

数 学 科 学 習 指 導 案

単元名「平面上のベクトル（数学C）」

令和7年10月 第2学年 指導者 石塚 貴大

I 単元の構想

1 単元観

本単元に関わる内容として、小学校では、数量の変化や図形の性質を表や図で整理し、その関係を言葉や式で表す活動を通して、数量や空間の基礎的な見方・考え方を育成してきた。中学校では、比例・反比例や一次関数、相似な図形、三平方の定理を通じて、数量の変化や図形の関係を数量的・図的に捉える力を養ってきた。

これらを踏まえて、高等学校数学C「平面上のベクトル」では、「大きさ」と「向き」を併せもつ量を数値や式で表現し、数量や図形を一般的かつ簡潔に扱えるようにすることを目指す。

この単元では、まずベクトルを成分で表すことや演算の性質を理解し、数量の関係を計算によって処理できることを学ぶ。次に、内積を通してベクトル同士の関係を数量的に捉え、垂直条件や角度、射影といった新しい見方を獲得する。さらに、三角形や四辺形の性質、直線や円の方程式などをベクトルで統一的に表現することにより、平面図形に関する多様な問題解決を可能にする。

この学習を通して、生徒には、数量や図形をベクトルで表現する利点を理解し、複数の解法を比較・選択する力を身に付けてほしい。また、解答の過程や着眼点を言語化・共有する活動を重ねることで、数学的な表現力や論理的思考力を伸ばしてほしい。最終的には、ベクトルの学びを座標幾何や解析、物理分野へとつなげ、数学の構造的な理解を深めていくことを期待する。

2 研究との関わり

研究主題は「対話や試行錯誤を通して数学的な見方・考え方を豊かにする生徒の育成 —『思考可視化シート』を活用した問題解決活動を通して—」である。本単元では、生徒の思考を可視化し、その多様な解法や試行錯誤を教材として扱うことを通して、数学的な見方・考え方の深化を図る。

(1) 手立て① 生徒の思考を見える形にする「思考可視化シート」の活用

生徒が自力で問題解決に取り組んだ後、見通しや試行錯誤、つまずき、発見を「思考可視化シート」に記録するよう促す。これにより、生徒は自分の考えを客観的に振り返り、他者の考えと具体的に比較することが可能となる。教師はその記録を基に、生徒のつまずきの本質を捉え、的確な問い掛けを行うことができる。

(2) 手立て② 多様な思考を教材とする「解法分析」

生徒の多様な解答や思考可視化シートに表れた試行錯誤を教材化し、クラス全体で比較・検討する「解法分析」を行う。本時では、垂直条件を証明する問題に対して、「Oを始点にした方法」「Aを始点にした方法」「Hを始点にした方法」「分点公式を用いる方法」など複数のアプローチを取り上げる。そして、「なぜその方法を選んだのか」「式がどのように簡潔になるのか」「異なる方法からどのような価値が見えるか」といった問いを投げ掛けることで、生徒が互いの考えを吟味し合い、数学的に説明する力を高めていく。

これらの手立てにより、生徒は解法の違いや考えのよさを認識し、自らの学びを数学の言葉で表現・共有する経験を重ねる。その過程を通じて、研究主題が目指す「数学的な見方・考え方の深化」へとつなげていく。特に本時（第11時）は、ベクトルを用いた図形の性質の証明において、生徒が「どの始点を選ぶか」「どの関係に着目するか」を自ら判断する場面が多く、思考の過程や試行錯誤が顕在化しやすい。そのため、本研究で重視する「思考の可視化」と「解法分析」を通じた数学的な見方・考え方の深化を検証するのに適した授業として位置付ける。

3 単元の目標及び生徒の実態

	目 標	生徒の実態
知識及び技能	・ベクトルについての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学的な表現の工夫について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。	・基本的な概念理解や計算法則の理解習得が得意であり、知識を定着することができる。

