数 学 科 学 習 指 導 案

単元名「図形と計量（数学Ⅰ）」

令和７年９月・10 月　指導者　松本　誠仁

Ⅰ　単元の構想

１　単元観

本単元では、三角比を基に、図形の構成要素間の関係を数量的に捉え、表現し、考察する力を育成する。中学校で学習した相似や三平方の定理を土台として、角の大きさと辺の比との対応に着目し、図形を計量的に扱うための見方・考え方を広げていく。

本単元で扱う「図形と計量」に関する内容は、建物の高さや距離の測定、斜面の傾き、位置関係の把握など、日常生活や社会の様々な場面に現れている。直接測ることが難しい量を、図形の関係に着目して求めるという考え方は、数学が現実の事象を捉え、理解するための有効な方法であることを示している。

学習はまず、鋭角三角形における三角比の意味理解から始まり、次第にその考え方を鈍角三角形へと拡張していく。鋭角の場合に成立していた関係が鈍角の場合にも成り立つのかを考察する過程を通して、三角比が特定の図形に限られたものではなく、より一般的な図形の計量に用いられる見方であることを捉える。

こうした考察を通して、三角形における正弦定理や余弦定理を位置付け、限られた情報から三角形の辺の長さや角の大きさを求める方法を捉える。定理や公式は、図形の関係を数量的に表現し整理する中で位置付けられるものであり、図形を統合的に捉えるための重要な手段となる。

以上のように、本単元は、図形の関係を数量的に捉える見方・考え方を段階的に広げながら、数学が現実の事象を理解し、問題解決に活用できることを実感していくとともに、数学Ⅱの三角関数や物理分野への応用につながる基盤を形成する。

２　研究との関わり

本研究では、「高等学校数学科における非認知能力の育成―過程を重視する『探究的な学び』の実現を目指した授業実践―」を研究主題としている。特に、数学科の学習において、生徒が既習事項を手掛かりに課題に向き合い、試行錯誤しながら考えを深めていく過程に着目し、こうした学びの姿を支える「学びに向かう力、人間性等」の育成をねらいとしている。

本指導案における「探究的な学び」とは、数学的な問いに対して、生徒が既習事項を手掛かりに見通しを立て、試行錯誤しながら考察・表現し、その過程を振り返る学びを指す。本研究は、特定の単元を研究のために選択したものではなく、教育課程上設定されている指導内容を、どのように授業として具体化していくかという視点から進めている。

高等学校数学科において「図形と計量」は、三角比や定理を用いて図形の構成要素間の関係を数量的に捉え、既習事項を手掛かりに未知の数量を考察する学習場面が多く含まれる単元である。こうした単元の特質に着目し、本研究では、生徒が試行錯誤しながら考えを深めていく学習過程を通して、数学科における「学びに向かう力、人間性等」が発揮される授業改善を行うこととした。

本研究においては、単元全体を通して生徒と共有したい学びの到達点を明確にした上で、その到達に向けて授業内容に軽重を付けた単元構想を行うことを重視している。具体的には、まず学習指導要領に示されている本単元の指導内容や育成を目指す資質・能力について、研究協力校（以下、協力校）の数学科教員と共通理解を図った。その上で、本単元の学習を通して生徒が身に付けているとよい理解や考え方について協議を行い、本単元を通して「生徒と目指す学びのゴール」を設定した。

本単元においては、単元全体を見通した「大きなゴール」と、各授業段階で共有する「小さなゴール」を設定し、生徒が学習の見通しをもって課題に向かえるようにした。大きなゴールとしては、「ある図

形において、一部の辺の長さや角の大きさが分かれば、正弦定理や余弦定理を用いて他の辺の長さや角の大きさ、面積を求めることができる」という見方・考え方を身に付けることを位置付けている。また、小さなゴールとしては、鋭角の三角比の意味を理解すること、三角比を鈍角に拡張する意義を理解すること、三角比の定義から様々な性質が成り立つことを理解することの三点を設定し、これらを各授業段階で共有しながら、図形を数量的に捉える見方・考え方を段階的に深めていくことを意図している。

