて簡潔に表現したり、相似な図形の性質を活用して線分の長さ、図形の面積や体積を求めたりするなどの技能を身に付けている。		
	数量や図形などについての知識・理解	相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比及び体積比の関係などを理解している。		
時間	過程	伸ばしたい資質・能力		主な学習活動
		活用させたい知識等	思考力・表現力等	
第1時	導 入	<ul style="list-style-type: none"> 拡大図の性質 拡大図の作図方法 	<ul style="list-style-type: none"> 拡大図と元の図形との共通点や違いを見いだすことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 与えられた手順で図形をかき、その図が元の図形の拡大図になっているかを調べる。
第2時 ～ 7時	解 決	<ul style="list-style-type: none"> 合同な図形の性質 三角形の合同条件 垂直二等分線の性質 比の性質と比の値の意味 相似な図形の性質 三角形の相似条件 証明のすすめ方 	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質を見いだすことができる。 合同な図形は、相似な図形で相似比が1:1の場合と見ることができる。 三角形の合同条件を基にして、相似条件を考えることができる。 三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。 具体的な事象を平面図形として捉え、縮図を利用するための三角形を見いだすことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 図形の拡大図をかいて、対応する辺の長さや角の大きさの関係を調べる。 相似な図形の相似比を求める。 図形の合同と相似の関係を考える。 相似な図形の辺の長さを、対応する辺や隣り合う辺の比が等しいことを利用して求める。 相似な三角形をかくためには何が分かれば良いかを考える。 三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明する。 直接には測定できない距離や高さを、縮図を利用して求める。
第8時	終 末	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質 比例式の性質 三角形の相似条件 	<ul style="list-style-type: none"> 既習の知識・技能・考え方を基に、解決の見通しを持って考えることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 5章1節で学習した内容に関する補充問題や活用問題に取り組む。
第9時	導 入	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質 三角形の相似条件 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の1辺に平行な直線に着目して、相似な三角形を見いだすことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 与えられた手順でノートのけい線の長さを3等分し、その方法で3等分できる理由を考える。
第10時 ～ 14時	解 決	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質 比例式の性質 三角形の相似条件 三角形と比の定理 三角形と比の定理の逆 中点連結定理 特別な四角形の性質 平行線と比の定理 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の相似条件を利用して、三角形と比の定理を証明することができる。 三角形の相似条件を利用して、三角形と比の定理の逆を証明することができる。 三角形と比の定理を利用して、中点連結定理を見いだすことができる。 中点連結定理を利用して、図形の性質を証明す 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の1辺に平行な直線が、他の2辺に交わるときにできる線分の比を調べる。 三角形と比の定理を利用して、線分の長さを求める。 三角形と比の定理の逆が成り立つことを証明する。 三角形の各辺の中点を結んでできた線分には、どんな性質があるかを調べる。 中点連結定理を利用して、線分の長さを求める。 四角形の各辺の中点を結ぶと、

