

基準量を求める割合問題の処方箋

～割合を比例の考えでとらえ直す学習指導～

太田市立藪塚本町中学校
教諭 樋口 孝行

《研究の概要》

本研究は、全国学力・学習状況調査の結果分析から、本県の小・中学校を通して継続的な課題である割合の理解とその活用について焦点を当て、指導改善に向けた学習指導の在り方を追究したものである。割合の学習指導については、思考の手だてとして、数直線図等の利用が推奨されているが、思考方法についても明確にする必要がある。そのために、割合理解の様相を考察し、思考方法として、比例の考え（比例的推論）に着目した。そして、処方箋として、割合を比例の考えでとらえ直す学習指導を構築し実践した結果、本県児童生徒の正答率が10%未満の基準量を求める割合問題を、68%の生徒ができるようになり、学習指導の効果が大きい認められた。

キーワード 【基準量を求める割合問題、比例の考え、数直線図等の工夫】

I 主題設定の理由

1 全国学力・学習状況調査の結果から

全国学力・学習状況調査が始まって以来、「割合を基にして、数量の間の関係を考えること」が、本県の小・中学校を通じた継続的な課題である。具体的には、割合の概念理解とその活用、特に、割合を活用して比較量から基準量を求めることに課題がある（群馬県教育委員会,2015）。

2 割合に関する学習指導の現状

「割合に関する指導は一般に難しいといわれる。（中略）ベテランの教師たちが、子どもたちがまずわからなくなるのは割合だと口をそろえていう」（寺岡他,1983）、「どの学力テストでも最も点数が低いのは「割合」単元」（尾崎,2013）とあるように、割合の指導については、これまでも指導の難しさと、それに対応すべく指導改善の必要性が叫ばれ続けてきた経緯がある。

それでは、実際に、どのような学習指導が行われているのだろうか。小学校教諭への聞き取りから次のような指導の実態が明らかとなった。実際の授業では、割合の意味理解を重視した学習指導が行われているが、割合問題の正答率は極めて低い。その結果、最終的には、割合や比較量、基準量を求めること、つまり、割合の問題に何とか対処することに重点が置かれている。その結果、比の3用法¹⁾の公式やそれを構造化した「く・も・わ」といわれる構造図を使い、文章からそれぞれの数量を読み取り、公式や構造図に当てはめさせることで、演算（計算）を決定して対象となる数量を何とか求めることができるようにさせている現状がある。

3 基準量を求める割合問題解決に必要な資質・能力と指導改善のポイント

平成27年度全国学力・学習状況調査結果分析資料（群馬県教育委員会,2015,以下分析資料とする）では、割合を活用して比較量から基準量を求める問題を解くために必要な資質・能力として、比例関係の二つの数量の対応や変わり方の特徴を見いだす力が示されている。また、指導改善のポイントとして、数直線図等を利用して、基準量と比較量、割合の数量関係を整理・把握したり、演算決定（立式）の根拠を考えたり、説明したりする学習が示されている。これらは、思考の手だてとして数直線図等を有効利用しながら、基準量や比較量、割合をとらえたり、量と割合が比例関係にあることを見だし、その関係を用いて基準量を求めるための演算を決定したりするための思考方法について、指導改善への示唆を与えているものである。

以上のことから、割合の意味や演算決定の理解の向上に向けて、思考方法や思考の手だてに焦点を当てた学習指導の在り方を明らかにすることは、処方箋として、全国学力・学習状況調査が始まって以来、本県の小・中学校を通して継続的な課題である基準量を求める割合問題の指導改善につながるという強い思いから本主題を設定した。

II 研究のねらい

児童生徒が、割合の理解を深め、割合を活用して比較量から基準量を求めることができるようになるための、効果的な学習指導を実践・検証を通して明らかにする。

III 研究の見通し（研究仮説）

割合を比例の考えでとらえ直す学習指導を行えば、児童生徒が割合の理解を深め、割合を活用して比較量から基準量を求めることができるようになるだろう。

IV 研究内容

1 基本的な考え方

(1) 「基準量を求める割合問題の処方箋」とは

「基準量を求める割合問題」とは、割合を活用して比較量から基準量を求める内容である。本研究で、扱うのは、比較量の割合が1より大きい場合に、割合を活用して、割合1に相等する基準量を求める問題である。実際に行われている割合の学習指導は、通常、比の三用法を「第1用法」→「第2用法」→「第3用法」の順に、量と割合の数直線図を利用しながら、比の三用法の式に当てはめて問題を解決させている（第3用法は第2用法に帰着させて解決）。その結果、本県6年児童の正答率が10%未満という現状がある。これを受け、通常の配列通りの学習指導を一通り行った後に、児童生徒が割合の理解を深め、割合を活用して比較量から基準量を求めることができるようになるための学習指導を構築する必要がある。この学習指導を「基準量を求める割合問題の処方箋」と位置付けた。

