生徒一人一人が論理的に考えられる
中学校数学科の授業展開

―― 生徒の実態に応じた解決の見通しを持つためのプロセスと適用問題の工夫を通して ――

長期研修員　　松岡　賢一

《研究の概要》

本研究は、中学校数学科の学習において、解決の見通しを持つためのプロセスを取り入れることにより論理的に考える力を高めることを目指したものである。解決の見通しを持つためのプロセスは、形態を工夫した協働的な学習を中心に構成する。この協働的な学習を、生徒の実態に応じて工夫して取り入れることで、生徒一人一人が解決の見通しを持って課題を追究できるようにしていく。また、本時のねらいに沿って焦点化した適用問題を、まとめの場面に取り入れることで、生徒の思考が広がったり深まったりするようにしていく。生徒一人一人の論理的に考える力を高めるために、解決の見通しを持つためのプロセスと適用問題を生徒の実態に応じて工夫することの有効性について、授業実践を通して明らかにしたものである。

キーワード　**【数学－中　解決の見通し　プロセス　適用問題　論理的に考える力】**

群馬県総合教育センター
分類記号：Ｇ０３－０３　平成２９年度　２６３集

Ⅰ　主題設定の理由

中学校学習指導要領(平成20年３月公示)では、数学的活動の指導に当たっての配慮事項の中で「自ら課題を見いだし，解決することの構想を立て，実践し，その結果を評価・改善する機会を設けること」とし、見通しを持って数学的活動に取り組むことの重要性を挙げている。

中央教育審議会の答申(平成28年)では、資質・能力の育成の方策として「主体的・対話的で深い学び」の実現を挙げている。この主体的・対話的で深い学びについて、生徒の学習を質的に高めていく上での視点として、「児童生徒自らが、問題解決に向けて見通しをもち、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返り、よりよく解決したり、新たな問いを見いだしたりするなどの『主体的な学び』」と「事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり、よりよい考えや事柄の本質について話し合い、よりよい考えに高めたり事柄の本質を明らかにしたりするなどの『対話的な学び』」と示している。これらの視点は、授業を改善する際の重要な点を異なる側面から捉えたものであり、相互に影響し合うものとされている。これは、見通しを持って問題に取り組むことと論理的に考えることが、密接に関わり合っていることを表している。また、問題発見・解決の過程と育成を目指す資質・能力を表す相関図の中でも、思考・判断・表現に関わる力として「数学的な問題を解決するための見通しを立てる力(構想力)」の重要性を挙げている。これは、解決の見通しを持つことが、思考力・判断力・表現力等にも大きく関係し、論理的に考える力につながっていることを表していると考える。

群馬県教育委員会では、平成29年度学校教育の指針の中で、「平成28年度に実施された全国学力・学習状況の分析結果や授業実践等を見ると、必要な情報を取り出して自分の考えを述べたり、考えた方法や理由を説明したりすることなどが課題となっている。また、全国学力・学習状況調査のＡ問題の正答率は６割以上(63.0%)であるが、Ｂ問題の正答率は５割に達しておらず(45.6%)、知識・技能の習得と、思考力・判断力・表現力等のバランスにも課題が見られる」とした上で、これらの課題を解決していくための数学科の指導の重点として「既習事項との比較などから課題を明確にさせるとともに、解決方法や結果の見通しをもたせること」を挙げている。さらに、１単位時間における指導のポイントとして、授業の後半等に本時のめあてを踏まえた適用問題を出題し指導と評価の一体化を図ることを挙げ、中心問題を解決した後の適用問題の重要性を示している。また、はばたく群馬の指導プランでは、数学科の課題として「既習の知識や考え方等を活用して、課題解決すること」と「筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明すること」を挙げ、それらの課題を解決するためには、「数学的な考え方を身に付けること」と「既習事項と比較したり結び付けたりしながら考えること」が必要だとしている。

以上のことから、解決の見通しを持って課題に取り組み、筋道を立てて考えることが数学科における課題になっていると考えた。そこで本研究では、生徒一人一人が自分の考えを持って課題解決に取り組めるように、生徒の実態に応じた解決の見通しを持つためのプロセスを工夫し、さらに本時のねらいに沿って焦点化した適用問題を取り入れていく。つまり、生徒が課題解決の過程を既習の知識・技能・考え方を基に解決の見通しを持って筋道を立てて考えることで、論理的に考える力を高めていくことができると考え、本主題を設定した。

Ⅱ　研究のねらい

中学校数学科の学習において、論理的に考える力を高めるために、解決の見通しを持つためのプロセスと適用問題について、生徒の実態に応じて工夫することの有効性を明らかにする。

Ⅲ　研究仮説（研究の見通し）

1　課題把握から自力解決に向かう場面で、解決の見通しを持たせる際に、生徒の実態に応じて解決の見通しを持つためのプロセスを工夫することで、自力解決の際に自分の考えを明確にすることができるであろう。

２　集団解決の場面で、さらに自ら課題を追究したり他者と交わったりする際に、解決の見通しを基に自分の考えを明確にして臨み、まとめの場面で、本時のねらいに沿って焦点化された適用問題に取り組むことで、思考が広がったり、深まったりするであろう。

３　単元を通して、解決の見通しを持って課題の解決に取り組む学習を繰り返すことで、論理的に考える力が高まるであろう。

Ⅳ　研究の内容

１　基本的な考え方

(1)　論理的に考える力とは

論理とは議論の筋道という意味であり、論理的とは論理にかなっていることである。本研究では論理的に考える力を「課題解決の過程で、既習の知識・技能・考え方を基に、解決の見通しを持って筋道を立てて考える力」と捉えた。解決の見通しは、既習の知識・技能・考え方を基に筋道を立てて考える土台になるものである。論理的な考え方は、課題解決の過程で解決の見通しを持って取り組んでいくことで身に付く考え方であり、その取組を単元を通して繰り返すことで高めることができると考える。