			<p>ることができる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 平行線に直線が交わるときの線分の長さの求め方を、三角形と比の定理を基にして考え、説明することができる。 平行線と比の定理を利用して、図形の性質を証明することができる。 	<p>どんな図形になるかを調べる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 平行線に直線が交わるときの線分の長さの求め方を考え、説明する。 平行線と比の定理を利用して、線分の長さを求める。 平行線と比の定理を利用して、線分の長さを与えられた比に分ける。 平行線と比の定理を利用して、図形の性質を証明する。
第15時	終末	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比の定理 三角形と比の定理の逆 中点連結定理 平行線と比の定理 	<ul style="list-style-type: none"> 既習の知識・技能・考え方を基に、解決の見通しを持って考えることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 5章2節で学習した内容に関する補充問題や活用問題に取り組む。
第16時	導入	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質 三角形や長方形の周の長さや面積の求め方 	<ul style="list-style-type: none"> 相似な三角形や四角形で、相似比と面積比の関係を見いだすことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 相似比が1:2の二つの四角形で、大きい四角形を切って、小さい四角形を四つつくることができるかどうかを考える。
第17時 ～ 第19時	解決	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質 平面図形の周の長さや面積の求め方 立体の表面積や体積の求め方 相似な平面図形の周の長さや面積 相似な立体の表面積と体積 	<ul style="list-style-type: none"> 相似な多角形の相似比と面積比を、多角形を三角形に分けて、対応する三角の相似比と面積比を基にして考えることができる。 相似な立体で、相似比と表面積の比や体積の比の関係を見いだすことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 相似な多角形や円で、相似比と面積比の関係について調べる。 相似な平面図形の相似比と面積比の関係を利用して、図形の面積を求める。 相似な立体で、相似比と表面積の比や体積比の関係について調べる。 相似な立体の相似比と表面積の比や体積の比の関係を利用して、立体の表面積や体積を求める。
第20時 ～ 第21時	終末	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質 比例式の性質 三角形の相似条件 三角形と比の定理 三角形と比の定理の逆 中点連結定理 平行線と比の定理 相似な図形の面積と体積 	<ul style="list-style-type: none"> 既習の知識・技能・考え方を基に、解決の見通しを持って考えることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 5章で学習した内容に関する補充問題や活用問題に取り組む。

6 本時の展開

【解決の見通しを持つためのプロセス〈パターンC〉】(第5時)

(1) ねらい

重なりのある図形の角が共有していることを説明し合う活動を通して、三角形の相似条件を利用した証明問題を解決することができる。

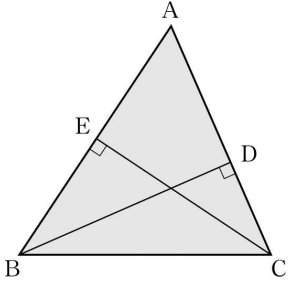
(2) 準備

教師：学習プリント、提示用の課題、図形の性質カード

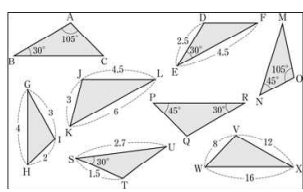
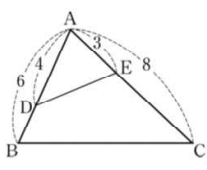
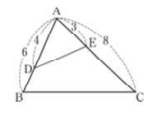
生徒：教科書、ノート

(3) 展開

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
<p>1 既習事項の復習、確認をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> △ABC ∽ △QRP (3) △DEF ∽ △TSU (2) △GHI ∽ △XWV (1) <p>※1、2、3は三角形の相似条件</p>	7分	<p>・三角形の相似条件を利用して相似であることを判断する既習事項の確認問題に取り組みさせることで、三つの相似条件を想起できるようにする。</p> <p>◎難易度の低い問題にすることで、生徒全員が解けるようにする。</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>確認問題</p> <p>右の図の中から、相似な三角形の組を見付け、記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件をいいなさい。</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;"> </div> </div>		
<p>2 本時の学習課題を把握する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 三角形が重なっているよ。 角の大きさは分かっていないんだな。 	5分	<p>・確認問題と比較させることで、もう一つの条件を見付けなければならないことに気付けるようにする。</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>中心問題</p> <p>右の図で、△ABC ∽ △AED なることを証明しなさい。</p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;"> </div> </div>		
<p>めあて 足りない条件を明らかにして、相似を証明しよう。</p>		
<p>3 解決の見通しを持つ。</p> <p>既習事項を見付ける</p> <p>⑦ 使いそうな既習事項を考える 【個人】</p> <ul style="list-style-type: none"> 「2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」が使いそうだ。 重なっている角があるよ。 <p>見付けた既習事項の根拠を共有する</p> <p>⑧ 全員が説明し合う 【ペア】</p> <ul style="list-style-type: none"> ABと対応するのはAEだ。 ∠Aは共通だな。 	<p style="writing-mode: vertical-rl; border: 1px solid black; padding: 2px;">解決の見通しを持つためのプロセス8分</p>	<p>◎相似の位置にかき直して図形を見させることで、対応する辺や角に着目できるようにする。</p> <p>※この証明問題は見付けた根拠がそのまま解答になるので、グループで方向性を話し合う活動には進まずに自力解決に進む。</p>