(2) 「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」とは

かけ算を用いた課題解決では、 $A \times p$ を、 A を基準量として、 p に比例するものとしてとらえる、「比例の考え」が、解決の鍵として働いている(中島,2015)。これを基に、「比較量が基準量を基にして、割合に比例している」ととらえ、基準量の割合を1とした時、割合が a (倍)になると比較量も a 倍になると考え、 $B = A \times p$ を、 B (比較量)が A (基準量)を比例定数として、割合 p に比例するものとしてとらえ直す学習指導を「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」とする。

2 全国学力・学習状況調査の結果分析の考察

全国学力・学習状況調査における割合の問題(図1)は、「示された情報から基準量を求める場面」ととらえ、基準量を求めることができるかどうかをみる」ことである(下線筆者)。分析資料を基に問題等を分析し、指導改善の示唆を得る。

(1) 調査問題の内容の分析から

割合を活用して比較量から基準量を求める内容であり、「比の第3用法」に当たる。田端は、「一般的に、比の三用法のうち正答率が最も低

(2) 次に、せんざいを買います。家で使っているせんざいが、20%増量して売られていました。増量後のせんざいの量は480mLです。増量前のせんざいの量は何mLですか。求める式と答えを書きましょう。

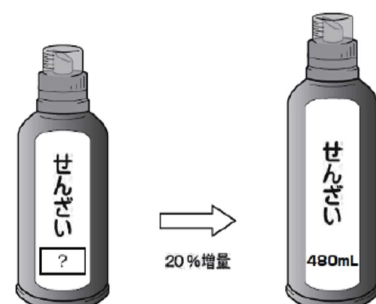


図1平成27年度全国学力・学習状況調査問題小学校算数B2(2)

いのは、第3用法である」と指摘する(田端,2012)。

(2) 正答率及び正答

① 正答率：本県児童の正答率は9.2%、国全体の正答率は13.1%である。

② 正答：増量前のせんざいの量を□ mLとする。

$\square \times 1.2 = 480$ となるので、式は、 $480 \div 1.2 (= 400)$ 答えは、400mL

第3用法を□を使って第2用法に帰着させて解く問題である。

(3) 誤答状況とその考察

○ 480×0.8 、増量後の80%に当たる量として求めた生徒が28.8% (国27.6%)

○ $480 \div 0.2$ 、 480×0.2 、 $480 \div 20$ 、 480×20 で求めた児童が40.9% (国36.6%)

20%増量した比較量から、基準量への割合の変化である、120%→100%、つまり、1.2→1を、80%である0.8や20%である0.2と判断している児童が多い。また、比較量から基準量を求める場合の演算決定を間違っている児童も多い。割合の意味の理解や演算決定の理解に課題があることが明らかである。

3 研究の基礎的事項

(1) 割合理解の学習水準から得られる指導改善への示唆

① 割合理解の段階

松崎(2004)は、割合理解の段階(学習水準)を設定し、調査から、その妥当性を得ている(表1)。

表1 割合理解の段階

段階	割合理解の特徴
段階1	”全体=100%”という認識がある。
段階2	全体の大きさが変わっても、 ”全体=100%”という認識がある。
段階3	基準となる%のおよその大きさの認識がある。
段階4	第2用法適用問題が解ける。
段階5	第1用法適用問題が解ける。
段階6	第3用法適用問題が解ける。

他の調査結果(寺岡他,1983)においても、「第2用法」→「第1用法」→「第3用法」の順であり、本研究が扱う「第3用法」が田端(2012)の指摘どおり、一番理解が困難であることが、実際の調査結果から明らかにされている。

この割合理解の様相において、筆者が着目したのは、比の三用法の理解において、「第2用法」の結果が一番よい点である。教科書(東京書籍)では、「第1用法」→「第2用法」→「第3用法」の順で内容が配列されており、実際の指導順序と児童の理解の様相が異なっている。

② 割合に関するインフォーマルな知識²⁾

吉田他(2000)では、割合を学習する以前の小学5年生が、割合を学習していないにもかかわらず、既有知識を利用して「第2用法」の問題をある程度解決できることが報告されている。割合学習前の5年生が「第2用法」の問題をある程度解決できることから、この時、利用しているインフォーマルな知識は、「比例の考え(比例的推論)」であると考えられる。これは、小学5年で割合を学習する前に比例の基本的な内容を学習していること、さらに、それ以前の学習、例えば、小学4年のともなう変わる量や小学5年の単位量あたりの大きさなどで、比例関係にある二つの数量関係を学習していることを根拠とするものである。