(2)　解決の見通しとは

解決の見通しには、結果の見通しと方法の見通しの二つがある。結果の見通しとは、答えを予想したり、問題から結論を考察したりすることである。方法の見通しとは、既習事項と比較させながら今までの学習と似ているところや解決のために使えそうな既習事項を考えることである。結果や方法の見通しを持たせることは、学習意欲を高めたり、追究のこだわりを持たせたり、考えの幅を広げたりすることにつながるものである。

つまり、解決の見通しを持つことで、どのように進めていけば解決につながるのかを考えられるようになり、それを基に他者の考えと交わる際に、自分の考えを順序良く説明したり、自分に足りないところを補ったりすることができるようになると考える。

また、解決の見通しについては、「この見通しで良かった」や「最初の見通しと違ったのはなぜか」など、課題解決の過程において、振り返って考えることも重要である。

(3)　解決の見通しを持つためのプロセスとは

自力解決の際に、解決への方向性が定まっていない生徒が解決の見通しを持って取り組めるようにするために、既習事項を見付ける段階と見付けた既習事項の根拠を共有する段階の二つの段階をを設定した。この二つの段階では、個人、ペア、グループ、全体等の形態を工夫して取り入れている。一つ目の既習事項を見付ける段階には、使えそうな既習事項を考える活動があり、主に個人で活動させる。二つ目の見付けた既習事項の根拠を考える段階には、全員が説明し合う（表現する）活動、方向性を話し合う（再思考する）活動、全体で話し合う（確認する）活動があり、全員が説明し合う活動は主にペア、方向性を話し合う活動は主にグループ、全体で話し合う活動は全体で活動させる。これらの活動を生徒の実態に応じて取り入れていく（図１）。

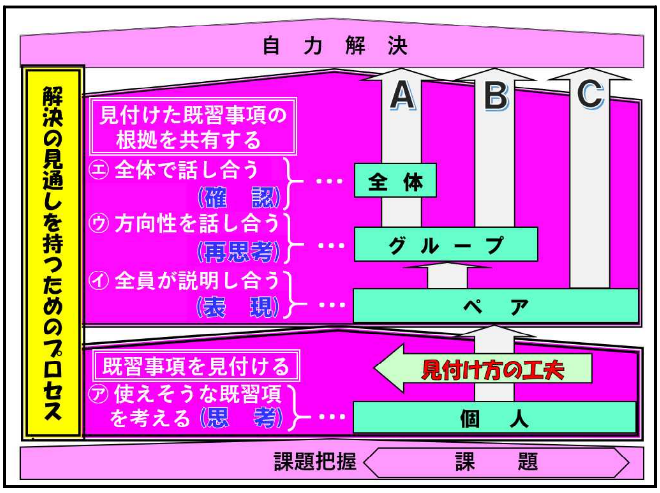


図１　解決の見通しを持つためのプロセス

なお、本研究の実践では、解決の見通しを「使えそうなことは？」と「理由は？」の二つに分けて生徒に示している。「使えそうなことは？」が「使えそうな既習事項」

のことであり、「理由は？」が「見付けた既習事項の根拠」のことである。

①　既習事項を見付ける段階

㋐　使えそうな既習事項を考える活動【個人】

問題を解決するには何が分かれば良いのかをつかみ、解決に結び付きそうな既習事項を見付け、見付けた根拠も考える。ここは見通しを持てるかどうかの大切な時間なので、十分な時間を確保する。

どのようにして既習事項を想起して課題と結び付けるのかという既習事項の見付け方については、次のような工夫をする。

《ノート》

ノートは既習事項のよりどころとなる最たるものである。自分が後で見たときに分かるようにまとめ、常に使えるようにする。

《問題文や図のチェック》

重要だと思う箇所に線を引いたり、図の長さや角度に着目して印を付けたりすることである。キーワードになる言葉が問題文の中にあったり、印を付けることで図形の形や性質が想起できそうだったりするときに使えるようにする。

《既習事項の掲示》

既習事項をカードや紙に書いたものを授業のときに掲示しておくものである。主に図形領域で、図形の性質を新たに見いだしたり活用したりするときに使えるようにする。

《既習事項の確認問題》

確認問題に取り組めば、それがそのまま中心問題の解決の見通しになるような問題を取り上げる。なるべく時間のかからない難易度の低い問題にすることで、生徒全員が解けるようにする。論証問題に取り組むときに使えるようにする。

《具体物の操作》

具体物を使って操作する活動の中で既習事項に気付けるようにする。必要なものは教師側で用意しておき、提示も教師側から行う。具体物の操作が行えるときに使えるようにする。

②　見付けた既習事項の根拠を共有する段階

㋑　全員が説明し合う（表現する）活動【ペア】

話合いの中で、自分の見付けた既習事項が妥当であるかどうかを疑問に思ったり、自分の方法よりも簡潔性や正確性が高い方法に関心を持ったりすることで、解決に適した既習事項をより深く考えられるようにする。見付けた既習事項を生徒一人一人が自分の言葉で説明し、方向性を示す活動である。見通しが途中までしか持てていなくても、どこまでが分かっていて、どこからが分からないのかを説明できるようにすることで、自分の思考を整理し筋道を立てて考える第一歩になると考えた。

この活動の形態は主にペアで進める。ペアで説明し合うことで、発話量も増え、主体的に関わっていこうとする姿勢が培えると考えた。その際、起立したまま説明し合い、お互いの解決の見通しについて納得できれば着席するなどの工夫が考えられる。これにより、解決の見通しが持てたペアとまだ曖昧なペアの見取りにつながり、教師の支援がより的確に行えるようになる。

なお、この活動内で中心問題と既習事項が結び付き、生徒全員の解決への方向性が定まっている場合は㋒、㋓の活動には進まず、自力解決に向かう。これをパターンＣとする。

㋒　方向性を話し合う（再思考する）活動【グループ】

この活動に進む場合は次の二つが考えられる。生徒が複数の解決の見通しを持ち、それを絞る必要がある場合と、㋑の活動で解決の見通しを持てずにいる生徒や、解決の見通しが持てていてもその方向性がずれている生徒がいた場合である。

