群教セ	G03 － 04
	令7.290集
	数学－高

対話や試行錯誤を通して数学的な見方・考え方を豊かにする生徒の育成

――「思考可視化シート」を活用した問題解決活動を通して――

特別研修員　石塚　貴大

Ⅰ　研究の概要

１　主題設定の理由

高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説数学編においては、数学科の目標として、「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的、体系的に考えること」、すなわち「数学的な見方・考え方」を働かせることの重要性が示されている。また、数学の学習においては、この「数学的な見方・考え方」を意図的に働かせる学習活動を設定することが求められている。

研究協力校（以下、協力校）の生徒は、与えられた問題に対して粘り強く取り組み、最後まで解決しようとする姿勢が見られる。一方で、個人での解決を重視するあまり、自分とは異なる解法や着眼点に触れ、それらを比較・吟味する経験は十分とはいえない状況が見られた。その結果、複数の解法が存在する問題場面においても、解法の違いを単に「別のやり方」として受け取るにとどまり、自らの見方や判断を捉え直したり、数学的な価値として意味付けたりするところまで至らないという課題があった。

数学的な見方・考え方の深化とは、解法の数が増えることや計算が速くなることにとどまらず、複数の解法を比較・分析する中で、自らの着眼点や判断の妥当性を捉え直し、それを数学の言葉で説明できるようになることであると考える。そのためには、生徒が他者の考えに触れるだけでなく、それらを自分の考えと照らし合わせながら吟味し、再構成する学習過程が必要である。しかし、こうした比較・吟味を伴う学習を成立させるためには、生徒一人一人の思考過程が外化され、共有・比較可能な形で可視化されていることが不可欠である。思考が内面に留まったままでは、多様な解法が存在しても、それらを教材として扱い、数学的な見方・考え方を豊かにする学習にはつながりにくい。

そこで、本研究では、生徒の思考過程を言葉や図で整理し、振り返りや比較に活用する「思考可視化シート」を用いるとともに、生徒の多様な解法や試行錯誤そのものを教材として扱う「解法分析」を取り入れた問題解決活動を構想した（図１）。これらの手立てを通して、生徒が対話や試行錯誤の中で自らの見方を相対化し、数学的な価値を再構成していく姿を引き出すことを目指し、本研究主題を設定した。

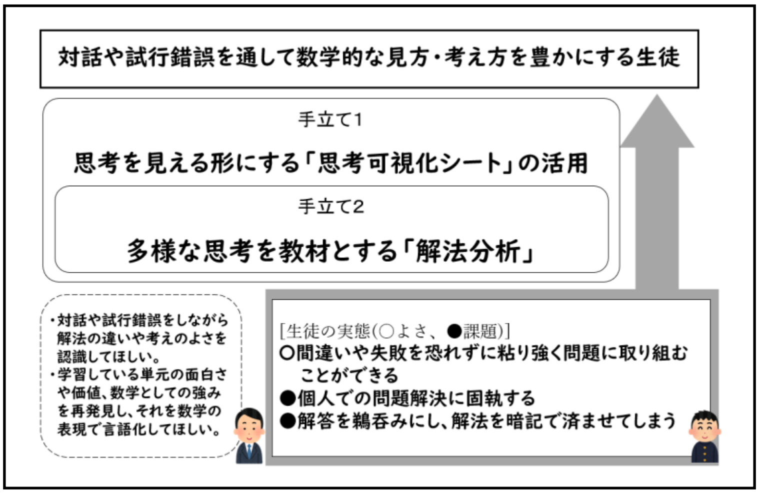


図１　研究のイメージ

２　具体的な手立て

手立て１　生徒の思考を見える形にする「思考可視化シート」の活用

「思考可視化シート」（Ⅳ資料　資料１）とは、問題解決の過程における生徒の思考の流れを、

言葉や図を用いて整理し、振り返りや比較に生かすためのワークシートである。本研究では、生徒の思考を外化し、他者と共有・比較可能な形にすることを目的として活用している。

左下のスペースは、生徒が自力で問題解決に取り組む中で、解決の見通し、試行錯誤、つまずきや気付きなどを記録する場である。ここでは解法を完成するを目的とするのではなく、どのように考え、どこで迷い、何に気付いたのかといった思考の過程そのものを対象化することをねらいとしている。これにより、生徒は自らの考えを後から振り返り、解法分析の場面で自分の着眼点や判断の根拠を説明するための手掛かりを得ることができる。