4 解決の見通しを基に問題を解決する。	5分	◎相似比が1:1である二つの三角形の関係が合同であることを確認することで、三角形の合同を証明するときの手順と同じように考えられることに気付けるようにする。
5 自分の考えと他の人の考えを交流させる。	5分	<ul style="list-style-type: none"> 自分の考えとの違いに注意して、質問や意見を考えながら他の人の説明を聞くことで、思考を広げられるようにする。 生徒全員が自分の言葉で説明することで、思考を深められるようにする。
<p>【証明】 $\triangle ABD$と$\triangle ACE$において $\angle BAD = \angle CAE$ (共通)・・・① $\angle ADB = \angle AEC$ (仮定)・・・② ①②より2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ 相似な図形の対応する辺の比は等しいから $AD : AE = AB : AC$</p>		
6 適用問題 を解く。 【個人】	15分	
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 60%;"> <p>適用問題</p> <p>右の図の$\triangle ABC$で、点B、点Cから辺AC、ABにそれぞれ垂線BD、CEをひきます。</p> <p>このとき、次の問に答えなさい。</p> <p>(1) $\triangle ABD \sim \triangle ACE$となることを証明しなさい。</p> <p>(2) $AD : AE = AB : AC$となることを示しなさい。</p> <p>(1)の証明に続けてかくこと。</p> </div> <div style="width: 35%; text-align: center;">  </div> </div>		
<ul style="list-style-type: none"> また共通な角があるぞ。 直角もあるから、「2組の角がそれぞれ等しい」が使えるぞ。 		<ul style="list-style-type: none"> 三角形の合同を証明する問題の中で、合同な図形の性質が使われていた場面を考えさせることで、相似な図形の性質を想起できるようにする。
<p>◇三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。 (ペアで活動する中での発言や発表、学習プリント) 【数学的な技能】</p>		
<p>7 本時のまとめをする。</p> <ul style="list-style-type: none"> 足りない条件を見付けたら、これまで学習したことを使って説明すればいいんだ。 	5分	<ul style="list-style-type: none"> 集団解決での説明や適用問題の解決の過程を振り返らせることで、めあてについてのキーワードや学習用語を使ってまとめられるようにする。

(4) 板書計画

めあて	足りない条件を明らかにして、相似を証明しよう。	まとめ	<ul style="list-style-type: none"> 足りない条件を見付けたら、これまで学習したことを使って説明すれば良い。 証明するときは、根拠となる事柄を必ず書く。
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>問題1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>問題2</p> </div> </div>			
<p>解決の見通し</p> <p>△ABC ∽ △QRP (3) △DEF ∽ △TSU (2) △GHI ∽ △XWV (1)</p>			
<p>△ABC ∽ △QRP (3) △DEF ∽ △TSU (2) △GHI ∽ △XWV (1)</p>		<p>使えそうなことは？</p> <p>理由は？</p> <p>式や文字で</p>	<p>自分の言葉で説明しよう</p>
<p>※生徒の説明の中で重要なキーワードが出てきた場合は、その都度黒板の適所に掲示する。</p>		<p>【証明】 $\triangle ABD$と$\triangle ACE$において $\angle BAD = \angle CAE$ (共通)・・・① $\angle ADB = \angle AEC$ (仮定)・・・② ①②より2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ 相似な図形の対応する辺の比は等しいから $AD : AE = AB : AC$</p>	
<p>【証明】 $\triangle ABC$と$\triangle AED$において $AB : AE = 2 : 1$・・・① $AC : AD = 2 : 1$・・・② $\angle BAC = \angle EAD$ (共通)・・・③ ①②③より2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \sim \triangle AED$</p>		<p>図で</p> 	