本単元は、高等学校第１学年で扱う内容であり、中学校数学における図形分野の学習を基盤としている。また、本単元を含む「数学Ⅰ」は必履修科目であることから、生徒の数学的な既習事項や考え方の差を踏まえ、既に学んだ内容を手掛かりにしながら未知の問題に向かう学習過程を重視した授業計画とした。既習事項を活用して考察を進めることにより、新たな概念や定理が、生徒にとって意味のあるものとして位置付くことを意図している。

以上を踏まえ、本単元では、生徒がどのように考え、試行錯誤しながら問題解決に向かうかという過程そのものを大切にした授業展開を、すべての授業に共通する前提としている。授業においては、誤りや途中段階の考えも問題解決に向かう一つの過程として取り上げ、生徒の発言や考えを否定せずに共有することで、数学的に考えることに安心して向き合える学習環境を整える。

以上のように、本指導案は、数学科の通常の単元・授業において、生徒が既習事項を手掛かりに試行錯誤し、考えを比較・検討しながら問題解決に向かう過程を意図的に位置付けたものである。本研究で目指す「過程を重視する探究的な学び」が、実際の授業場面でどのように具体化され、生徒の「学びに向かう力・人間性等」の発揮につながるのかを示す補助資料として位置付ける。

３　単元の目標及び生徒の実態

	目　標	生徒の実態
知識及び技能	三角比における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。	基本的な概念を理解しようとする姿勢が見られ、公式を覚え適用することができる。
思考力、判断力、表現力等	三角比の考え方を通して、事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し、統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付ける。	・具体的な事象を考える中で、既習事項を手掛かりに一般化することに学びのよさを感じる生徒が多い。 ・問題解決の結果を基に事象の本質や他の事象との関係を考察したりすることについては、十分でない生徒も見られる。
学びに向かう力、人間性等	三角比における数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。	・他者と協働して問題解決しようとする姿勢が見られる。 ・問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとすることに課題がある。

４　評価規準

知識・技能	①　鋭角の三角比の意味と相互関係について理解している。 ②　三角比を鈍角まで拡張する意義を理解し、鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求める方法を理解している。 ③　正弦定理や余弦定理について三角形の決定条件や三平方の定理と関連付けて理解し、三角形の辺の長さや角の大きさなどを求めることができる。
思考・判断・表現	①　図形の構成要素間の関係を三角比を用いて表現するとともに、定理や公式として導くことができる。 ②　図形の構成要素間の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。

主体的に学習に取り組む態度	① 図形と計量における数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとしている。 ② 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

５　指導及び評価の計画（全 19 時間）

本章では、単元全体を見通した指導及び評価の計画を示す。なお、本単元においては、生徒の探究的な学びが特に顕在化すると想定される授業について、後の章（Ⅱ、Ⅲ）において授業展開を具体的に示す。

次	時間	指導計画
第１次	第１時 ～ 第６時	鋭角三角形において、角の大きさと辺の比との関係に着目し、三角比や正弦定理・余弦定理を用いて図形の関係を数量的に捉える見方・考え方を形成する。
第２次	第７時 ～ 第 12 時	鋭角三角形で成り立っていた三角比や正弦定理・余弦定理の関係を鈍角の場合へと拡張し、それらが三角形一般に成り立つ関係であることを統合的に捉える。
第３次	第 13 時 ～ 第 18 時	正弦定理や余弦定理、三角比を活用し、平面図形や空間図形、実生活的な事象を図形の関係に着目して計量的に捉え、問題解決を図る。
	第 19 時	単元テストを行う。