右上のスペースは、他者の解法や教師が提示した解法を解き直し、自分の考えと比較・分析するための場である。単に解法を書き写すのではなく、自分とは異なる着眼点や考え方に注目し、その違いを捉えることを重視している。この比較を通して、生徒は解法の違いを手続きの差としてではなく、数学的な見方・考え方の違いとして捉え直すことが可能となる。

右下のスペースは、授業全体を通して得られた気付きや考えを、数学の言葉を用いて整理・記述する振り返りの場である。ここでは、「分かった」「できた」といった感想にとどまらず、どのような見方が有効であったのか、なぜその解法が簡潔であったのかを言語化することをねらいとしている。これにより、生徒が解法の比較を通して得た気付きを、数学的な価値として自覚し、次の学習へとつなげることを目指している。

手立て２　多様な思考を教材とする「解法分析」

「解法分析」とは、生徒が考えた多様な解法や、「思考可視化シート」に表れた試行錯誤を教材として取り上げ、全体で比較・検討する学習活動である。本研究では、解法の正誤を確認することを目的とするのではなく、解法の違いに着目し、その背景にある見方・考え方を明らかにすることを目的としている。具体的には、「なぜその方法を選んだのか」「どのような点で見通しが立てやすいのか」「式が簡潔になる理由は何か」といった問いを通して、複数の解法を比較・分析する。これにより、生徒は他者の考えを手がかりに、自らの着眼点や判断を相対化し、数学的な見方・考え方を捉え直していく。また、解法分析では、思考可視化シートに記録された考えを基に議論を行うことで、生徒の試行錯誤そのものが学習の対象となる。解法の違いを単なる手続きの差として扱うのではなく、どのような見方を採用した結果としてその解法が生まれたのかを明らかにすることを重視している。

このような解法分析を通して、生徒が複数の解法の中から適切な見方を選択したり、そのよさを数学の言葉で説明したりする姿を引き出すことをねらいとしている。

手立て１と手立て２は、それぞれ独立した工夫ではなく、連続した学習過程として機能するよう構想している。すなわち、「思考可視化シート」によって生徒一人一人の思考を外化し、比較可能な形で共有することで、「解法分析」において多様な解法や着眼点を教材として扱うことが可能となる。このように、思考を見える形にする手立て１を基盤として、手立て２の解法分析を行うことで、生徒が対話や試行錯誤を通して自らの数学的な見方・考え方を捉え直す学習過程を構想している。

Ⅱ　実践例

１　単元名　　「平面上のベクトル」（第２学年・２学期）

２　授業の実際

本時は全 14 時間計画の第 11 時に当たる。本時で扱った問題は、「鋭角三角形 ABC において、頂点Ａから辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点をＤとし、頂点Ｂから辺 AC に下ろした垂線と辺 AC との交点をＥとする。ここで、辺 AD と辺 BE との交点をＨとするとき、直線 CH と辺 AB は垂直に交わることをベクトルを用いて証明せよ」である。この問題は、内積を用いて垂直条件を表すことができるとと

もに、始点の取り方によって複数の解法が考えられるため、解法を比較・吟味する活動に適した題材である。本時の授業では、Ⅰ－２で述べた二つの手立てを用いて問題解決活動を行った。まず、生徒が個人で問題に取り組む場面において、手立て１である「思考可視化シート」を用い、生徒一人一人の思考を外化する。その後、外化された多様な解法や試行錯誤を基に、手立て２である「解法分析」を行い、解法の違いを見方・考え方の違いとして捉え直すことを目指した。

(1)　手立て１について

本時の前半では、手立て１である「思考可視化シート」を用いて、生徒が個人で問題解決に取り組んだ。生徒は、解決の見通しや途中の試行錯誤、つまずきや気付きなどを、思考可視化シート左下のスペースに記録しながら、自力で証明を進めた。生徒の記述を見ると、多くの生徒が、ベクトルの垂直と内積の関係（既習事項）を用いて、「直線 CH と辺 AB が垂直であることを示すためには、$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$を証明すればよい」という見通しを立てていた。一方で、どの点を始点としてベクトルを表すかについては、生徒ごとに異なり、複数の解法（Ａ始点、Ｃ始点、Ｏ始点、分点公式）が見られた。これらの違いは、思考可視化シートに記録された生徒の思考過程から具体的に把握することができた。また、生徒は試行錯誤の過程で生じた疑問や気付きについても記録しており、「始点をどこにすると計算が楽になるのか分からない」「内積の式が長くなってしまう」といった記述が見られた。これらの記録から、生徒が解法の選択に迷いながら問題に取り組んでいる様子がうかがえた。