4 「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」の具体化

磯部は、全国学力・学習状況調査結果から、割合指導の課題を次の3点にまとめている(磯部,2011)。

○ 百分率の意味について理解すること ○ 百分率を用いて問題を解決すること

○ 示された考え方が正しいかどうかを割合の考えを用いて評価し、その理由を数学的に表現できること

この割合指導の課題、分析資料で示されている基準量を求める割合問題解決に必要な資質・能力と指導改善のポイントとを踏まえて、「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」を次に示す三つの学習活動を取り入れた学習指導として具体化した。

(1) 日常生活の割合の問題場面を設定し、数量関係を図や表で表す学習活動（活動1）

割合学習の有用性を高めたり、基準量に対する増加や減少の関係を割合を用いて表したりすることができるようになるために、日常生活の割合の問題場面（20%増量や30%引き等）を設定する。そして、数量関係を数直線図や対応表で表すことにより、数量関係を明確にして割合の意味理解をとらえ直す活動を取り入れる。

(2) 比例の考えにより、割合の変化から量の変化をとらえる学習活動（活動2）

割合を比例でとらえ直す学習指導により、比較量 B が基準量 A を比例定数として割合 p に比例するものとしてとらえる。そのために、通常、用いられているものの割合と量とを上下逆にした数直線図や対応表を用いる。これにより、比較量 B が基準量 A を基にして、割合 p に比例している関係をとらえやすくなる。この工夫した数直線図（図2）や対応表を用いることにより、比例の考えを用いて割合の変化から量の変化をとらえ、比較量や基準量を求めるための演算決定ができやすくなる。

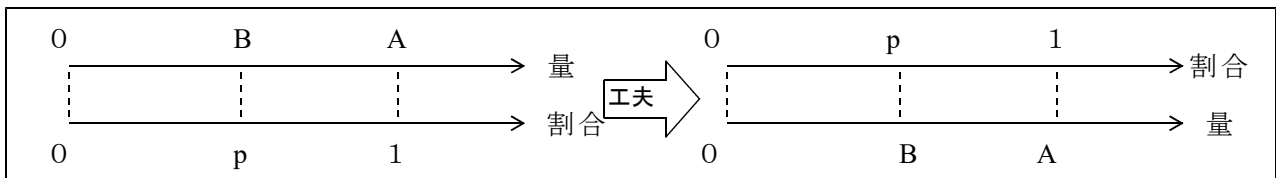
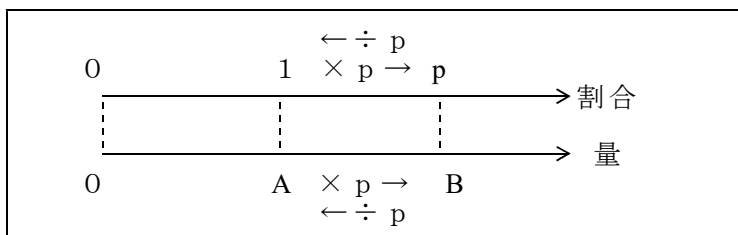


図2 数直線図の工夫

具体的には、工夫した数直線図等を用いて、量が割合に比例することを確認する。その上で、割合の変化をとらえ、比例の考えで、伴って変わる量の変化をとらえさせることにより、基準量と比較量、割合の数量関係を正しくとらえることができ、比較量から割合を活用して基準量を求める演算を的確に決定できる。

この学習指導により、比較量から割合を活用して基準量を求めるのに、「比の第3用法」を「比の第2用法」に帰着させて解くのではなく、比例の考えで、比較量から基準量を求める演算を決定することができる。



例として、基準量に対して割合が1より大きい（増量）の場合に、比例の考えを用いて比較量から基準量を求める演算決定の仕組み（図3）を示す。

図3 比例の考えによる演算決定の仕組み

(3) 式と図の関連について、図を振り返る学習活動（活動3）

数量関係をとらえたり、演算決定をしたりする時に数直線図等を活用し、正答例のみを取り上げて説明させるだけでなく、誤答の数直線図等を取り上げる。そして、「なぜこのように考えたのか」を全体で取り上げ、式と図の関連について、もう一度、図を振り返り、議論する学習活動を設定することによって、児童生徒の割合問題に関する演算決定の理解を一層深めることができる。

