

数 学 科 学 習 指 導 案

単元名「関数 $y = ax^2$ 」

令和7年10月 第3学年 指導者 関口 由香利

I 単元の構想

1 単元観

本単元は、中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編 C関数 C（1）関数 $y = ax^2$ の「（1）ア（ア）関数 $y = ax^2$ について理解すること」「（1）ア（イ）事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知ること」「（1）ア（ウ）いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること」「（1）イ（ア）関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現すること」「（1）イ（イ）関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること」に位置付けられている。

第1学年では、比例、反比例を学習し、第2学年では、一次関数を学習している。いずれにおいても、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する力を高めてきている。第3学年では、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について考察する。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。そして、これらの学習を通して、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができるようにする。また、日常の事象や社会の事象には既習の関数では捉えられない関数関係があることを学習することにより、関数の概念の広がりを実感できるようにし、中学校における関数についての学習内容を一層豊かにする。

本単元では、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する力を養う。生徒が日常生活で経験する具体的な事象の中から、比例、反比例、一次関数以外の代表的なものとして、関数 $y = ax^2$ を取り扱う。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合やグラフの特徴など、関数の理解を一層深める。関数 $y = ax^2$ の活用については、関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え説明できるようにする。そのために、具体的な事象を式で表現することによって、それが関数 $y = ax^2$ であると考えられるかどうかを判断したり、具体的な事象に関する観察や実験の結果を $y = ax^2$ とみなすことによって、未知の状況を予測したりすることが大切である。その際、判断の根拠や予測が可能である理由を他者に説明することができるようにする。また、事象の中には既習の関数では捉えられない関数関係があることについて取り扱う。これらの学習を通して、一意対応としての関数の意味を明確にするとともに、後の学習の素地となるようにする。

2 研究との関わり

本研究は、研究主題を「解決策を自ら探し、学びを深めることができる生徒の育成～ワクワク問題とつなげる対話を通して～」とする。次の二つの手立てを講じる。一つ目に、ワクワク問題の提示である。導入場面では、生徒から疑問が生まれるように、あえて情報不足の問題場面を提示する。展開場面では、生徒が試行錯誤しながら問題解決することができるように、導入場面の対話によって生まれた生徒の疑問を基に追加情報を提示する。終末場面では、生徒が本時の学習や既習事項を活用したくなるような問題を提示する。一つ目の手立てを行うことにより、二つ目に講じる手立てが必要感のあるものになると考える。二つ目に、つなげる対話である。導入場面では、情報不足の問題場面を提示したことで生まれた疑問と問題場面をつなげ、解決の見通しをもつための対話を行う。展開場面では、試行錯誤しながら問題解決する中で、自分の考えを明確にしたり、自分と他者の考えをつなげたりし、比較・検討できるようにするための対話を行う。終末場面では、本時の学習と既習事項をつなげ、理解を確かなものにするための対話を行う。これらの手立てを通して、生徒の発話が中心となって進む授業、他者の考えを自分の考えに取り入れたり、自分の考えを深めたりするために対話をする授業を目指す。

3 単元の目標及び生徒の実態

	目 標	生徒の実態
知識及び技能	<ul style="list-style-type: none"> 関数 $y = ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。 	<ul style="list-style-type: none"> 「一次関数」では、表や式から関数の変化を読み取ったり、グラフから関数の変化や対応の特徴を理解したりできる生徒が大半である。 文章題になると、どの量を x や y にすればよいか分からず、立式に至らない生徒が多い。
思考力、判断力、表現力等	<ul style="list-style-type: none"> 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ペア学習では、既習事項を用いながら自分の考えを友達に説明する姿が見られる。 数学的な表現を用いながら他者に説明できる生徒は多くない。
学びに向かう力、人間性等	<ul style="list-style-type: none"> 関数 $y = ax^2$ について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。 	<ul style="list-style-type: none"> 複雑な問題を考える場合など、一人では解決することが難しい問題に、友達と情報を共有しながら学習に取り組める生徒が多い。

4 評価規準

知識・技能	<ul style="list-style-type: none"> ①関数 $y = ax^2$ について理解している。 ②事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知っている。 ③いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。
思考・判断・表現	<ul style="list-style-type: none"> ①関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。 ②関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。
主体的に学習に取り組む態度	<ul style="list-style-type: none"> ①関数 $y = ax^2$ の必要性和意味を考えようとしている。 ②関数 $y = ax^2$ について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③関数 $y = ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