前者の場合は、ねらいに沿った解決の見通しになるように「より簡単な方法はないかな」などの問い掛けによって解決への方向性が定まるようにする。後者の場合は、解決の見通しを持てているペアとまだ持てていないペアがグループになり、自分の考えを説明し合う。見通しを持てて

いない生徒は、どこまで分かっているかを説明することで自分の現状を示せるようにする。見通しを持てている生徒は、見通しを持てていない生徒の現状説明を受けて、自分の考えを分かりやすく説明する。その際、ただ説明するのではなく、説明を聞いた生徒が自分の分からなかったところや方向性のずれているところをもう一度考え、納得した上で解決の見通しとして説明できるようにすることで、グループ全員の解決への方向性が定まるようにする。

考えを付け足しながら複数で説明するので、ペアのときよりも説明の質の向上が期待でき、話合いが充実すると考える。この活動も、全員が説明し合う活動のときと同じように、起立したまま行い、グループ全員が納得できたら着席するなどの工夫が考えられる。

なお、この活動内で生徒全員の解決への方向性が定まっている場合は㊁の活動には進まず、自力解決に向かう。これをパターンＢとする。

㊁　全体で話し合う（確認する）活動【全体】

この活動に進む場合は次の二つが考えられる。㋒の活動で解決の見通しを自信を持って説明ではない生徒がいた場合と、最終的な解決の見通しが複数存在し、それを確認した方が良い場合である。どちらの場合も、教師の見取りから、全体で説明してもらう生徒を意図的に指名することと、自信がない部分は教師がヒントを出すなどの適切な支援を必要に応じて行うことで、生徒全員の解決への方向性が定まったことを確認できるようにする。

この活動の形態は全体で進める。なお、この活動まで進んだ場合、次は必ず自力解決に向かう。これをパターンＡとする。

(4)　適用問題について

適用問題は単なる授業の記憶の再現ではなく、本時のねらいに沿って焦点化することで、指導と評価の一体化を図れるようにする。本時の学習課題を解決するために用いられた数学的な見方や考え方を再確認させたり、思考過程を振り返らせたりすることができる問題や、新たな問いを引き出す多少の困難性を伴う問題を提示する。そのことにより、生徒全員が自分の力で解決できた充実感を味わえるとともに、思考の広がりや深まりも進んでいくと考える。

本研究では、解決の見通しを持つためのプロセスに十分な時間をかけるため、その後スムーズに自力解決できると考える。ただ、ここまでの活動が協働的な活動を中心としているため、適用問題では個人で考える時間を十分確保して取り組ませていくことが大切である。

２　先行研究とのつながり

広島県立教育センターによる「見通しをもって作図する力を育成する指導の工夫（平成26年)」では、見通しを「問題解決を進める上で、自力解決の際に重要な役割を持ち、解決で求められているゴールと、問題について理解していることとを、自分の持つ数学の知識で結び付け、そのつながりが見えること」と捉え、生徒が証明の構想を立てる際に有効な方法である解析的思考を作図指導に応用し、作図する力の育成につなげている。問題の解決過程には、中心的アイデアを用いて論理的に考えるものと、見通しが立たない状況から中心的アイデアを見いだすまでのものの二つがあるとしている。

また、横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校による「見通しと振り返りを重視した数学的活動の授業づくりの研究（平成26年)」では、生徒の「見通す・振り返る」学習活動を数学的活動に位置付けることの意義と留意点を、学習意欲及び思考力・表現力の観点から明らかにしている。見通しについては、生徒の多様な考えを予想し手立てを検討しておくこと、生徒にとって必然性を伴う形で位置付けること、生徒の発想を自分の言葉で表現させ生徒同士で共有することが重要であるとしている。

以上の研究を参考に、本研究における有効な手立てを考え、検証していく。

3　研究構想図


生徒一人一人の論理的な考え方の高まり
課題解決の過程で、既習の知識・技能・考え方を基に
解決の見通しを持って筋道を立てて考えることができる生徒
１単位時間の流れ
まとめ
適用問題
今日やったことが使えそうだ
自分で解けそうだ！
思考の広がりや深まりにつながる
集団解決
詳しく分かったぞ
そういう考え方もあるね
自分の考えが明確になる
自力解決
なるほど！
解決の見通しを持つためのプロセス
これで解けそうだ
A
B
C
見付けた既習事項の根拠を共有する
㋓ 全体で話し合う（確　認）…
全　体
理解度を見取ってA～Cへ進む
㋒ 方向性を話し合う（再思考）…
グ ル ー プ
㋑ 全員が説明し合う（表　現）…
ペ　ア
既習事項を見付ける
見付け方の工夫
㋐ 使えそうな既習事項を考える（思　考）…
個　人
課題把握
課　題
既　習　の　知　識　・　技　能　・　考　え　方
【群馬県学校教育の指針・指導の重点（数学）】
既習事項との比較などから課題を明確にさせるとともに解決方法や結果の見通しを持たせましょう。
【生徒の実態】
課題を解決するための見通しを持つことができないので、人に頼りがちになり、思考が広がったり深まったりしない。

Ⅴ　実践の計画と方法

1　授業実践の概要

対　　象	所属校　中学校第３学年　３３名
実践期間	平成２９年１０月１６日～１１月３０日　２１時間
単 元 名	「相似な図形」
単元の目標	図形の相似について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しを持って論理的に考察し表現できるようにする。

2　検証計画

検証項目	検　証　の　観　点	検証の方法
見通し１	課題把握から自力解決に向かう場面で、解決の見通しを持たせる際に、生徒の実態に応じて解決の見通しを持つためのプロセスを工夫したことは、自力解決の際に自分の考えを明確にするのに有効であったか。	○事前と事後のアンケートを比較・分析する。 ○発言の有無や内容を分析する。 ○ノート等の表現の変容を分析する。
見通し２	集団解決の場面で、さらに自ら課題を追究したり他者と交わったりする際に、解決の見通しを基に自分の考えを明確にして臨み、まとめの場面で、本時のねらいに沿って焦点化された適用問題に取り組んだことは、思考を広げたり、深めたりするのに有効であったか。	
見通し３	単元を通して、解決の見通しを持って課題の解決に取り組む学習を繰り返したことは、論理的に考える力を高めるのに有効であったか。	