5 割合理解の理解項目の設定

割合理解の段階（表 1）と指導の課題（磯部,2011）を踏まえ、割合の理解項目を設定した（表 2）。また、松崎（2004）は、表 1 に示した割合理解の段階 3 と段階 4 に、準備期と完成期があることを明らかにしている（表 3）。

表 2 割合の理解項目

理解項目	割合理解の特徴
項目 I	割合の意味を理解している。
項目 II	百分率や歩合を理解している。
項目 III	第 1 用法の適用問題ができる。
項目 IV	第 2 用法の適用問題ができる。
項目 V	第 3 用法の適用問題ができる。

表 3 詳細な割合理解の段階（段階 3・4）

段階	割合理解の特徴
段階 3 a	基準となる%のおよその大きさの認識がある。
段階 3 b	任意の%のおよその大きさの認識がある。
段階 4 a	基準となる%に対して第 2 用法適用問題が解ける。
段階 4 b	任意の%に対して第 2 用法適用問題が解ける。

詳細な割合理解の段階（表 3）や吉田他（2003）における割合のとらえを基に、比較量から割合を活用して基準量を求める割合問題（図 1）ができるようになるために必要な割合の理解を考慮し、次のように、詳細な理解項目を設定した（表 4）。

表 4 割合の理解項目の詳細

理解項目	割合理解の特徴
項目 I a	比較量、基準量の関係で割合をとらえている。
項目 I b	部分、全体の関係で割合をとらえている。
項目 II a	百分率を割合に表すことができる。
項目 II b	歩合を割合に表すことができる。
項目 II c	百分率で表された割合の減少を割合で表すことができる。
項目 II d	百分率で表された割合の増加を割合で表すことができる。
項目 III	第 1 用法の適用問題ができる。
項目 IV a	基準となる%に対して第 2 用法の適用問題が解ける。
項目 IV b	任意の%に対して第 2 用法の適用問題が解ける。
項目 IV c	百分率で表された割合の減少を扱った第 2 用法の適用問題ができる。
項目 IV d	百分率で表された割合の増加を扱った第 2 用法の適用問題ができる。
項目 V	第 3 用法の適用問題ができる。

6 割合の理解項目に関する調査及び結果の考察

詳細な理解項目について、調査問題（資料参照）を用意し調査した結果は次の通りである（表 5）。調査は、平成 28 年 9 月に、群馬県公立中学校 1 学年 182 名に行った。

表 5 理解項目の達成状況

理解項目	正答数	%	備考 n=182	理解項目	正答数	%	備考 n=182
項目 I a	45	24.7%	I a または I b 達成 56 人 (30.8%)	項目 III	89	48.9%	
項目 I b	22	12.1%		項目 IV a	108	59.3%	
項目 II a	120	65.9%		項目 IV b	92	50.5%	
項目 II b	79	43.4%		項目 IV c	54	29.7%	*1 38 人 (22.9%)
項目 II c	65	35.7%		項目 IV d	41	22.5%	*2 49 人 (26.9%)
項目 II d	53	29.1%		項目 V	14	7.7%	*3 8 人 (4.4%)

(1) 理解項目の達成状況の考察

項目Ⅰについて、項目Ⅰ a または、項目Ⅰ b で割合の意味を理解している生徒は 30.8 % であった。それに対して、項目Ⅲの第 1 用法で割合を求めることができた生徒は 48.9 % であった。このことから、割合の意味や第 1 用法の公式の理解が曖昧なまま、問題で与えられた数値を用いて適当に立式して割合を求めている生徒が多いと考えられる（大きい方の値で小さい方の値を割るなど）。

項目Ⅳについて、項目Ⅳ c と項目Ⅳ d で、それぞれの理解項目を達成している、割合の増減を割合で表し第 2 用法で解決した生徒は、それぞれ 29.7 %、22.5 % であった。それに対して、表 5 の *1*2 は、割合の増減に当たる量を第 2 用法で求め、その結果を基準量と加減して比較量を求めた生徒の人数 (%) である。筆者が着目したのは、項目Ⅴにおいて、*1*2 に該当する生徒 53 人中 30 人 (56.6 %、全体の 16.5 %) が、項目Ⅳ c と項目Ⅳ d と同様に、割合の増減に当たる量を求めて、その結果を与えられている量と加減して解決しようとした点である。

<誤答> $480 \times 0.2 = 96$ 、 $480 - 96 = 384$ 、35 人 (19.2 %)