5 指導及び評価の計画（全 16 時間：本時第 13 時）

過程	時間	□学習活動	知	思	態	◆評価項目<方法（観点）> ○指導に生かす評価、●評定に用いる評価
であ う	1	□斜面に沿ってミニカーを走らせたときの様子を調べ、 y が x の 2 乗に比例する関係について考える。		○		◇ x と y の関係を、比率などの観点から考察している。 <観察・ノート（思①）>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>[単元の課題] 2 乗に比例する関数と 1 次関数との違いは何だろうか。</p> </div>						
追 究 す る	2	□様々な数量を x の式で表し、2 乗に比例する関数の考え方を利用して、値の組から式を求める。	○		●	◆数学の事象の中に多様な関数関係を見いだそうとしている。 <発言・ノート（態①）> ◇値の組から 2 乗に比例する関数の式を求めることができる。 <発言・ノート（知①）>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>[本時のめあて] x と y の関係から、どのようにして関数の式を見つけることができるだろうか。</p> </div>						

3	<input type="checkbox"/> 点を細かくとることで、関数 $y = x^2$ を描き、グラフの形を調べる。	○		<input type="checkbox"/> 点を細かくプロットすることで関数 $y = x^2$ のグラフがなめらかな曲線になることを理解することができる。 <発言・ノート (知①)>
<p>[本時のめあて] たくさん点をとることで、どんな特徴が見えてくるだろうか。</p>				
4	<input type="checkbox"/> 関数 $y = ax^2$ のグラフを描き、グラフの特徴について調べる。	○		<input type="checkbox"/> 関数 $y = x^2$ のグラフに基づいて、 $a > 0$ のときの関数 $y = ax^2$ のグラフを描き、グラフの特徴について理解することができる。 <発言・ノート (知①)>
<p>[本時のめあて] 2乗に比例する関数のグラフには、どんな特徴やきまりがあるだろうか。</p>				
5	<input type="checkbox"/> $y = x^2$ と $y = -x^2$ のグラフの関係を考え、 $a < 0$ の場合の関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴について調べる。	○	●	<input type="checkbox"/> 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を整理し、理解することができる。 <ノート・ワーク (知①)> <input checked="" type="checkbox"/> 関数 $y = ax^2$ のグラフと a の値との関係を考察し、説明している。 <発言・ノート (思①)>
<p>[本時のめあて] a の値が変わると、グラフにどのような変化が表れるのだろうか。</p>				
6	<input type="checkbox"/> 関数 $y = ax^2$ の値の変化や変域について考え、求める。	○		<input type="checkbox"/> 関数 $y = ax^2$ の値の変化や変域をグラフと関連付けて理解することができる。 <発言・ノート (知①)>
<p>[本時のめあて] x の値の変化に応じて、y はどのように変化するのだろうか。</p>				
7	<input type="checkbox"/> 1次関数の変化の割合と関数 $y = ax^2$ の変化の割合を比較し、 $y = ax^2$ の変化の割合を求める。	○		<input type="checkbox"/> 変化の割合を求めることができる。 <発言・ノート (知①)>
<p>[本時のめあて] 一次関数の変化の割合と何が違うのだろうか。</p>				

	8 <input type="checkbox"/> 変化の割合の具体例として平均の速さについて考える。 <input type="checkbox"/> 関数 $y = ax^2$ の性質を関数 $y = ax + b$ の性質と比較しながらまとめる。	○		●	◆斜面を転がるボールの平均の速さを $y = ax^2$ の変化の割合と捉えようとしている。 <発言・ノート (態②)> ◇関数 $y = ax^2$ の性質と関数 $y = ax + b$ の性質との違いを理解することができる。 <発言・ノート (知①)>
[本時のめあて] 関数にはどんな種類があり、それぞれにどんな性質があるのだろうか。					
	9 <input type="checkbox"/> 確認問題に取り組む。	●			◆関数 $y = ax^2$ の値の変化や変化の割合を求めることができる。 <観察・プリント (知①)>
[本時のめあて] 2乗に比例する関数の性質や式の求め方を使って、問題を解こう。					
つかう	10 <input type="checkbox"/> 図形が移動する際の面積の変化について考える。	○	○		◇事象について考えるために、グラフから適切に読み取り、問題を解決している。 <発言・ノート (思②)> ◇求めた関数の式から、事象に合う x の値を求めることができる。 <発言・ノート (知③)>
[本時のめあて] 図形が移動すると、面積はどう変わるだろうか。					
	11 <input type="checkbox"/> 放物線と直線が交わる問題について考える。		●		◆放物線と直線の位置関係を利用して問題を解決している。 <発言・ノート (思②)>
[本時のめあて] 放物線と直線はどこで交わるのだろうか。					
	12 <input type="checkbox"/> 速さと制動距離の関係について、表、式、グラフを用いて表す。		○		◇速さと制動距離の関係について、表、式、グラフを用いて考え、表している。 <発言・ノート (思②)>
[本時のめあて] 制動距離は速さとどのような関係があるのだろうか。					