3　抽出生徒

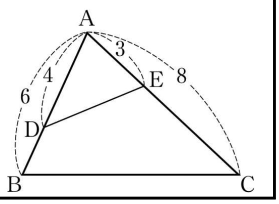
A	発言しようとする意欲は高いが、問題を客観的に見ることができないので、思い付きで見当違いのことを言うことも多い。事前のアンケートでは、最初に自分の考えを持つ時間がもっと欲しいと答えている。課題をしっかり把握させてから見通しを持つためのプロセスを通して、解決の見通しを持てるようにする。そして、解決の方向性をしっかり定めた上で、自力解決や適用問題に取り組めるようにしたい。
B	事前のアンケートでは、「問題の解き方が分からないときはすぐに友達や先生に聞く」としているので、みんなで考える時間がもっと欲しいと考えている。既習事項の定着度が低く、深く考えたり自分の考えを他者に伝えたりすることを苦手としている。解決の見通しを持つためのプロセスの中で、既習事項の使い方を考え、共有していくことで、どのように解決するかを筋道を立てて考えられるようにしたい。

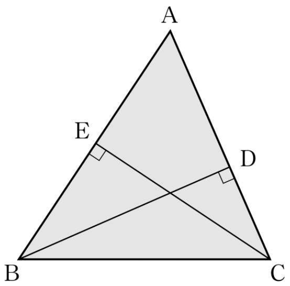
4　評価規準

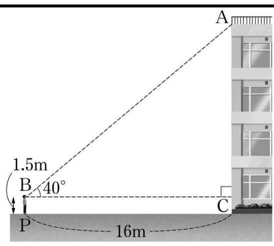
数学への関心・意欲・態度	様々な事象を相似な図形の性質で捉えたり、平面図形の基本的な性質や計画を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。
数学的な見方や考え方	相似な図形の性質についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。
数学的な技能	相似な図形の性質、三角形の相似条件などを記号や用語を用いて簡潔に表現したり、相似な図形の性質を活用して線分の長さ、図形の面積や体積などを求めたりするなどの技能を身に付けている。
数量や図形などについての知識・理解	相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比・体積比の関係などを理解している。

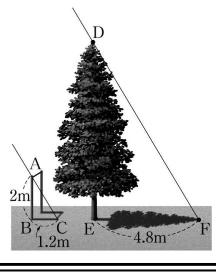
5　指導計画

<table>
<tr><th>時間</th><th>○主な学習活動　　　●研究上の手立て</th></tr>
<tr><td>1</td><td>○形が同じで大きさが違う図形を調べ、相似の意味を理解する。</td></tr>
<tr><td>2</td><td>○ある図形の拡大図や縮図をかき、対応する辺の長さや角の大きさの関係を調べる。</td></tr>
<tr><td>3</td><td>○相似な図形の性質を使って、辺の長さや角の大きさを求める。</td></tr>
<tr><td>4</td><td>○ある三角形と相似な三角形をかくためには何が分かれば良いかを、三角形の合同条件を基に考える。</td></tr>
<tr><td>5</td><td>○三角形の相似条件を使って、相似かどうかを判断したり、図形の性質を証明したりする。
●解決の見通しを持つためのプロセス〈パターンＣ〉
㋐【個人】→㋑【ペア】→自力解決

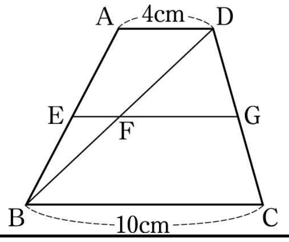
中心問題
右の図で，△ＡＢＣ∽△ＡＥＤとなることを証明しなさい。


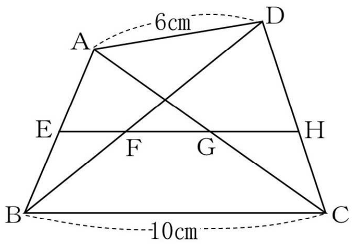
適用問題
右の図の△ＡＢＣで，点Ｂ，点Ｃから辺ＡＣ，ＡＢにそれぞれ垂線ＢＤ，ＣＥをひきます。
このとき，次の問に答えなさい。
(1)　△ＡＢＤ∽△ＡＣＥとなることを証明しなさい。
(2)　ＡＤ：ＡＥ＝ＡＢ：ＡＣとなることを示しなさい。
(1)の証明に続けてかくこと。

</td></tr>
<tr><td>6
7</td><td>○直接には測定できない長さを、相似の考え方を使って求める。
●解決の見通しを持つためのプロセス〈パターンＡ〉
㋐【個人】→㋑【ペア】→㋒【グループ】→㊁【全体】→自力解決

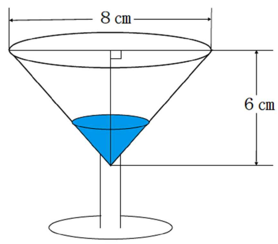
中心問題
右の図のように校舎から16mはなれた地点Ｐから校舎の先端Ａを見上げたら，水平の方向に対して40°上に見えました。目の高さを1.5mとして，校舎の高さを求めなさい。


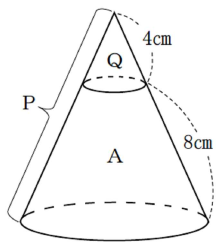
適用問題
右の図のように，高さ２ｍの鉄棒ＡＢの影ＢＣの長さが1.2ｍのとき，木の影ＥＦの長さをはかったら，4.8ｍありました。
木の高さＤＥは求められますか。

</td></tr>
<tr><td>8</td><td>○三角形の相似条件を使って、三角形の１辺に平行な直線が他の２辺に交わるときにできる線分の比を調べる。</td></tr>
<tr><td>9</td><td>○三角形と比の定理を使って、線分の長さを求める。</td></tr>
<tr><td>10</td><td>○三角形の相似条件を使って、三角形と比の定理が成り立つことを証明する。</td></tr>
<tr><td>11</td><td>○三角形の相似条件や三角形と比の定理の逆を使って、三角形の中点を結んだ線分の性質を考える。</td></tr>
<tr><td>12</td><td>○中点連結定理と三角形の合同条件を使って、図形の面積を求める。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>13</td><td>○中点であることを説明してから中点連結定理を使って、図形の辺の長さを求める。
●解決の見通しを持つためのプロセス〈パターンＡ〉
㋐【個人】→㋑【ペア】→㋒【グループ】→㋓【全体】→自力解決