教科書（東京書籍）では、「第 3 用法」学習後に、「百分率で表された割合の増減を扱った第 2 用法」を学習する。初めに、「割合の増減に当たる量を第 2 用法で求めてその結果を基準量と加減する (*1*2)」を、次に「割合を加減して第 2 用法で求める (項目Ⅳ c、項目Ⅳ d)」を扱い、二つの考え方を比較させて、割合の増減についての理解を深めさせている。上記した誤答のように、割合の増減に当たる量を求めて、その結果を与えられている量と加減しても項目Ⅴは達成できない。項目Ⅴの達成のためには、増減した割合を表し演算決定して解決する必要がある。つまり、項目Ⅳにおいて、*1*2 ではなく、項目Ⅳ c、項目Ⅳ d を達成させる必要がある。調査結果から、生徒の理解が *1*2 で留まっている現状が明らかとなった。

次に、項目Ⅴについて、第 3 用法で解決できた生徒は 7.7 % であり、極めて低い結果であった（教科書で学習した通りに□を使って第 3 用法を第 2 用法に帰着させて解決した生徒は一人もいなかった）。小学校での学習以降、対象生徒は割理解の学習指導を受けていない。効果的な学習指導を行わない限り、割理解の認知発達には促進されず、小学校時の理解に留まっていることが明らかとなった。

<誤答> $480 \times 0.2 = 96$ 、 $480 - 96 = 384$ 、35 人 (19.2 %)

$480 \times (1 - 0.2)$ 、 $480 \times 0.8 = 384$ 、16 人 (8.8 %)

$480 \div 0.2$ 、15 人 (8.2 %)、 480×0.2 、8 人 (4.4 %)

また、*3 は $480 \div 120 = 4$ 、 $4 \times 100 = 400$ のように、百分率のまま、1 % 分の数量を求めて、それを 100 倍して解決した生徒である。基準量を 100 % に対する量ととらえて求めている（このような学習指導がされていると考えられる）。

7 割理解の段階

調査結果から、割合を活用して比較量から基準量を求める問題（図 1）ができるために必要な割理解の段階（学習水準）が次のように明らかとなった（表 6）。

表 6 割理解の段階

段階	割理解の特徴（該当理解項目）
段階 1	百分率を割合に表すことができる。（項目Ⅱ a）
段階 2	基準となる % に対して第 2 用法の適用問題が解ける。（項目Ⅳ a）
段階 3	任意の % に対して第 2 用法の適用問題が解ける。（項目Ⅳ b）
段階 4	第 1 用法の適用問題ができる。（項目Ⅲ）
段階 5	百分率で表された割合の減少を割合で表すことができる。（項目Ⅱ c）

段階 6	百分率で表された割合の減少を扱った第 2 用法の適用問題ができる。(項目 IV c)
段階 7	百分率で表された割合の増加を割合で表すことができる。(項目 II d)
段階 8	百分率で表された割合の増加を扱った第 2 用法の適用問題ができる。(項目 IV d)
段階 9	第 3 用法の適用問題ができる。(項目 V)

V 授業実践の概要

1 単元名

「割合の問題を比例の考えで見直してみよう」・・・中学 1 年比例学習後に特別に設定

2 ねらい

量が割合に比例するとらえ方で事象を考察することを通して、割合の変化から量の変化をとらえ比較量から割合を活用して基準量を求めることができる。

3 授業実践の概要

実験授業は、平成 28 年 11 月、群馬県公立中学校 1 年 1 クラス (31 名) に実施した。

(1) 授業の流れ

< 第 1 時 >

① 項目 I (割合の意味を確認する) → ② 段階 1 → ③ 段階 5 → ④ 段階 7

< 第 2 時 > 「割合を比例の考えでとらえ直す学習活動の実際」

① 段階 9 (導入) → ② 段階 2 (量が割合に比例することの理解) → ③ 段階 9 (比例の考えで割合の変化から量の変化をとらえる) → ④ 段階 9 (適用問題)

(2) 第 1 時の概要

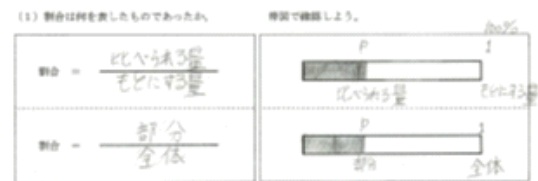
① 割合の意味の理解 (項目 I)

帯図を用いて、割合の意味を確認した。

その際、比較量、基準量の関係 (項目 I a)

だけでなく、部分、全体の関係 (項目 I b)