思考力、判断力、表現力等	<ul style="list-style-type: none"> ・大きさと向きをもった量に着目し、演算法則やその図形的な意味を考察する力、図形や図形の構造に着目し、それらの性質を統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付ける。 	<ul style="list-style-type: none"> ・教師の問い掛けに対し、間違いや失敗を恐れずに発言することができ、解答を鵜呑みにせず、間違いがないか吟味することができる。
学びに向かう力、人間性等	<ul style="list-style-type: none"> ・ベクトルについて、数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を身に付ける。 	<ul style="list-style-type: none"> ・数学に意欲的に取り組む生徒が多い一方で、問題解決の過程において、他者の考えを手掛かりに自分の考えを見通したり、考えを深めたりする場面は十分とはいえ、協働的に学びを発展させる力に課題がある。

4 評価規準

知識・技能	<ul style="list-style-type: none"> ①平面上のベクトルの意味、相等、和、差、実数倍、位置ベクトル、ベクトルの成分表示について理解している。 ②ベクトルの内積及びその基本的な性質について理解している。
思考・判断・表現	<ul style="list-style-type: none"> ①実数などの演算の法則と関連付けて、ベクトルの演算法則を考察することができる。 ②ベクトルやその内積の基本的な性質などを用いて、平面図形の性質を見いだしたり、多面的に考察したりすることができる。 ③数量や図形及びそれらの関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、ベクトルやその内積の考えを問題解決に活用することができる。
主体的に学習に取り組む態度	<ul style="list-style-type: none"> ①事象をベクトルの考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしている。 ②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

5 指導及び評価の計画（全14時間：本時第11時）

時間	□学習活動	知	思	態	◆評価項目<方法（観点）> ○指導に生かす評価、●評定に用いる評価
1	<input type="checkbox"/> ベクトルの意味（大きさ、向き）と相等について理解する。 <input type="checkbox"/> ベクトルの加法・減法・実数倍の作図と計算方法を学ぶ。	○			◆ベクトルの基本的な意味（向きと大きさ）を理解している。 <観察・ワークシート（知①）>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>[本時の問い] ベクトルは、どのような量で、どのように表されるだろうか</p> </div>					

2	<input type="checkbox"/> ベクトルの演算が成り立つ法則や、ベクトルの平行、分解について理解する。 <input type="checkbox"/> ベクトルの演算法則が、数の演算と類似する点・異なる点を考察する。 <input type="checkbox"/> ベクトルを二つの一次独立なベクトルで分解することを学ぶ。	○			<p>◆ベクトルの基本的な演算法則について理解し、計算することができる。 <観察・ワークシート（知①）></p>
<p>[本時の問い] ベクトルの演算には、どのような法則があるだろうか</p>					
3	<input type="checkbox"/> ベクトルの成分表示を理解する。 <input type="checkbox"/> 成分表示されたベクトルの和・差・実数倍・大きさの計算方法を学ぶ。	○	○		<p>◆成分を用いた基本的な演算法則について理解している。 <観察（知①）> ◆ベクトルの図形的意味と成分表示を関連付けて考えることができる。 <ワークシート（思①）></p>
<p>[本時の問い] ベクトルの成分表示は、計算にどのように役立つだろうか</p>					
4	<input type="checkbox"/> 内積の定義（成分、なす角）を学ぶ。 <input type="checkbox"/> 2通りの方法で内積を計算したり、内積を用いてベクトルのなす角や垂直条件について考察したりする。	○			<p>◆ベクトルの内積を2通りの方法で計算することができる。 <観察・ワークシート（知②）></p>
<p>[本時の問い] ベクトルの内積は、どのような意味をもち、どのように計算されるだろうか</p>					
5	<input type="checkbox"/> 内積の性質（交換法則、分配法則など）を学ぶ。 <input type="checkbox"/> 内積を用いて、三角形の辺の長さや角度を求める。		○		<p>◆ベクトルやその内積の基本的な性質などを用いて、辺の長さや角度を求めることができる。 <ワークシート（思②）></p>
<p>[本時の問い] 内積の性質は、図形の辺の長さや角度を求める上で、どのように活用できるだろうか</p>					