【解決の見通しを持つためのプロセス〈パターンA〉】(第13時)

(1) ねらい

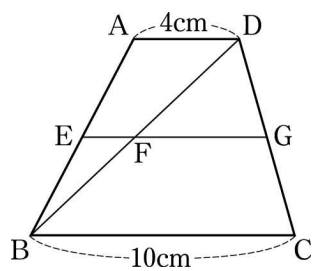
三角形と比の定理を基に、台形の対角線の比を求める活動を通して、中点連結定理の理解を深めることができる。

(2) 準備

教師：学習プリント、提示用の問題、図形の性質カード

生徒：教科書、ノート

(3) 展開

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
<p>1 既習事項の復習、確認をする。 ・中点連結定理が使えるようだ。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>中心問題</p> <p>四角形ABCDは、$AD \parallel BC$の台形です。辺ABの中点をEとし、Eから辺BCに平行な直線をひき、BD、CDとの交点をそれぞれF、Gとします。 EF、EGの長さを求めなさい。</p> </div> 	3分	<p>・前時に学習した中点連結定理の図と本時の中心問題の図の△DEFを相似な形にして提示することで、本時の学習課題に結び付けられるようにする。</p>
<p>2 本時の学習課題を把握する。 ・Eは中点だけど、FとGは分からないよ。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>めあて 中点連結定理を使うために、FとGが中点であることを調べてから長さを求めよう。</p> </div>	3分	<p>・前時の学習と本時の中心問題を比較させ、異なる点を考えさせることで、学習課題を明確にできるようにする。</p>
<p>3 解決の見通しを持つ。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;"> <p>既習事項を見付ける</p> <p>⑦使えそうな既習事項を考える 【個人】</p> <p>・三角形と比の定理が使えるようだ。 ・「2組の角がそれぞれ等しい」を使って相似が言えそうだ。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;"> <p>見付けた既習事項の根拠を共有する</p> <p>⑧全員が説明し合う 【ペア】</p> <p>・底辺と平行な2辺があるよ。 ・平行線があるから同位角が等しくなる。 ・共通な角がある。 ・対応する辺の比は等しいから、1：2になるね。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <p>⑨方向性を話し合う 【グループ】</p> <p>・平行だってことは分かるけど、そこからが分からないな。 ・BF：BDが1：2になることまでは分かったよ。</p> </div>	<div style="border: 2px solid black; padding: 5px; writing-mode: vertical-rl;"> 解決の見通しを持つためのプロセス 20分 </div>	<p>◎既習事項を見付けられない生徒には、図や問題文、図形の性質カードなどから三角形や平行な辺に気付かせることで、使えそうな定理に気付けるようにする。</p> <p>・Fが中点であることを先に考えさせることで、同じように考えればGが中点であることを説明できるように気付けるようにする。</p> <p>・ペアで説明し合う活動では、考えたことを生徒全員に表現させることで、その時点での自分の方向性を示せるようにする。</p> <p>・三角形の相似条件を挙げた生徒には、相似条件を使った後、中点であることにどうつなげるかを説明させることで、解決の方向性が定まっているかを確認できるようにする。</p> <p>・ペアでの説明が曖昧だったり途中までしか考えられなかったりした生徒がいた場合は、Fが中点であることをグループで話し合わせることで、再度自分の考えを振り返られるようにする。</p>

㊦全体で話し合う

【全体】

4 解決の見通しを基に問題を解決する。

3分

5 自分の考えと他の人の考えを交流させる。

8分

- ・ Fのときと分かっている条件が同じになるので、GもFと同様に説明できるよ。
- ・ 中点連結定理を使えば長さは半分になるよ。

◎これまでの見取りの中で考えが曖昧だった生徒を意図的に指名し、教師がヒントを出しながら説明させることで、解決の見通しを持たせたかを確認できるようにする。

- ・ 問題に対する答えだけでなく、解決の過程も説明できるようにする。その際、論理的な表現を心掛けさせることで、誰にでも分かりやすく伝えられるようにする。
- ・ 生徒全員が自分の言葉で説明させることで、思考を深められるようにする。
- ・ 生徒の説明の中で重要なキーワードが出てきた場合は、黒板に掲示することで、次の問題に取り組むときや本時のまとめをするときの参考にできるようにする。