も確認した。



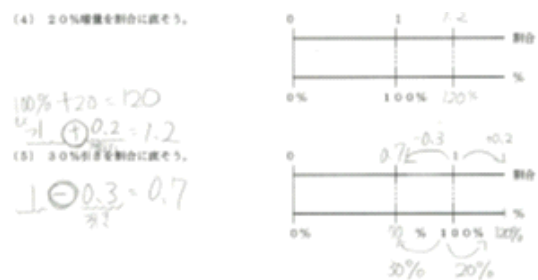
② 百分率を割合に表す (段階 1)

割合と%の数直線図を用いて、百分率と割合の関係を確認した。



③ 百分率で表された割合の増減を割合で表す (段階 5・7)

割合と%の数直線図を用いて、基準となる割合 1 (100%) から割合 (%) を増減することで、百分率で表された割合の増減と割合の関係を確認した。これにより、項目 II c、項目 II d を達成し、項目 IV c、項目 IV d の考え方ができるようになり、項目 V (段階 9) の達成につながる。



(3) 第 2 時の概要・・・学習活動並びに支援と学びの事実 (表 7) を示す。

① 導入時に第 3 用法の適用問題を解く (活動 1)・・・表 7 の学習活動 1 (段階 9)

② 量が割合に比例することを理解する・・・表 7 の学習活動 2 の① (段階 2)

初めは通常の数直線図を用いて基準量と割合から比較量を求め、その後、工夫した数直線図を用いて、割合と量の関係を考察し、量が割合に比例することを理解し、割合の変化から量の変化をとらえた (活動 1・活動 2)。

③ 比例の考えで割合の変化から量の変化をとらえて演算決定の仕方を考える

導入で扱った課題を再び扱い、比例の考えを用いて比較量から割合を活用して基

準量を求める演算決定の仕方を考えた（活動2）。さらに、導入時の誤答の式と図の関連について振り返り、「なぜ、このように考えたのか」等を議論した（活動3）。
 ・ ・ ・ 表7の学習活動2の②（段階9）

④ 比例の考えで第3用法の適用問題を解く（活動1・活動2）

・ ・ ・ 表7の学習活動3（段階9）

表7 学習活動並びに支援と学びの事実

学習活動	支援（割合を比例の考えでとらえ直す学習指導）と学びの事実
<p>1. 基準量を求める割合問題を解き、解答例（誤答）を確認することで、割合を比例の考えで見直す本時の学習へ関心（問い）をもつ。</p>	<p>ポテトチップが30%増量で売られていた。増量後のポテトチップの量は一袋 260gであった。増量前のポテトチップの量は一袋何gですか</p> <p>・ 導入時の誤答状況（正答した生徒3人、9.7%） $260 \times (1 - 0.3) = 260 \times 0.7$（31人中7人 22.6%） $260 \times 0.3 = 78$ $260 - 78$（31人中6人 19.3%）</p> <p>○2つの誤答を正解のように確認し、割合を比例の考えで見直す学習の後に見直すと真実がわかることを伝える。</p>
<p>2. 割合と量の関係を考察し、量が割合に比例することを理解し、割合の変化から量の変化をとらえる。</p> <p>①基準量と割合から比較量を求め、結果から割合と量の関係を考察する。</p> <p>果汁20%のオレンジジュースが300mLとある。この中には、オレンジの果汁が何mL含まれているか。</p>	<p>①割合と量の関係を数直線図で表し、「比較量＝基準量×割合」であることを確認した。</p> <p>①工夫した数直線図を用いて、割合と量の関係を考察させたことにより、量が割合に比例することに気付くことができた。（割合0.2、0.4、0.6の場合で確認）</p> <p>・ 割合が2倍・3倍になると量も2倍・3倍になるので、量は割合に比例している。</p> <p>①割合の変化と量の変化の関係をとりえ、比例の考えを確認することができた。</p> <p>・ 割合が0.2なると比べられる量はもとにする量の0.2倍。割合の変化は1→0.2で0.2倍、量の変化も0.2倍になる。</p>
<p>②比例の考えを用いて比較量から割合を活用して基準量を求める演算決定の仕方を考える。</p> <p>ポテトチップが30%増量で売られていた。増量後のポテトチップの量は一袋260gであった。増量前のポテトチップの量は一袋何gですか</p> <p>・ 導入で解いた課題について比例の考えを用いて、誤答の式と図の関連について図を振り返る。「なぜ、このように考えたのか」「なぜ、これではだめなのか」「どのように考えればよかったのか」</p> <p>・ 導入時の誤答状況 $260 \times (1 - 0.3) = 260 \times 0.7$（31人中7人 22.6%） $260 \times 0.3 = 78$ $260 - 78$（31人中6人 19.3%）</p> <p>・ 比例の考えにより「基準量」＝「比較量」÷「割合」の意味を確認する。</p>	<p>＜割合と量の関係を考察・共有した様子＞</p> <p>＜比例の考えによる演算決定考察の実際＞</p> <p>察し、演算決定の理解を深めることができた。</p> <p>○「なぜ、このように考えたのか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 30%増量した逆で30%引きに考えた。 ・ 1.3を1と考え、そこから0.3を引いたから。 ・ $1.3 \times 0.7 = 1$だと思ったから。 <p>○「なぜ、これではだめなのか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 30%引きで$\times 0.7$では、割合1.3の量をもとにしてしまっている。割合1の量をもとにしなければならない。 ・ $1.3 \times 0.7 = 0.91$で1にはならない。 <p>○「どのように考えればよかったのか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $\times 1.3$（割合1→1.3）の結果が260gなので、1.3から1にするように$\div 1.3$すればよい。 ・ $\times 1/1.3$だけできない。・ 1から1.3は1.3倍だから、比例の考えで逆に1.3でわればよい。
<p>3. 比例の考えを用いて、割合の変化から量の変化をとらえ、演算決定して比較量から基準量を求める。</p> <p>コーラの缶が20%増量で売られていた。増量されたコーラは1缶420mLであった。増量前のコーラは1缶何mLでしょうか。</p>	<p>○数量関係を自分で工夫した数直線図や表で表わしたことにより、問題文から、割合、基準量、比較量をとらえることができた。</p> <p>○多くの生徒が量が割合に比例することを理解し、工夫した数直線図や表をもとに、比例の考えにより、割合の変化から量の変化をとらえることができた。その結果、割合を活用して比較量から基準量を求める演算決定を的確にできるようになった。</p>