中心問題
四角形ＡＢＣＤは，ＡＤ//ＢＣの台形です。辺ＡＢの中点をＥとし，Ｅから辺ＢＣに平行な直線をひき，ＢＤ，ＣＤとの交点をそれぞれＦ，Ｇとします。
ＥＦ，ＥＧの長さを求めなさい。


適用問題
四角形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＥとし，Ｅから辺ＢＣに平行な直線をひき，ＢＤ，ＡＣ，ＣＤとの交点をそれぞれＦ，Ｇ，Ｈとします。
次の辺の中で，長さを求めることができるものをすべて選び，番号とアルファベットで答えなさい。
①ＥＦ　②ＥＧ　③ＦＧ　④ＦＨ　⑤ＧＨ
</td></tr>
<tr><td>14</td><td>○平行線と比の定理を三角形と比の定理を基に考え、それを使って線分の長さを求める。</td></tr>
<tr><td>15</td><td>○平行線と比の定理を使って三角形の角の二等分線によって分けられる辺の長さの比の関係を調べる。</td></tr>
<tr><td>16</td><td>○相似な三角形や四角形において、相似比と面積比の関係について調べる。</td></tr>
<tr><td>17</td><td>○相似な平面図形の相似比と面積比の関係を使って、図形の面積を求める。</td></tr>
<tr><td>18</td><td>○立体の相似の意味を知り、相似な三角錐で、相似比と表面積の比や体積比の関係について調べる。</td></tr>
<tr><td>19</td><td>○相似な立体の相似比と体積比の関係を使って、立体の体積を求めることができる。
●解決の見通しを持つためのプロセス〈パターンＢ〉
㋐【個人】→㋑【ペア】→㋒【グループ】→自力解決

中心問題
右の図のようなグラスの上の部分は，円錐の形をした容器とみなすことができます。
水が入っている部分と容器は相似です。容器に入っている水の体積を求めなさい。


適用問題
右の図の立体Ａは，円錐Ｐを底面に平行な平面で切り，上部の小さい円錐Ｑを取り除いたものです。
もとの円錐Ｐの体積が５４πc㎥であるとき，立体Ａの体積を求めさい。
</td></tr>
<tr><td>20</td><td>○「基本の問題」と「章の問題」に取り組む。</td></tr>
<tr><td>21</td><td>○「活用の問題」と「補充の問題」に取り組む。</td></tr>
</table>

Ⅵ　研究の結果と考察

1　課題把握から自力解決に向かう場面で、解決の見通しを持たせる際に、生徒の実態に応じて解決の見通しを持つためのプロセスを工夫することの有効性について

(1)　結果

①　第５時

解決の見通しを持つためのプロセスとして、パターンＣを経て自力解決に進んだ。個人で使えそうな既習事項を見付ける活動（㋐）では、既習事項の見付け方の主な工夫として、《既習事項の確認問題》を取り入れた。導入で、三角形の相似条件が視覚的に見える問題に取り組ませて、相似条件と図を関連付けさせることで、生徒全員が中心問題の解決の見通しを持てるようにした。ほとんどの生徒が使えそうな既習事項として、相似条件「２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」を挙げていた。ペアで全員が説明し合う活動（㋑）では、辺の長さの比が等しいことと共通な角があることを図に示したり、式や文字に表したりして、全てのペアが説明することができた（図２）。この問題は、見付けた既習事項の根拠がそのまま解答につながるので、解決の見通しを持てた生徒は自信を持って証明問題に取り組むことができた。抽出生徒Ａは使えそうな既習事項として、相似条件「２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」を挙げ、その根拠を式と言葉で書いて説明していた（図３）。抽出生徒Ｂも同様の既習事項を挙げ、その根拠を図の中に付けた印を基に説明していた（図４）。その結果、苦手としていた図形の性質を証明する問題の解答を、順序立てて書くことができた。

図２　ペアで説明し合う活動

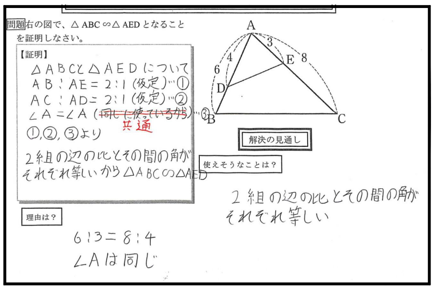


図３　第５時　生徒Ａの解答（中心問題）

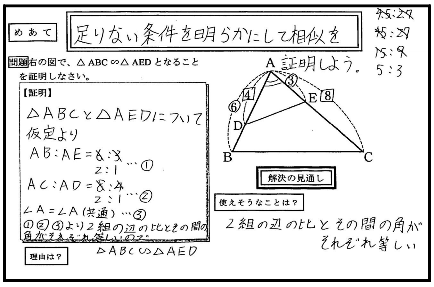


図４　第５時　生徒Ｂの解答（中心問題）

②　第13時

解決の見通しを持つためのプロセスとして、パターンＡを経て自力解決に進んだ。生徒の実態から中心問題の難易度が高いと考えたので、焦点化しためあてを設定し、解決の見通しを持たせやすくした。ここでは既習事項の見付け方の主な工夫として、《既習事項の掲示》を取り入れた。本単元で学習し、新たな既習事項となった事柄を中心問題の近くに、本単元で使った前の単元までの既習事項を小黒板に掲示することで、既習事項を想起しやすくした。使えそうな既習事項を見付けられた生徒の多くは「三角形と比の定理」を挙げていた。相似条件「２組の角がそれぞれ等しい」と相似な図形の性質「対応する辺の比は等しい」を挙げている生徒もいたが、解決の見通しとして適したものだったので、その考えをグループで方向性を話し合う活動（㋒）で交流させ、全体で話し合う活動（㋓）でも取り上げた（図５）。抽出生徒Ａは、仮定として分かっている条件を図にかき込み考えていたが、解決の見通しが最後までまとまらずに㋑の活動に進んだ。分かっているところまでを相手に説明してから相手の説明を聞いたが、相手の説明が十分ではなかったため納得できずにいた。㋒の活動では、他の生徒から更に詳しく説明を受け、自分の言葉で解決の見通しを説明できるようになった。抽出生徒Ｂは、㋐の活動で「三角形と比の定理」を挙げ、㋑の活動に進んだ。自分の考えを説明するのに足りない言葉があり、ペアの相手を納得させるのに時間がかかった。㋒の