6 適用問題を解く。

【個人】

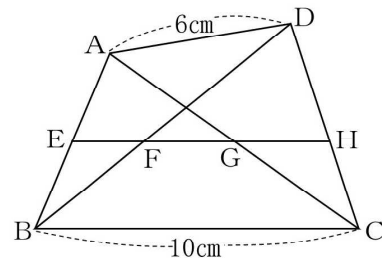
10分

適用問題

四角形ABCDの辺ABの中点をEとし、Eから辺BCに平行な直線をひき、BD、AC、CDとの交点をそれぞれF、G、Hとします。

次の辺の中で、長さを求めることができるものをすべて選び、番号とアルファベットで答えなさい。

- ①EF ②EG ③FG ④FH ⑤GH



- ・ ADとEHは平行ではないから中点連結定理が使えない。だからEFとGHは長さを求めることができないよ。
- ・ 仮定よりEHとBCが平行だから、中点連結定理を使ってEGとFHは長さを求められるぞ。

◎FやHが中点と考えている生徒には、中心問題と違うところを考えさせることで、平行でないことに気付けるようにする。

- ・ 適用問題が考えられた生徒には、本時のねらいに沿った類似問題を用意して取り組ませることで、更に理解を深められるようにする(補充問題)。

◇中点連結定理を、三角形と比の定理を基にして見いだすことができる。

(ペアやグループの中での発言や発表、学習プリント) 【数学的な見方や考え方】

7 本時のまとめをする。

3分

- ・ 三角形の中に平行線を見付ければ、三角形と比の定理(三角形の相似条件)が使える。
- ・ 中点連結定理を使うには、まず2点が中点になっていることを確認すればいいんだ。

- ・ 集団解決での説明や適用問題を解く過程を振り返ることで、めあてに関するキーワードや学習用語を使ってまとめられるようにする。
- ・ 三角形と比の定理と相似条件の両方の考えが出た場合には、相似条件が三角形と比の定理の基になっていることに触れることで、数学の有用性に気付けるようにする。

(4) 板書計画

めあて 中点連結定理を使うために、FとGが中点であることを調べてから長さを求めよう。

まとめ 三角形の中に平行線を見付けば、三角形と比の定理(相似条件)が使える。
中点連結定理を使うには、まず2点が中点になっていることを確認する。

問題1
EF, EGの長さは?
EF = 2cm
EG = 7cm

問題2
長さを求めることができるのは?
①EF ②EG ③FG ④FH ⑤GH

解決の見通し

使えそうなことは?
理由は?

自分の言葉で説明しよう

※生徒の説明の中で重要なキーワードが出てきた場合は、その都度黒板の適所に掲示する。

三角形と比の定理
2組の角がそれぞれ等しい
対応する辺の比は等しい

式や文字で

図で

※三角形と比の定理を使う説明

※三角形の相似条件を使う説明(出れば)

※生徒の説明用

(5) 学習プリント

めあて

問題1
四角形ABCDは、 $AD \parallel BC$ の台形です。辺ABの中点をEとし、Eから辺BCに平行な直線をひき、BD, CDとの交点をそれぞれF, Gとします。EF, EGの長さを求めなさい。

解決の見通し

使えそうなことは? 理由は? 式や文字で? キーワード?

図で?