時間	□学習活動 ★探究的な学びが現れる指導の工夫	知	思	態	◆評価項目＜方法（観点）＞ ○指導に生かす評価、●評定に用いる評価
1	□はしご車のはしごが、起伏角度を 60°、74°としたとき、どのくらいの高さに到達するか考える。 ★事象を数学的に捉え、既習の知識を手掛かりに試行錯誤する中で、直角三角形における角と辺の比の関係に気付くことができるようにする。		○	○	◆直角三角形において、鋭角の大きさと辺の比との関係に着目し、はしごの到達する高さを考察することができる。 ＜ワークシート（思②）＞ ◆既習の知識を用いたり、学び直したりしながら、問題解決に向け粘り強く考察しようとしている。 ＜観察・振り返りシート（態①）＞
	［単元の学習課題］ **図形の一部の辺や角が与えられたとき、他の辺の長さや角の大きさをどのように求めるか。**				
2	□鋭角の三角比の定義を確認する。 □直角三角形を用いた三角比の定義から、三角比の相互関係を導出する。		○		◆鋭角の三角比の定義から、三角比の相互関係を導出することができる。 ＜ワークシート（思①）＞
	［本時の目標］ **鋭角の三角比の定義を用いて、$\sin\theta$,$\cos\theta$,$\tan\theta$ の関係を導こう。**				

3・4・5	□二辺とその間の角が与えられた鋭角三角形において、分割した直角三角形の辺の比に着目し、残りの辺の長さの求め方を考える。 ★直角三角形を作り、三角比を使って線分の長さを表現することや、一般化した三角形において余弦定理を導出することで、鋭角の三角比の意義を実感できるようにする。		●	●	◆二辺とその間の角が与えられた鋭角三角形において、残りの辺の長さを求める方法を一般化することができる。 ＜観察・ワークシート（思①）＞ ◆与えられた三角形を直角三角形に分割し、三角比を用いて一部の線分の長さを表現したり、他の辺の長さの求め方を考察したりすることで、余弦定理を導出しようとしている。 ＜観察・ワークシート（態①）＞
	□一辺とその両端の角が与えられた鋭角三角形において、直角三角形の辺の比に着目し、残りの辺の長さや外接円の半径の求め方を考える。 ★直角三角形を作り、三角比を使って線分の長さを表現することや、一般化した三角形において正弦定理を導出することで、鋭角の三角比の意義を実感できるようにする。		●	●	◆一辺とその両端の角が与えられた鋭角三角形において、残りの辺の長さや外接円の半径を求める方法を一般化することができる。 ＜観察・ワークシート（思①）＞ ◆与えられた三角形を分割して現れた直角三角形や外接円の直径を一辺とする直角三角形において、三角比を用いて一部の線分の長さを表現したり、他の辺の長さや外接円の半径の求め方を考察したりすることで、正弦定理を導出しようとしている。 ＜観察・ワークシート（態①）＞
	［第３・４・５時の目標］ **三角比を用いて、三角形の辺の長さや角の大きさに関する式を作ろう。**				
6	□正弦定理や余弦定理を用いて、鋭角三角形における辺の長さや角の大きさを求める。 □三辺の長さが与えられた三角形において、余弦定理を用いて一つの内角の余弦を求める。その値が負となるとき、その三角形の特徴について考察する。 ★余弦が負の値になる三角形の形状を考察することで、鈍角の三角比の必要性に気付く機会を与える。	○			◆正弦定理や余弦定理を用いて、三角形の辺の長さや角の大きさを求めることができる。 ＜ワークシート（知③）＞
	［本時の目標］ **一部の辺の長さや角の大きさが与えられた三角形において、その他の辺の長さや角の大きさを求めよう。**				