図５　全体で話し合う活動

活動で足りない部分を再度指摘してもらい、自分の解決の見通しに自信が持てたようなので、㊓の活動で意図的に指名し全体の中で説明させた。その結果、迷いなく中心問題に取り組み、答えを出すことができた。

③　第19時

解決の見通しを持つためのプロセスとして、パターンBを経て自力解決に進んだ。㋐の活動での既習事項の見付け方の主な工夫は、《既習事項の掲示》である。中心問題と前時の問題の違いを考えさせることから相似比に着目させ、めあてを設定した。使えそうな既習事項として「体積比は相似比の３乗」や「比例式の性質」を多くの生徒が挙げていた。㋑の活動では全てのペアが説明できたので、教師が抽出生徒Aに見付けた既習事項の根拠を問い掛けるとしっかり説明できたが、三角錐の体積の公式を問い掛けると曖昧な返答だったので、円錐の体積を求める公式を確認することも含めて㋒の活動に進ませた。体積の求め方を確認できたことにより、その後はスムーズに自力解決することができた（図６）。

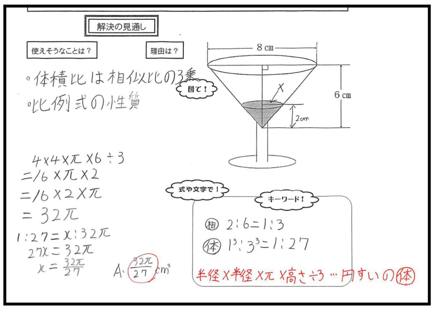


図６　第19時　生徒Aの解答（中心問題）

(2)　考察

事前のアンケートを見ると、数学の授業の中でもっと欲しい時間について、解決の見通しを持つ時間が56%、個人で問題を解く時間が59%に上る（図７）。これは、解決の見通しを十分持たずに自力解決に進むため、結果として自力解決の時間も不足していることを表していると考える。

数学の授業の中で、もっと時間が欲しいのは、
どのようなときですか（複数回答可）
※７月実施、回答人数３２人

解決の見通しをもつとき	個人で問題を解くとき	みんなで話し合うとき	発表するとき
１８人	１９人	１４人	３人
５６％	５９％	４４％	９％

図７　欲しい時間のアンケート結果

㋐の活動では、既習事項を黒板やホワイトボードに掲示したことで、いつでも確認できるようにした（図８）。生徒は、掲示された既習事項を参考にして、前時と本時の問題の類似点や相違点から、使えそうな既習事項を考えプリントに記入していたので、既習事項の見付け方を工夫したことは有効であったと言える。根拠まで考えるのが難しい生徒や考えた根拠が曖昧な生徒も、㋑の活動に進むことで、自分はどこまでが分かっていてどこからが分からないのかが明確になった。さらに㋒の活動に進み、分からない部分を再思考し、解決の見通しを持てたことで、自信を持って自力解決に向かえるようになったと考える。

図８　既習事項の掲示

解決の見通しを持つためのプロセスを取り入れる前と取り入れた後のアンケートを比較すると、「解決の見通しについて考えることは自分の考えを持つことに役立っている」との質問に「よく当てはまる」または「だいたい当てはまる」と回答した生徒が73%から97%に増えた（図９）。また、「問題の解き方が分からないときでも自分で解こうとあきらめずに考えている」との質問に「よく当てはまる」または「だいたい当てはまる」と回答した生徒も56%から91%に増えた（図10）。これは知識・技能・考え方の全ての土台になっている主体性に関わる部分が向上したことを表していると考える。

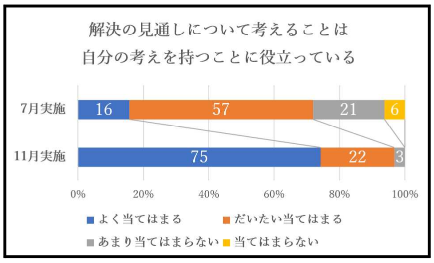


図９　アンケート結果の比較①

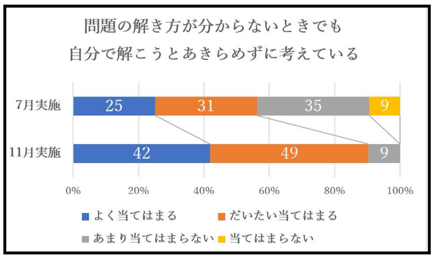


図10　アンケート結果の比較②

以上のことから、課題把握から自力解決に向かう過程で、解決の見通しを持たせる際に、生徒の実態に応じて解決の見通しを持つためのプロセスを工夫したことは、自力解決の際に自分の考えを明確にするのに有効であったと言える。解決の見通しは、生徒が課題を把握していないと持てない

ものなので、それぞれの学校の生徒の実態に応じて課題を分析し、何をするのかが明確になるような授業のめあてを設定した上で、解決の見通しを持つためのプロセスを取り入れることが大切であると考える。

2　集団解決の場面で、さらに自ら課題を追究したり他者と交わったりする際に、解決の見通しを基に自分の考えを明確にして臨み、まとめの場面で、本時のねらいに沿って焦点化された適用問題に取り組むことの有効性について