問題2
四角形ABCDの辺ABの中点をEとし、Eから辺BCに平行な直線をひき、BD, AC, CDとの交点をそれぞれF, G, Hとします。次の辺の中で、長さを求めることができるものをすべて選び、番号とアルファベットで答えなさい。

①EF ②EG ③FG ④FH ⑤GH

まとめ

(補充プリント)

問題3
右の図で、EはBDの中点です。また、PEの延長とCDとの交点をQとします。 $AD \parallel BC$ であるとき、x, yの値を求めなさい。
【教科書 P.147 ③】

問題4
右の図の△ABCで、D, Eは辺ABを3等分した点、FはBCの中点です。また、Gは線分のAFとDCの交点です。線分GCの長さは線分EFの何倍ですか。
【教科書 P.156 ②】

【解決の見通しを持つためのプロセス〈パターンB〉】(第19時)

(1) ねらい

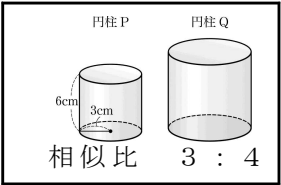
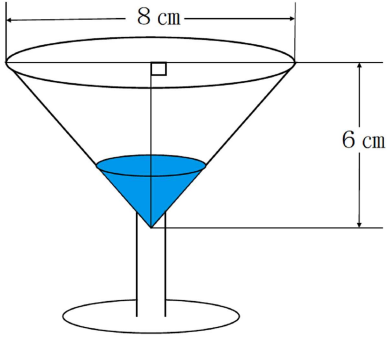
相似な立体の対応する部分を見付けて相似比を求めることで、相似比と体積比の関係を使って立体の体積を求めることができる。

(2) 準備

教師：学習プリント、提示用の課題、図形の性質カード

生徒：教科書、ノート

(3) 展開

学習活動 ・予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
<p>1 前時の学習内容を確認する。</p> <div data-bbox="236 613 517 797" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">円柱P 円柱Q</p>  <p style="text-align: center;">相似比 3 : 4</p> </div> <p>・相似比が分かれば、面積比や体積比も分かるぞ。</p> <p>2 本時の学習課題を把握する。</p>	<p>3分</p> <p>4分</p>	<p>・相似な図形や立体の相似比と表面積の比や体積比の関係を想起させることで、相似比が基になっていることに気付けるようにする。</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>中心問題</p> <p>右の図のようなグラスの上の部分は、円錐の形をした容器とみなすことができます。水が入っている部分と容器は相似です。容器に入っている水の体積を求めなさい。</p>  </div>		
<ul style="list-style-type: none"> ・今度は円錐だけど、円柱と同じように考えてもいいのかな。 ・相似比が分からないよ。 ・水が入っている円錐の直径か半径が分かれば、相似比が求められるのにな。 ・水の入っている円錐の高さでも相似比が分かるよ。 ・両方の長さが分かれば公式を使って求められるのに。 ・相似比が分かれば、底面の半径も高さも求められるよ。 		<ul style="list-style-type: none"> ・前時と本時の問題を比較させることで、このままでは相似比が不明であることに気付けるようにする。 ・対応する部分がどこであるのかを考えさせることで、相似比を求められるようにする。 ・水の入っている円錐の高さを2cmに設定することで、相似比が1 : 3であることを簡単に求められるようにする。 ・底面の半径を使わなくても体積を求められる方法を考えさせることで、本時のねらいである相似比と体積比の関係を使えるようにする。
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>めあて 底面の半径を使わずに、水の体積を求めよう。</p> </div>		