7	□単位円による三角比の定義を学ぶ。 □鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求める。	○			◆鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求めることができる。 ＜ワークシート（知②）＞
	［本時の目標］ **鋭角の三角比を用いて、鈍角の三角比を求めよう。**				
8・9・10	□二辺の長さとその間の角の大きさが与えられている三角形において、与えられた角の大きさが鋭角、直角、鈍角のときの対辺を求める式をそれぞれの場合で考える。 □鋭角、直角、鈍角それぞれの場合で導出した式を比較し、統合的に考察する。 ★自力で導出した三つの式の共通点・相違点を考察し、鈍角の三角比の定義によりそれらを統合できることから、鈍角の三角比の意義を実感できるようにする。		●	●	◆鋭角・直角・鈍角それぞれの場合に導出された式の共通点や相違点を認識し、統合的・発展的に考察している。 ＜ワークシート（思①）＞ ◆与えられた三角形を直角三角形に分割したり、三角比を用いて一部の線分の長さを表現したりすることで、他の辺の長さの求め方を考察しようとしている。 ＜ワークシート（態②）＞
	□一辺の長さとその両端の角の大きさが与えられている三角形において、与えられた角の一つが鈍角のときのその対辺を求める式を考える。 ★正弦定理の式を鋭角三角形のときと鈍角三角形のときのそれぞれで考察することで、鈍角の三角比の意義を実感できるようにする。		●	●	◆与えられた三角形を直角三角形に分割したり、三角比を用いて一部の線分の長さを表現したりすることで、鈍角の対辺の長さの求め方を考察している。 ＜ワークシート（思①）＞ ◆与えられた三角形を直角三角形に分割したり、三角比を用いて一部の線分の長さを表現したりすることで、鈍角の対辺の長さの求め方を考察しようとしている。 ＜ワークシート（態②）＞
	［第８・９・10 時の目標］ **鋭角三角形で成り立っていた余弦定理・正弦定理が、鈍角三角形においてどのような式で表されるかを考えよう。**				
11	□座標平面上の直線がx軸の正の向きとなす角と直線の傾きの関係を考察する。 □三角比を含む方程式の問題の解法を考察する。	○			◆座標平面上の直線がx軸の正の向きとなす角や、三角比を含む方程式の問題を、三角比の定義と結び付けて考察し、処理することができる。 ＜ワークシート（知②）＞
	［本時の目標］ **直線$y=mx$と、直線が x 軸の正の向きとなす角θの関係や、三角比を含む方程式の解き方を考えよう。**				

12	□二辺の長さと一つの角の大きさが与えられた三角形において、与えられた角が二辺の間の角である場合とそうでない場合で，他の辺の長さや角の大きさを求める。 □それぞれの場合に得られた結果を比較し、与えられた条件によって三角形の定まり方が異なることを考察する。	○			◆二つの辺の長さと一つの角の大きさが与えられた三角形において、その形状を三角形の決定条件と関連付けて考察し、三角形の辺の長さや角の大きさを求めることができる。 ＜ワークシート（知③）＞
	［本時の目標］ **一部の辺の長さや角の大きさが与えられた三角形において、その他の辺の長さや角の大きさを求めよう。**				
13	□正弦定理を用いて、三角形の三辺の長さの比と、それぞれの対角の正弦の比について考察する。 □正弦定理と余弦定理を用いて、三角比で表された条件式から三角形の形状を求める。 ★正弦定理や余弦定理により、複雑な式から図形の特徴を見出す活動を通して、それぞれの定理のよさを実感できるようにする。		○		◆正弦定理により、三角形の三辺の比とそれぞれの対角の正弦の比の関係を考察することができる。 ＜ワークシート（思②）＞ ◆正弦定理や余弦定理を用いて、条件を満たす図形の特徴を考察することができる。　＜ワークシート（思②）＞
	［本時の目標］ **正弦定理や余弦定理を用いて、与えられた条件から図形の特徴を考察しよう。**				
14	□二辺とその間の角が与えられた三角形の面積の求め方を考察する。 □三辺の長さが与えられた三角形の面積の求め方を考察する。 ★三角形の高さをどのように表すかを考察する過程を通して、三角比を用いることの有用性を実感できるようにする。	○			◆正弦の値を使って三角形の高さを表すことができる。また、三角形の面積を求めることができる。 ＜ワークシート（知③）＞
	［本時の目標］ **二辺とその間の角が与えられた三角形や、三辺の長さが与えられた三角形の面積を求めよう。**				