VI 検証

1 検証問題の正答率の変容

平成 27 年度全国学力・学習状況調査の小学校算数 B2(2)問題（図 1）の正答状況の変容によって、割合を比例でとらえ直す学習指導の有効性を検証する。

実験授業前	実験授業後	変容 n=31
9.7% 3人	67.7% 21人	+58% +18人

調査は、実験授業前と実験授業の 1 週間後に実施。

2 実験授業実施の有無による結果比較

割合を比例の考えでとらえ直す学習指導を行ったクラスを実験群、指導を行っていないクラスを統制群として、実験授業後の正答状況について χ^2 検定を行った結果は次の通りである。

	正答できた人数	正答できなかった人数
実験群 n=31	21人 ▲ **	10人 ▽ **
統制群 n=32	3人 ▽ **	29人 ▲ **

$\chi^2(1) = 20.339$ 、 $p < .01$ 、 $\Phi = 0.568$ 、▲有意に多い、▽有意に少ない、** $p < .01$

3 考察

実験授業後に行った検証問題の正答状況に大幅な向上が見られた。また、実験授業実施の有無による正答状況の比較では、正答できた人数の多さ、正答できなかった人数の少なさにおいて、統計的に有意差が認められた。これらの結果は、「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」の有効性を裏付けるものである。

VII 研究のまとめ

1 成果

児童生徒が、割合の理解を深め、割合を活用して比較量から基準量を求めることができるようになるための学習指導の在り方（基準量を求める割合問題の処方箋）を明らかにすることができた。これは、本県の小・中学校を通して継続的な課題である割合の理解とその活用について、指導改善に向けた学習指導の在り方を明らかにしたものである。具体的には、教科書の配列に沿った一連の学習後に、次に挙げる学習活動を取り入れた「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」を行う。

(1) 日常生活の割合の問題場面を設定し、数量関係を図や表で表す学習活動

(2) 比例の考えにより、割合の変化から量の変化をとらえる学習活動

(3) 式と図の関連について、図を振り返る学習活動

その際、次に挙げる学習活動を行い、学習の基盤を整える必要がある。

(4) 帯図を用いて、割合の意味を確認する学習活動（比較量－基準、部分－全体を扱う）

(5) 割合と%の数直線図を用いて、割合と百分率の関係を確認する学習活動

(6) 割合と%の数直線図を用いて、基準となる割合 1（100%）から割合（%）を増減することで、百分率で表された割合の増減と割合の関係を確認する学習活動

2 残された課題

「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」の効果をさらに高めるためには、割合の概念理解の学習指導の在り方も追究し、割合理解の下位段階や関係する理解項目を達成させておく必要がある。本研究では、「割合を比例の考えでとらえ直す学習指導」を行う前に、成果で挙げた(4)～(6)の学習活動を行い学習の基盤を整えた。この基盤