(1)　結果

①　第５時

集団解決の場面で、「合同のときと同じように考えればできる」「違うのは合同条件が相似条件になったことと、対応する辺が対応する辺の比になっただけだ」という確認がペアでなされた。抽出生徒Ａは、その２点に気を付けて適用問題に進んだので、共通な角を見付けて三角形の相似を証明することができた。また、適用問題では相似になることの証明だけでなく、対応する辺の比が等しいことの証明も新たに付け加えたが、このことについても中心問題での解決の見通しを基に考え、書き進めることができた（図11）。

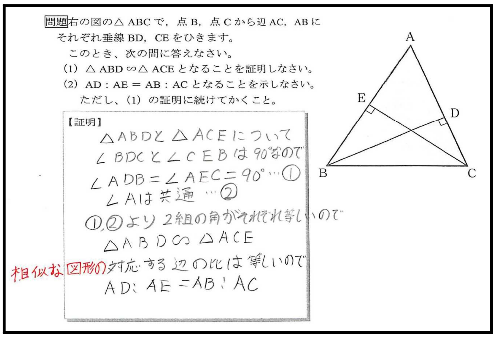


図11　第５時 生徒Ａの解答（適用問題）

②　第７時

抽出生徒Ａは解決の見通しを持って自力解決に進んだが、作図が正確でないことと計測した人の目の高さを足し忘れたため、誤答であった。集団解決の場面では、自分の作図方法と答えの出し方が正しくなかった原因を指摘してもらっていた（図12）。

適用問題は、長さを求められるかどうかを考えさせる問題にした。中心問題では、自分で縮尺を設定して作図した縮図を使って考えたが、適用問題では、光の入射角が等しいことから縮図を作図しなくても問題の中の図が縮図になっていることに気付くことで解決できる問題にした。

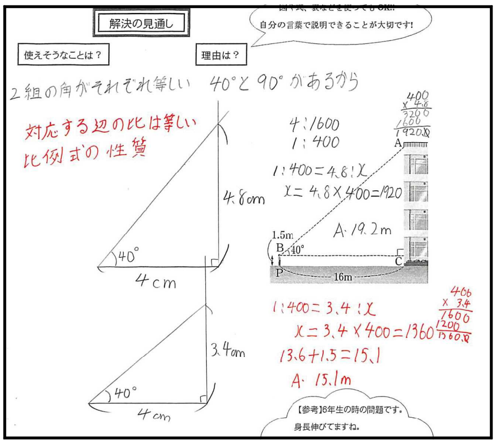


図12　第７時 生徒Ｂの解答（中心問題）

③　第13時

集団解決の場面では、ほとんどのペアが「平行だから」というキーワードを使って三角形と比の定理が使える条件を説明していた。適用問題は、平行な辺だけでなく平行でない辺も取り入れ、平行であるかどうかを判断することで解決できる問題にした。抽出生徒Ｂは平行であるかどうかを図を使って考え、正しい答えを導き出していた（図13）。

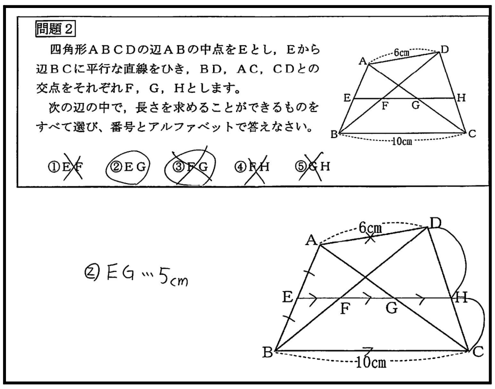


図13　第13時 生徒Ｂの解答（適用問題）

④　第19時

適用問題は、分かっている辺の長さが対応する辺になっていないということと、母線の長さしか分かっていないということが中心問題との違いであったが、中心問題の集団解決の場面で、筋道を立てて順序よく説明している生徒の姿が見られたので、多くの生徒が正しい答えを導き出していた。抽出生徒Ｂは円錐Ｑの体積は求めることができたが、それが問題の答えだと思い込み、円錐台の体積を求めるまでには至らなかった。ただ、母線の長さを対応する辺の長さに直して相似比を求め、それを３乗

して体積比にしてから円錐Ｑの体積を求めることができていた（図14）ので、本時のねらいは十分達成できたと考える。円錐台Ａの体積を直接求める方法など、視点を変えて考えられた生徒も見られた。

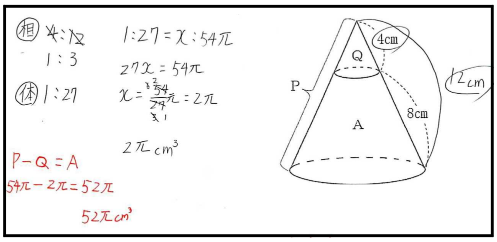


図14　第19時　生徒Ｂの解答（適用問題）

(2)　考察

生徒が解決の見通しを持って自力解決に臨めるようになってきたので、集団解決の場面で誤答に気付いても、自分の課題解決の過程を振り返って、間違えたところとその理由を明確にすることができた。適応問題には、中心問題で間違えたところを意識して取り組み、まとめの場面で間違えやすいところを再度自分の言葉で振り返ることで、更に思考が深まったと考える。また、複数の解決の見通しが考えられる問題では、集団解決の場面で多様な考えに触れることができた。適用問題でも、多様な考え方ができる問題を設定したことで、他者の説明を自分の考えと比較しながら聞くことで、思考が広がったと考える。

「みんなで話し合うときに自分の考えを持って参加したら自分の考えが深まった」との質問に「よく当てはまる」または「だいたい当てはまる」と回答した生徒が63％から94％に増えた（図15）。抽出生徒Ａは「当てはまらない」から「だいたい当てはまる」に、抽出生徒Ｂは「だいたい当てはまる」から「よく当てはまる」に変容した。