このように、思考可視化シートを用いることで、生徒一人一人の思考過程が外化され、後の解法分析において比較・吟味の対象となる材料を得ることができた。また、生徒自身にとっても、自らの見通しや判断を振り返り、他者の解法と照らし合わせるための基盤が形成されたといえる。

(2)　手立て２について

本時の中盤から後半にかけては、手立て２である「解法分析」を行った。ここでは、手立て１によって外化された生徒の多様な解法や思考過程を教材として取り上げ、全体で比較・検討する活動を行った。

まず、代表生徒がＯを始点とした解法を発表した。その後、教師はＨを始点とした解法を提示し、両者を並べて比較する場を設定した。生徒は、これらの解法を思考可視化シート右上のスペースに解き直し、自分自身の解法と照らし合わせながら分析を行った。この活動により、生徒は解法の違いを具体的に可視化し、比較の対象として捉えることができた。

解法分析の場面では、教師が「なぜＨを始点にすると式が簡潔になるのか」「どのような見方をした結果、この解法が選ばれているのか」といった問いを投げ掛けた。これに対して生徒からは、「Ｈを始点にすると内積の式が短くなる」「関係式にＨが多く出てくるので、見通しが立てやすい」といった発言が見られた。これらの発言から、生徒が解法を単なる計算手順としてではなく、見方や着眼点の違いとして捉え始めている様子がうかがえた。

さらに、複数の解法を比較する中で、生徒は「始点を変えても証明できる」というベクトルの特性に気付き、どの始点を選ぶかによって処理の仕方が変わることを意識するようになった。このことは、ベクトルを相対的な量として捉える見方へと生徒の理解が広がっていることを示している。

授業の終末では、思考可視化シート右下のスペースを用いて振り返りを行い、解法分析を通して得られた気付きを数学の言葉で記述させた。そこでは、「垂直という関係を内積で表すことのよさ」や「始点を工夫することで証明が簡潔になる理由」について言及する記述が多く見られ、生徒が解法の比較を通して数学的な見方・考え方を捉え直していることが確認できた。

(3)　生徒の学習過程に表れた変容

本時の授業を通して、生徒の学習過程にはいくつかの変化が見られた。特に、手立て１で外化された思考と、手立て２の解法分析を通して、解法の違いを見方・考え方の違いとして捉え直そうとする様子が表れていた。授業終末の振り返りでは、多くの生徒が「垂直という図形的関係を内積で表すことができる点」や、「始点を変えて考えることで証明が簡潔になる理由」について、数学の言葉を用いて記述していた（次ページ図２）。これらの記述から、生徒が解法を単なる計算手順と

してではなく、ベクトルの性質や見方と関連付けて捉え直していることがうかがえる。また、「どの始点を選ぶかによって見通しが変わることに気付いた」「解法を比べることで、より楽な方法があることが分かった」といった記述も見られ、解法の比較を通して、自らの判断基準を意識し始めている様子が確認できた。

これらのことから、本時の学習過程において、生徒が対話や試行錯誤を通して解法を比較・吟味し、数学的な見方・考え方を捉え直す場面が形成されていたと考えられる。

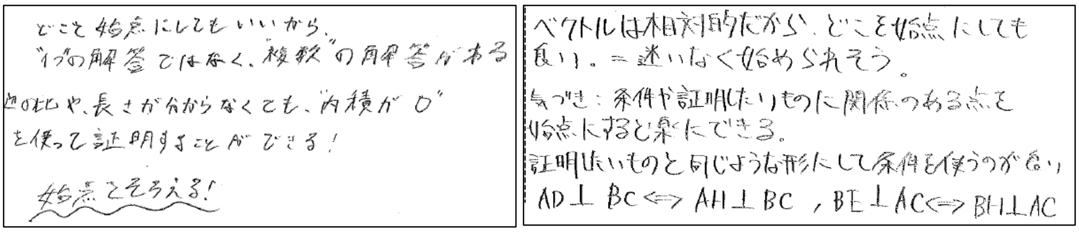


図２　振り返りの記述

(4)　生徒の意識・認識の変化（質問紙調査の結果）

本研究授業の後、生徒25名を対象に、無記名による質問紙調査を実施した。本調査は、本研究で設定した二つの手立てを通して、生徒が多様な解法や対話にどのような意識をもったかを把握することを目的として行った。質問項目は、５段階尺度（「とてもそう思う」～「全くそう思わない」）による10項目で構成し、「多様な解法に触れることができたか」「対話を通して理解が深まったと感じたか」など、本研究の手立てと関連する内容を設定した。