3 解決の見通しを持つ。

既習事項を見付ける 【個人】

㊦ 使いそうな既習事項を考える

- ・相似比が分かれば前の時間の問題と同じだな。
- ・相似な立体の相似比と体積比の関係が使いそうだ。

見付けた既習事項の根拠を共有する

㊧ 全員が説明し合う 【ペア】

- ・容器の体積は底面の半径と高さが分かっているので求められるよ。
- ・体積比は相似比の3乗だね。

㊨ 方向性を話し合う 【グループ】

- ・体積比は1 : 27になるね。
- ・円(底面)の面積に高さを掛けて、3で割れば円錐の体積が出るよ。

4 解決の見通しを基に問題を解決する。 4分

5 自分の考えと他の人の考えを交流させる。 6分

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 6 = 32\pi$$

$$X : 32\pi = 1 : 27$$

$$X = \frac{32\pi}{27} \text{ (cm}^3\text{)}$$

6 本時のまとめをする。 6分

- ・一方の立体の体積が分かっているれば、相似比を使ってもう一方の立体の体積も簡単に求められる。

7 **適用問題**を解く。 【個人】 15分

解決の見通しを持ったためのプロセス12分

◎既習事項を見付けられない生徒には、前時までの問題のように立体を別々に分けて考えさせることで、前時と同じように考えれば良いことに気付けるようにする。

・ペアで説明し合う活動では、考えたことを生徒全員に表現させることで、その時点での自分の方向性を示せるようにする。

※グループでの話し合いで自分の方向性が十分定まらない生徒がいた場合は、これまでの見取りの中で考えが曖昧だった生徒を意図的に指名し、教師がヒントを出しながら説明させることで、解決の見通しを持たせ確認できるようにする。

・問題に対する答えだけでなく、課題解決の過程も説明できるようにする。その際、論理的な表現を心掛けさせることで、分かりやすく伝えられるようにする。

・生徒全員が自分の言葉で説明することで、思考を深められるようにする。

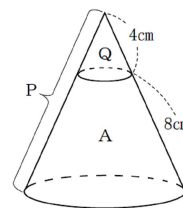
・生徒の説明の中で重要なキーワードが出てきた場合は、黒板に掲示することで、次の問題に取り組むときやまとめをするときに参考にできるようにする。

・集団解決での説明や適用問題を解く過程を振り返らせることで、めあてに関するキーワードや学習用語を使ってまとめられるようにする。

適用問題

右の図の立体Aは、円錐Pを底面に平行な平面で切り、上部の小さい円錐Qを取り除いたものです。

もとの円錐Pの体積が $54\pi \text{ cm}^3$ であるとき、立体Aの体積を求めさい。



- ・求める立体は下の部分(円錐台)だから、上の部分を引いて考えないといけない。
- ・母線も対応する長さになるんだね。

◎相似比を1 : 2としている生徒には、中心問題と同じように立体を分けることで、1 : 3になることに気付けるようにする。

・適用問題が考えられた生徒には、本時のねらいに沿った類似問題を用意して取り組ませることで、更に理解を深められるようにする(補充問題)。

◇相似比と体積比の関係を利用して、相似な立体の体積を求めることができる。

(ペアやグループの中での発言や発表、学習プリント) 【数学的な技能】

(4) 板書計画

めあて

底面の半径を使わずに、水の体積を求めよう。

まとめ

円柱P 円柱Q

相似比 3 : 4

問題1

水の体積は？

問題2

立体Aの体積は？

解決の見通し

使えそうなことは？

理由は？

相似比と体積比の関係

円錐の体積の公式

比例式の性質

図で

キーワード

相似比の3乗

※生徒の説明の中で重要なキーワードが出てきた場合は、その都度黒板の適所に掲示する。

問題1

$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 6 = 32\pi$

$X : 32\pi = 1 : 27$

$X = \frac{32\pi}{27}$ (cm³)

問題2

立体Aの体積は？

$X : 54\pi = 1 : 27$

$X = 2\pi$

$54\pi - 2\pi = 52\pi$ (cm³)

(5) 学習プリント

めあて

問題1

右の図のようなグラスの上の部分は、円錐の形をした容器とみなすことができます。水が入っている部分と容器は相似です。

容器に入っている水の体積を求めなさい。

解決の見通し

使えそうなことは？

理由は？

図で！

式や文字で！

キーワード！

問題2

右の図の立体Aは、円錐Pを底面に平行な平面で切り、上部の小さい円錐Qを取り除いたものです。

もとの円錐Pの体積が 54π cm³であるとき、立体Aの体積を求めなさい。

まとめ

- 資料12 -