6	<input type="checkbox"/> 始点を一つに固定する位置ベクトルの有用性を理解する。 <input type="checkbox"/> 線分の内分点・外分点、三角形の重心などを位置ベクトルで表す。	○		<p>◆内分点や外分点の位置ベクトルを公式を用いて求めることができる。 <観察・ワークシート（知②）></p>
<p>[本時の問い] 図形上の点の位置は、ベクトルでどのように表現できるだろうか</p>				
7	<input type="checkbox"/> 3点A, B, Cが一直線上にある条件を理解する。 <input type="checkbox"/> 直線上の点の位置ベクトルを学ぶ。	○		<p>◆3点が一直線上にある条件をベクトルを用いて考察し、表現することができる。 <ワークシート（思②）></p>
<p>[本時の問い] 3点A, B, Cが一直線上にある条件は、ベクトルでどのように表現できるだろうか</p>				
8	<input type="checkbox"/> 2直線の交点の位置ベクトルを二つの未知数を用いて2通りに表す考え方を学ぶ。 <input type="checkbox"/> 一次独立性を用いて2直線の交点の位置ベクトルを求める。	○		<p>◆図形の性質をベクトルで表現し、問題解決に利用することができる。 <観察・ワークシート（思②）></p>
<p>[本時の問い] 2直線の交点の位置は、ベクトルでどのように決定できるだろうか</p>				
9	<input type="checkbox"/> $s + t = 1$ などの条件から、点Pの存在範囲（直線、線分、三角形の内部など）を考察する。 <input type="checkbox"/> 位置ベクトルの考え方をを用いて存在範囲を求める。	○		<p>◆ベクトルの式と図形的な領域のつながりを考察し、問題解決に生かすことができる。 <観察・ワークシート（思②）></p>
<p>[本時の問い] 点の存在範囲は、位置ベクトルの条件からどのように考察できるだろうか</p>				

10	<input type="checkbox"/> 三角形の辺の比や中点連結定理など、既習の図形的性質をベクトルを用いて証明する。 <input type="checkbox"/> どの点を始点に置くと計算が簡潔になるか考察する。		○ ●	◆ベクトルを用いて、図形的性質を多面的に考察することができる。 <観察・ワークシート (思②) > ◆粘り強く考え、図形の性質をベクトルを用いて証明しようとしている。 <観察・ワークシート (態①) >
<p>[本時の目標] ベクトルを用いて、図形の性質を証明する手法を理解しよう</p>				
11 本 時	<input type="checkbox"/> 与えられたベクトルの条件の図形的意味を考察する。 <input type="checkbox"/> 多様な始点を用いた解法を比較・検討し、証明の過程における「内積の性質」の活用方法を調べる。 <input type="checkbox"/> 多様な解法や、図形的解釈を共有し、始点選びの重要性、内積の深い理解について、対話を通して考察する。		○	◆様々な解法を比較して、ベクトルがもつ垂直を内積の計算に置き換えるよさや始点の選び方の重要性を数学の言葉で表現することができる。 <観察・ワークシート (思③) >
<p>[本時の目標] 図形に関する問題を、ベクトルの考えを用いて解決することのよさは何だろうか</p>				
12	<input type="checkbox"/> 媒介変数を用いた直線のベクトル方程式、法線ベクトルを用いた方程式を学ぶ。 <input type="checkbox"/> 円のベクトル方程式を学ぶ。		○	◆ベクトルの考え方を活用して、直線や曲線上にある点に関しての条件を表す事ができる。 <観察・ワークシート (知②) >
<p>[本時の問い] 直線や円といった図形は、ベクトルでどのように表現できるだろうか</p>				
13	<input type="checkbox"/> 演習問題に取り組み、ベクトルの有効な活用方法を見いだす。 <input type="checkbox"/> 学習内容を体系的に振り返り、ベクトルの持つ本質的な価値と、その汎用性を考察する。		●	◆問題解決の過程を振り返って考察を深め、ベクトルのよさを認識し積極的に活用しようとしている。 <ワークシート (態②) >
<p>[本時の目標] 単元全体の学習内容を「数学的な見方・考え方」に視点を置いて振り返ろう</p>				

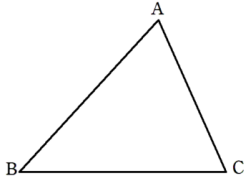
14	□単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価する。	●	●	<p>◆ベクトルについての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解し、数学的に表現・処理することができる。 <単元テスト（知①②）></p> <p>◆ベクトルを用いて図形の性質を考察し、問題解決に活用することができる。 <単元テスト（思①②③）></p>
----	--	---	---	--