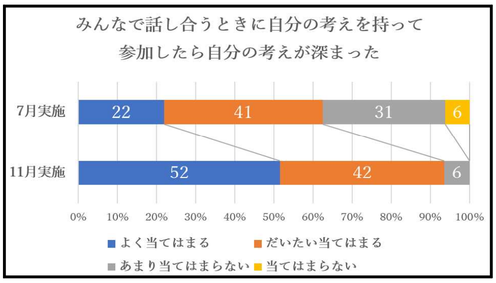


図15　アンケート結果の比較③

以上のことから、集団解決の場面で、さらに自ら課題を追究したり他者と交わったりする際に、解決の見通しを基に自分の考えを明確にして臨み、まとめの過程で、本時のねらいに沿って焦点化された適用問題に取り組んだことは、思考を広げたり深めたりするのに有効であったと言える。適用問題については、それ自体が評価問題になるものなので、本時のねらいと評価項目との整合性を図りながら、数学的な見方や考え方を更に広げられるような問題を設定する必要があると考える。

3　単元を通して、解決の見通しを持って課題の解決に取り組む学習を繰り返すことの有効性について

(1)　結果

解決の見通しを持つためのプロセスを取り入れた授業を続けるうちに、生徒は見付けた既習事項の根拠を徐々に考えられるようになってきた。その根拠をペアやグループで説明する機会が増えたため、自分の考えを相手に伝えるために、言葉を選んだり順序を考えたりして整理することができるようになった（図16）。

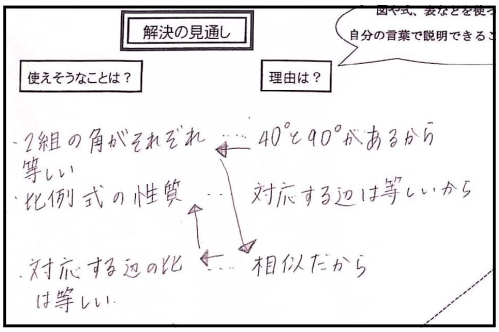


図16　見付けた既習事項の根拠

本研究の実践では、生徒が授業を振り返り、自分の言葉で授業のまとめを考えている。自分の言葉でまとめることに最初は慣れない様子も見られたが、単元の学習が進んでくると、既習事項を使うための根拠を考えたり、課題を解決するためにはどうすれば良いかを順序立てて考えたりして、授業のまとめをする生徒の姿も見られた（図17）。

まとめ①
まずは平行を探せばよい。
そこから三角形と比の定理を使う。
まとめ②
辺の長さの比を求め、「比例式の性質」を使ったら解けた。
まとめ③
まず相似条件を見つけ、相似比を自分で決め、縮図をかく。
そして対応する辺をはかり、直接はかれない長さを求める。

図17　生徒による授業のまとめ

(2)　考察

単元終了後「みんなで話し合うときは自分の考えを分かりやすく説明しようとしている」との質問に、「よく当

てはまる」または「だいたい当てはまる」と回答した生徒が69%から87%に増えた（図18）。この数値は、数学的な表現を使って自分の考えをどう相手に伝えるかを考えている生徒の姿の表れであり、筋道を立てて考える力につながるものと考える。また、既習事項の見付け方の工夫で挙げた《ノート》については、80%の生徒が解決の見通しの部分を参考にしていると回答し、61%の生徒がまとめの言葉を参考にしていると回答している。解決の見通しの部分もまとめの言葉も、生徒が自分の思考を整理したことが書かれている箇所である。それらを基にして新たな課題の解決の見通しを持つことで、数学的な見方や考え方を広げていくことにつながると考える。

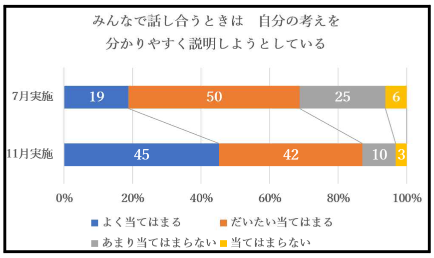


図18　アンケート結果の比較④

以上のことから、単元を通して解決の見通しを持って課題の解決に取り組む学習を繰り返すことは、論理的に考える力を高めるのに有効であったと言える。今回は図形領域での実践であったが、今後もこの学習を継続し、筋道を立てて考えられるようにすることで、どの領域でも生徒一人一人の論理的な考え方を高めていけるようにしていく必要がある。

Ⅶ　研究のまとめ

１　成果

○　解決の見通しを持つためのプロセスにおいて、ペアで全員が説明し合う活動やグループで方向性を話し合う活動などの協働的な学習に取り組んだことで、生徒一人一人が使えそうな既習事項とその根拠を自分なりの言葉で説明できるようになってきた。その後の集団解決では、答えや解き方だけでなく、その根拠まで明確に伝えられるようになってきた。このように、既習事項を基に筋道を立てて考えられるようになったことで、論理的に考える力の高まりにつながった。

○　まとめの場面において、中心問題を理解していないとできない適用問題や少し難易度を上げた適用問題等に取り組んだことで、中心問題と比較したり、再度使えそうな既習事項を確認したりして、課題解決の過程を振り返りながら、自力で解決しようとする様子が増えてきた。

２　課題

○　中心問題をよく吟味した上で、授業のめあてを焦点化することと、どこまでを解決の見通しとして持たせることが最も効果的なのかを分析することが大切である。

○　本時の生徒の実態や指導体制によって、生徒の理解度をどのように見取って、解決の見通しを持つためのプロセスを進めていくのかをしっかりと考え、想定しておく必要がある。

Ⅷ　提言

本研究は、生徒が課題を解決するための第一歩を踏み出し、方向性を定めるために、解決の見通しを持つためのプロセスを工夫した。自力解決の前に協働的な学習を取り入れることは、生徒一人一人が解決の見通しを持つために、とても効果的である。さらに、本時のめあてに沿った適用問題に取り組ませることで、課題解決の過程を振り返りながら論理的に考えることができるようになると言える。

＜参考文献＞

・清水　静海　編著　『算数授業の構想と実践（見通し・筋道・活用)』　東洋館出版社（1993)
・相馬　一彦　編著　『数学科　問題解決の授業ガイドブック』　明治図書（2017)
・群馬県教育委員会　『はばたく群馬の指導プラン』(2012)

＜担当指導主事＞
町田　龍太郎　　生方　一徳