13 (本時)	□車の速さと制動距離の関係を、関数を用いて考え、説明する。	●	◆ブレーキ痕の長さや速度の関係について、2乗に比例する関数の特徴を根拠として説明している。 <発言・ノート(思②)>
<p>[本時のめあて] ブレーキ痕からどちらの運転手の主張が正しいのかを数学で解明しよう。</p>			
14	□荷物の重さと宅配料金について考え、その特徴を明らかにする。	●	◆荷物の重さと宅配料金について変化や対応の様子を調べ、その特徴を明らかにすることができる。 <発言・ノート(知③)>
<p>[本時のめあて] 荷物の重さが増えると、料金はどう変わるだろうか。</p>			
15	□単元末問題に取り組む。	○	● ◇関数 $y = ax^2$ の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 <観察・プリント(知①②③)> ◆関数 $y = ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。 <ノート(態③)>
<p>[本時のめあて] 関数 $y = ax^2$ の問題を表、式、グラフを用いて解決しよう。</p>			
16	□単元テストに取り組む。	●	◆関数 $y = ax^2$ の必要性と意味を理解し、関数 $y = ax^2$ の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりしている。 <テスト(知①②③)>

II 第13時の学習

- 1 ねらい 与えられたブレーキ痕の長さから事故直前の車の速さを求める活動を通して、
 $y = ax^2$ の関係を活用して解決方法を数学的に説明できるようにする。

2 展開

<p>主な学習活動 予想される児童(生徒)の反応〔S〕</p>	<p>◎研究上の手立て ○指導上の留意点 ◆評価項目(観点)</p>
<p>1 警察官になって事故を解決するという場面を設定し、速さと制動距離の関係について考えていくことで、めあてを設定する。 (導入5分)</p> <p>S : 制動距離は速さの2乗に比例する。 S : 2乗に比例するということは $y = ax^2$ で表すことができる。</p>	<p>○問題解決の必要性を感じることができるよう、身近な場面を設定する。</p> <p>○制動距離と速さの関係に着目し、それを表、式、グラフに表すことができるように、前時の学習内容を想起させる発問を行う。</p>
<p>(問題場面)</p> <p>ある雨の日、道路で事故が発生した。前の車が停止したところ、後ろの車が止まりきれず、ぶつかってしまったようだ。後ろの車の運転手は「制限速度で走っていたのにぶつかってしまった。」と話しているが、前の車の運転手は「制限速度よりもスピードが出ていた。」と主張している。目撃者はおらず、唯一の手がかりは道路に残されたブレーキ痕(制動距離とほぼ等しい)だけ。どちらの運転手の主張が正しいのか、捜査して解決せよ。</p>	
<p><めあて> ブレーキ痕からどちらの運転手の主張が正しいのかを数学で解明しよう。</p>	<p>○問題場面を具体的にイメージできるように、場面絵を用意し、情報を視覚的に整理して提示する。</p> <p>○問題解決に必要な情報を自ら収集し、見通しをもつことができるように、問題場面をあえて情報が不足している状態で提示する。</p>
<p>(追加情報)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・現場の捜査記録によると、ブレーキ痕の長さは約40mだった。 ・この道路の制限速度は時速50kmである。 ・雨に濡れたアスファルトの道路では、$a=0.008$となる。 	
<p>2 個人に必要な情報を収集し、表、式、グラフを用いて考察する。 (展開25分)</p> <p>S : 何を考えればよいか分からない。 S : 表を使ってみよう。 S : $y = ax^2$ の式を使おう。 S : グラフにして交点を見てみよう。</p>	<p>◎表、式、グラフを関連付けて考察することができるように、他の考えをしている生徒とつなげたり、他の方法を選択したりするように言葉を掛ける。</p> <p>◎自分の考えと他者の考えを比較・検討できるように、他の表し方で考えている友達や同じ考えをしている友達と対話をするように助言する。</p>