II 第11時の学習

1 ねらい

ベクトルを用いた多様な解法を比較・検討する活動を通して、図形の「垂直」という関係を内積の計算で表すことの価値や、始点をそろえて考えることで解法がより簡潔になることに気付き、そのよさを、内積の性質や始点の選び方と関連付けながら、数学の言葉で説明できるようにする。

2 展開

<p>主な学習活動 予想される生徒の反応〔S〕</p>	<p>◎研究上の手立て ○指導上の留意点 ◆評価項目（観点）</p>
<p>1 本時の問題を把握する。（導入3分）</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>右図の△ABCにおいて、頂点Aから辺BCに下ろした垂線と辺BCとの交点をDとし、頂点Bから辺ACに下ろした垂線と辺ACとの交点をEとする。ここで、辺ADと辺BEとの交点をHとすると、直線CHと辺ABは垂直に交わることをベクトルを用いて証明せよ。</p>  </div>	<p>○「思考可視化シート」の活用について確認する。</p> <p>○問題を提示するとき、三角形の五心について確認する。</p>
<p>2 個人で問題に取り組む。（展開①15分）</p> <p>S : $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とおき、交点Hを $\overrightarrow{AH}=s\vec{b}+t\vec{c}$ として考える。</p> <p>・ $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC}=0$ の条件から立式を試みるが、展開すると多くの項が現れ、式が複雑になり見通しが立たずに手が止まる。</p> <p>S : $\overrightarrow{HA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{HB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{HC}=\vec{c}$ とする。</p> <p>S : $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AH}=\vec{h}$ とする。</p> <p>S : $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{OH}=\vec{h}$ とする。</p> <p>・ 内積の式を連立してみる。</p>	<p>◎生徒の思考が見える化する「思考可視化シート」を活用することで、生徒自身が自分の考えを客観的に振り返ったり、他者と自分の考えを具体的に比較したりすることができるようにする。</p> <p>○生徒が個人で試行錯誤する時間を2回に分けて確保し、途中で教師から助言をすることで、多様な解法が出てくるようにする。</p> <p>○解決の見通しが立てられない生徒が多く見受けられた場合は、教師の助言の際に、見通しが立っている生徒の例を全体で共有することで、生徒が見通しをもって問題に取り組むことができるようにする。</p>
<p>3 「思考可視化シート」を用いて、解決の見通し、つまずき、気づきをまとめる。（展開②7分）</p> <p>※以下に「思考可視化シート」への記述の予想を示す。</p> <p>S : 三角形の頂点であるAを始点として、ベクトルABとベクトルACを基本ベクトルに設定した。Hが2本の垂線の交点であることを数式で表現しようとした。</p> <p>S : 証明したい関係式の中心である点Hを始点にしたら、式がシンプルになるのではないかと考えた。「垂直なら内積が0」という関係式を使って、証明を試みた。</p>	<p>T : 思考可視化シートに解決の見通しやつまずき、気づきを書き出してみよう。</p> <p>○生徒が考えた多様な解法（A始点、H始点、O始点、分点公式など）を板書で共有することで、全体でそれぞれの解法を視覚的に比較できるようにする。</p>

<p>S : 証明したい結論が「CHとABが垂直」で、仮定が「AHとBCが垂直」「BHとACが垂直」。全部「垂直」だから、(内積)=0の形にしたい。Hが共通の点になっているから、Hを始点にしたら式がシンプルになるのではないか。</p> <p>S : どの点も特別な点として扱わず、平面上の任意の点Oを始点として設定してみた。これならどんな図形にも対応できるはず。交点Hを求める式を立てて、最後に結論を導き出す。</p> <p>S : とりあえず、三角形の頂点であるAを始点として「垂直なら内積が0」という関係式を使って、証明を試みた。</p>	
<p>4 代表生徒が解法を発表し、全体で比較・検討する。 (展開③13分)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・それぞれの解法を発表する。 ・異なる解法で同じ問題に取り組む。 	<p>○説明の際に、生徒が自身の解決の見通しやつまずき、気づき、感想などを発表し、教師がそれらを板書またはタブレットで撮影したものを投影することで、全体の多様な思考を可視化し、生徒が自分とは異なる解法に気付けるようにする。</p> <p>T : なぜその方法を選んだのか？</p> <p>○生徒の解答に偏りが見られた場合は、用意した解答を投影する。</p> <p>◎異なる解法で問題を解きながら、自身の考えとの共通点や相違点を「思考可視化シート」にまとめることで、多様な解法を「計算量」や「見通しのよさ」といった具体的な基準で客観的に比較し、それぞれの解法のよさを今後の自分自身の問題解決に活かせるものとして理解できるようにする。</p>
<p>5 多様な解法を教材にして全体で解法を分析する。 (展開④10分)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「思考可視化シート」をもとにそれぞれの解法を分析する。 	<p>◎多様な解法(始点の異なるベクトル解法や分点公式を用いた解法)を教材として、全体で対話的に分析することで、生徒が互いの考えを吟味し合い、数学的に説明できるようにする。</p> <p>○生徒のアプローチを尊重し、それぞれの解法の特徴を丁寧に比較する。</p> <p>○Oを始点にした解法とHを始点とする解法に</p>