の整備は、小学校における学習指導では、教科書の内容を用いた一連の学習の中で行う必要がある。そのために、本研究で明らかにした、割合の理解項目と段階を授業改善のために、さらに活用したい。具体的には、次の視点でさらなる授業改善を図る。

(1) 割合理解の段階（認知発達）に沿った学習指導計画の構築

(2) 理解項目の達成状況の考察から明らかにした項目 V（段階 9）達成のために必要な項目 IV c・項目 IV d（段階 6・段階 8）達成のためのアプローチの追究

補註

- 1) 比の三用法とは、基準量を A、比較量を B、その割合を p としたとき、以下の三通りを意味する(田端,2012)。
- ① 第 1 用法
 $B \div A = p$ として、p を求める方法
- ② 第 2 用法
 $A \times p = B$ として、B を求める方法
- ③ 第 3 用法
 $B \div p = A$ として、A を求める方法
- 2) 割合に関するインフォーマルな知識とは、割合の学習前に児童が既に持っている割合等に関する知識である。

引用・参考文献

- 磯部年晃(2011)「全国学力・学習状況調査から明らかとなった割合に関する指導の課題と展望」『日本数学教育学会誌 算数教育』93-12 pp. 22-30
- 尾崎正彦(2013)『教育技術 MOOK COMPACT64 算数 special まるごと割合の指導』小学館
- 群馬県教育委員会(2015)『平成27年度全国学力・学習状況調査結果分析資料』
- 河野康男・吉田甫(1999)「割合を学習する以前の5年生が持つインフォーマルな知識の分析」『宮崎大学教育学部・教育実践研究指導センター紀要』6 pp.25-38
- 田端輝彦(2012)「割合指導のつまづきに関する一考察—全国学力・学習状況調査の結果をもとに—」『続・新しい算数数学教育の実践をめざして—杉山吉茂先生喜寿記念論文集—』pp. 71-80 東洋館出版社
- 寺岡利幸・横山真智子(1983)「割合指導における導入時の工夫」『日本数学教育学会誌 算数教育』65-6 pp. 15-16
- 土屋利美(2002)「比例の見方を用いた「割合」の指導実践」『日本数学学会誌 算数教育』84-8 pp. 30-37
- 中島健三(2015)『復刻版 算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察—』東洋館出版社
- 松崎智幸(2004)『ヴィジュアル化による割合指導の改善』群馬大学修士論文(未公開)
- 吉田甫・河野康男(2003)「インフォーマルな知識をベースにした教授介入：割合概念の場合」『科学教育研究』27-2 pp.111-119
- 吉田甫・河野康男・横田浩(2000)「割合問題の解決におけるインフォーマルな知識の利用と解決方略の分析」『宮崎大学教育文化学部紀要』2 pp.123-133

資料

調査問題(図省略)は次の通りである。松崎(2004)、河野他(1999)、土屋(2002)、吉田他(2003)、教科書(東京書籍)等を参考に作成した。なお、項目 III から項目 V については、解決に用いた数直線図や表、求める式、答えを書く欄を設けた。

<項目 I>
 割合は何を表したものか(どういった式で求まるだろうか)。
 割合 = 割合 =

<項目 II a>
 70%を割合に直そう。
 <項目 II b>
 3割を割合に直そう。
 <項目 II c>
 20%増量した場合の割合を表そう。
 <項目 II d>
 30%引きした場合の割合を表そう。

<項目 III>
 昨年度、学校全体で出した紙ゴミの量は600kgでした。その中で、1年生が出した紙ゴミの量は210kgでした。昨年度1年生が出した紙ゴミの量は、全体に対してどれくらいの割合に当たるでしょうか。

<項目 IV a>
 A市では、1年間に1人あたり225kgの紙を使っています。このうち、30%の紙は、リサイクルされて再生紙になります。225kgのうち再生紙になるのは何kgですか。
 <項目 IV b>

B市では、1年間に1人あたり225kgの紙を使っています。このうち、52%の紙は、リサイクルされて再生紙になります。225kgのうち再生紙になるのは何kgですか。

<項目 IV c>
 デラックスポテトチップスの定価は、1袋300円です。これが、なんと30%引きで売られていました。ポテトチップスはいくらで販売されていたのでしょうか。

<項目 IV d>
 通常一缶350mLのコーラが、30%増量のジャイアント缶になって売られていました。ジャイアント缶は何mLでしょうか。

<項目 V>
 せんざいを買います。家で使っているせんざいが20%増量で売られていました。増量後のせんざいの量は480mLです。増量前のせんざいは何mLですか。
 (平成27年度全国学力・学習状況調査の小学校算数 B2(2)問題)