集計の結果、全項目において平均値は4.0以上となり、多くの生徒が肯定的に回答していた。特に、「複数の解法を知ることができた」「他者の考えを聞くことで理解が深まった」といった項目で高い値を示していた（Ⅳ資料　表１）。

一方で、質問紙調査は生徒の主観的な実感を捉えたものであり、これらの結果のみをもって学習の成果を断定することはできない。しかし、授業中の生徒の発言や振り返りの記述と併せて見ることで、生徒が解法の比較や対話に一定の価値を見いだし始めている様子を把握するための資料として位置付けることができる。

Ⅲ　研究のまとめ

１　成果

○　思考可視化シートを用いて生徒の思考を外化した上で解法分析を行う学習過程を設定することにより、生徒が複数の解法に触れ、それらを比較・検討しながら考えを深める場面が見られた。授業中の発言や振り返りの記述からは、解法の違いを単なる計算手順の差としてではなく、見方・考え方の違いとして捉え直そうとする様子がうかがえた。

○　授業後の質問紙調査においても、多くの生徒が「他者の考えを聞くことで理解が深まった」「複数の解法を比較することが有効である」と肯定的に回答しており、探究的な学びに対して一定の価値を見いだしていることが確認できた。

２　課題

○　思考可視化シートへの記述の内容には生徒間で差が見られ、すべての生徒が自らの思考を十分に外化できていたとは言い切れない。探究的な学びを成立させるためには、生徒が思考を表現することに慣れるまでの支援や、記述の観点を段階的に示す工夫が必要である。

○　解法分析の場面において、解法の比較が表面的な違いの確認にとどまる場合もあり、見方・考え方の違いにまで踏み込めない生徒も見られた。すべての生徒が比較・吟味を通して考えを捉え直すためには、教師の問い掛けや対話の構成について、さらに検討する必要がある。

Ⅳ　資料

資料１　「思考可視化シート」

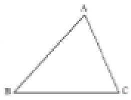
思考可視化シート ～平面上の ベクトル～

組　　番　名前

【1】問題に取り組み、思考を可視化しよう　?：つまずき・疑問　!：気付き・ここ重要

◆本時の問題

右図の三角形ＡＢＣにおいて、頂点Ａから辺ＢＣに下ろした垂線と辺ＢＣとの交点をＤとし、頂点Ｂから辺ＡＣに下ろした垂線と辺ＡＣとの交点をＥとする。ここで、辺ＡＤと辺ＢＥとの交点をＨとするとき、直線ＣＨと辺ＡＢは垂直に交わることをベクトルを用いて証明せよ。



解決の見通し

【2】今日の気づきを数学の言葉で表現しよう
（問題を解いての「気付き」やベクトルの「よさ」をメモしよう！）

表１　質問紙調査結果

カテゴリ	質問項目	5:とても	4:まあ	3:どちらとも	2:あまり	1:全く	平均値	肯定率（%）
A．自分の考えの整理（思考可視化シート）	１．考えの整理に役立った	8	15	1	1	0	4.20	92
	２．ヒントや次の一手が見つかった	8	10	6	1	0	4.00	72
	３．客観的に振り返れた	11	12	2	0	0	4.36	92
B．他者との比較・対話（解法分析）	４．多様な解法の面白さ（興味）	14	11	0	0	0	4.56	100
	５．他者の考えによる発見	13	10	2	0	0	4.44	92
	６．対話による理解の深化	14	9	2	0	0	4.48	92
C．数学的な見方・考え方（研究主題の目標）	７．多様な解法の実感	18	6	1	0	0	4.68	96
	８．解法の「よさ・強み」の考察	11	12	2	0	0	4.36	92
	９．数学の価値・面白さの実感	9	10	6	0	0	4.12	76
	１０．数学的表現での説明意識	8	14	3	0	0	4.20	88