<p>※以下に教師による発問と生徒による回答の予想を示す。</p>	<p>生徒の注意を向け、それぞれの解法の特徴を分析することで、生徒が始点選びの「なぜ」を説明できるようにする。</p> <p>○教師は安易に正解やヒントを与えず、生徒がベクトルの性質を深く理解することができるように段階的な問い掛けを行う。</p>
<p>T : O を始点にした解法と、H を始点にした解法について板書された式を見比べて、どんな違いに気がきますか？何か感じることはありますか？</p> <p>S : H を始点にした方が、式が短い。H が直接出てくるから？</p> <p>T : では、このH を始点にしたベクトルの式が、最終的にどうなるのか見てみよう。（模範解答の「H を始点」の証明に着目させる。特に、辺々を引く操作でシンプルになる部分を強調する）</p>	
<p>T : なぜ、この問題はH を始点にすると、証明が簡潔になるのだろうか？ H を選んだ「よさ」は何だったんだろう？</p> <p>S 1 : H が交点だから、関係式にH がたくさん出てくるから。</p> <p>S 2 : 垂直を表す内積の式が、どの辺もシンプルに書けるから。</p> <p>S 3 : 証明したいCH と AB の垂直も、H を始点にして考えやすいから。</p>	
<p>T : 解法を比較することで、それぞれの解法の「見通しのよさ」や「簡潔さ」の違いを生み出した要因は何だろう？どのような気づきがあったかな？</p> <p>S 4 : 始点を選ぶことで、問題の見通しがすごく変わることが分かった。</p> <p>S 5 : 内積の式変形が、複雑な計算を簡単に解決してくれる。</p> <p>S 6 : どちらの始点でも、内積の性質を深く理解していれば、同じように簡潔に解ける。どこを基準に考えるか、という『視点の選び方』が本当に大切だと感じた。</p>	<p>○「始点選びの重要性」と「内積の深い理解」を強調し、この2点がベクトルの「見方・考え方」の重要なポイントであることを生徒が実感できるようにする。</p>
<p>6 「思考可視化シート」に「今日の気づき」を共有する。（終末7分）</p> <p>・思考可視化シートの最後の欄に、「今日の気づき」について、自分の言葉で記述する。</p> <p>S : ベクトルのよさは、ただ計算するのではなく、どこを基準に考えるか、という「ものの見方」を与えてくれることだと思った。問題によって一番見やすい視点を選ぶことが、大事だと分かった。</p> <p>S : どの始点を選んでも、最終的には簡潔に解ける可能性があることが分かった。そのためには、内積の持つ意味や性質を深く理解することが重要だと感じた。</p> <p>・振り返りを発表し、多様な価値観に触れる。</p>	<p>○解法分析で深まった学びが定着できるように、記述の時間を十分に確保する。</p> <p>T : 今日の気づきを数学の言葉でまとめてみよう。「思考可視化シート」の最後の欄に、具体的に書いてみてください。</p> <div data-bbox="831 1720 1426 1966" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>◆評価項目</p> <p>様々な解法を比較して、ベクトルがもつ垂直を内積の計算に置き換えるよさや始点の選び方の重要性を数学の言葉で表現することができる。</p> <p style="text-align: center;">＜観察・ワークシート（思③）＞</p> </div>