<p>3 対話をしながら自分の考えを明確にしたり、修正したりする。対話の途中で、生徒が表、式、グラフを黒板に書く。</p> <p>S : 表を使って考えてみたら、時速70kmのときのブレーキ痕が分かった。</p> <p>S : だいたい速さは分かったけれど、だいたいでいいのかな？</p> <p>S : $y = ax^2$に分かっている数値を代入して考えてみたら、時速$50\sqrt{2}$kmだということが分かった。</p> <p>S : 今まで表、式、グラフの3点セットで考えてきたから、他の表し方でもやってみよう。</p>	<p>◎問題解決がうまく進んでいない生徒が解決の手掛かりを見付けられるように、どの表し方で解いているかを問い掛け、同じ表し方をしている友達のところへ行くよう促す。</p> <p>○対話を通してどのような変化や深まりがあったのかが分かるように、自分の考えに友達の考えを付け足すように助言する。</p>
<p>4 本時のまとめをし、終末の問題に取り組み、自分の考えを説明する。 (終末20分)</p> <div data-bbox="177 831 804 1128" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><まとめ></p> <ul style="list-style-type: none"> ・前の車の運転手の言ったことが正しい。 ・ぶつかった時の自動車の速度を、式を使って求めたら、だいたい時速 70 kmだということが分かった。 ・後ろの運転手の「制限速度時速 50 kmで走っていた」という主張はうそである。 </div> <div data-bbox="177 1167 1394 1272" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><終末の問題></p> <p>運転手が制限速度を守って走っていたら、ブレーキ痕は何mになっていたか。</p> </div>	<p>○本時の学習内容を自覚できるように、表、式、グラフをどのように利用して考えたか、キーワードは何かという視点からまとめるよう助言する。</p> <p>○既習事項とのつながりや新たな気づきを整理できるように、ペアで気付いたことを伝え合うよう促す。</p>
<p>S : xは制限速度を表しているの、表の$x=50$のときのyの値を見る。すると、20なので、ブレーキ痕は20mになる。</p> <p>S : 制限速度時速50kmは$x=50$を表しているの、式$y=0.008x^2$のxに50を代入する。すると、$y=20$となるので、ブレーキ痕は20mである。</p> <p>S : グラフの$x=50$のときのyの値を見ると、ちょうど$y=20$となっているので、ブレーキ痕は20mである。</p>	<p>◎理解を確かなものにできるようにするために、本時の学習で得た思考のプロセスのうち、何を活用して考えたのかを明らかにして対話をするように促す。</p> <div data-bbox="826 1469 1422 1688" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>◆評価項目</p> <p>ブレーキ痕の長さや速度の関係について、2乗に比例する関数の特徴を根拠として説明している。</p> <p style="text-align: right;"><発言・ノート(思②)></p> </div>

3 板書計画

p. 132~133

(問題場面)

ある雨の日、道路で事故が発生した。前の車が停止したところ、後ろの車が止まりきれず、ぶつかってしまったようだ。後ろの車の運転手は「制限速度で走っていたのにぶつかってしまった。」と話しているが、前の車の運転手は「制限速度よりもスピードが出ていた。」と主張している。目撃者はおらず、唯一の手がかりは道路に残されたブレーキ痕（制動距離とほぼ等しい）だけ。どちらの運転手の主張が正しいのか、捜査して解決せよ。



(追加情報)

- 現場の捜査記録によると、ブレーキ痕の長さは約40mだった。
- この道路の制限速度は時速50kmである。
- 雨に濡れたアスファルトの道路では、 $a=0.008$ となる。

ブレーキ痕からどちらの運転手の主張が正しいのかを数学で説明しよう。

x (km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70
y (m)	0	0.8	3.2	7.2	12.8	20	28.8	39.2

式

$$y = 0.008x^2$$

$$40 = 0.008x^2$$

$$x^2 = 40/0.008$$

$$x^2 = 5000$$

$$x = \pm 70.7\dots$$

$$x > 0 \text{ より } x = 70.7\dots \text{ 時速約 } 70 \text{ km}$$

グ (モニター①)

前の車の運転手の言ったことが正しい。
ぶつかった時の自動車の速度を、式を使って求めたら、だいたい時速70kmだということが分かった。
後ろの運転手の「制限速度時速50kmで走っていた」という主張はうそである。

運転手が制限速度を守って走っていたら、ブレーキ痕は何mになっていただろうか。

- 表の $x=50$ のときの y の値を見ればよい。
- $y=0.008x^2$ の x に50を代入しよう。
- グラフの $x=50$ のときの y の値を見ればよい。

↓

x (km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70
y (m)	0	0.8	3.2	7.2	12.8	20	28.8	39.2

$y = 0.008x^2$ の x に50を代入
 $y = 0.008 \times 50^2$
 $y = 20$

グ (モニター②)