15 ・ 16 ・ 17	□三角形の面積を２通りで表すことにより、三角形の内接円の半径を求める。 □三角形の面積を２通りで表すことにより、三角形の一つの内角の二等分線の長さを求める。 □円に内接する四角形の辺の長さや面積を求める。		○		◆三角形の面積を２通りで表すことのよさを認識し、三角形の内接円の半径や二等分線の長さを求めることができる。　＜ワークシート（思②）＞ ◆円に内接する四角形において、図形の構成要素間の関係に着目し、余弦定理で辺の長さや面積を求めることができる。　＜ワークシート（思②）＞
	□直方体ABCD-EFGHにおいて、△AFCの面積を求める。 □正四面体の高さや体積を求める。 □与えられた条件から、直接測ることのできない山の高さを求める。		○		◆空間図形の問題を平面的に捉えることで、正弦定理や余弦定理を用いて辺の長さや面積を求めることができるか考察している。 ＜ワークシート（思②）＞ ◆三角比を用いて空間図形における距離・高さを求めることができる。 ＜ワークシート（思②）＞
	［第 15・16・17 時の目標］ **これまで学んだ定理・公式を用いて、図形における線分の長さや面積を、三角比を用いて求めよう。**				
18	□三角比に関連する問題を解く。	○	○		◆三角比における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりすることができる。 ＜ワークシート（知①②③）＞ ◆図形を計量的に捉える考え方を通して、事象を論理的に考察し、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現することができる。 ＜ワークシート（思①②）＞
19	■本単元のまとめ	●	●		◆図形と計量における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりすることができる。 ＜単元テスト（知①②③）＞ ◆図形を計量的に捉える考え方を通して、事象を論理的に考察し、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現することができる。 ＜単元テスト（思①②）＞

Ⅱ　第１時の学習

１　ねらい

直角三角形において、鋭角の大きさが分かれば三辺の比がただ一通りに定まることを、既習事項を手掛かりに試行錯誤しながら理解できるようにする。

２　展　開

<table>
<tr><th>主な学習活動
予想される生徒の反応〔Ｓ〕</th><th>◎探究的な学びが現れる工夫
○指導上の留意点
◆評価項目（観点）</th></tr>
<tr><td>１　タワーマンションが建設されている話や、はしご車が出動していた話から、はしご車はどのくらいの高さまで到達することができるかを考える。（７分）

＜問題＞
はしご車のはしごは、起伏角度を 60°、74°としたとき、どのくらいの高さに到達するか。
ただし、はしごの長さは 30ｍ とし、はしごの支点は地上から２ｍのところにある。

Ｓ：角度とはしごの長さの条件をどのように使えばよいだろう。
Ｓ：状況を簡単な図にして表してみよう。</td><td>◎目的意識をもたせるために、実際に存在するマンションやはしご車の映像を見せる。

◎生徒の試行錯誤を促すため、分度器や定規、ＩＣＴなどを活用してよいことを伝える。</td></tr>
<tr><td>２　はしご車のはしごまでの高さが２ｍ、はしごの長さが 30ｍ、はしごの起伏角度が 60°のとき、はしごがどのくらいの高さに到達するかを個人で考える。（７分）</td><td>◎生徒の試行錯誤を促すため、間違っていてもいいから問題解決に向け考えることが大切であると伝える。</td></tr>
<tr><td colspan="2">【 想定される生徒の解答 】
Ｓ１：３つの内角がそれぞれ 30°、60°、90°の直角三角形の縮図から、実際に辺の比を求めて、到達する高さを求める。
（はしごの長さ）：（直角三角形の高さ）＝（縮図の斜辺）：（縮図の高さ）
30m　:　x(m)　=　4cm　:　3.5cm
x=26.25(m)
よって、はしごの到達する高さは　26.25+2=28.25(m)

Ｓ２：３つの内角がそれぞれ 30°、60°、90°の直角三角形の辺の比が $1:2:\sqrt{3}$ になることから、到達する高さを求める。
30m　:　x(m)　=　2　:　$\sqrt{3}$
$x=15\sqrt{3}$ (m)
よって、はしごの到達する高さは　$15\sqrt{3}+2$ (m)</td></tr>
<tr><td>３　生徒同士で意見を出し合ったり、解法を板書したりすることで、全体で意見を共有する。（８分）</td><td>○三平方の定理を用いようとする意見や、縮図を描いて考えようとする意見などが出る中で、角の大きさが同じであれば三角形の大きさに関わらず辺の比が等しくなることに気付く生徒の考えを取り上げる。</td></tr>
</table>

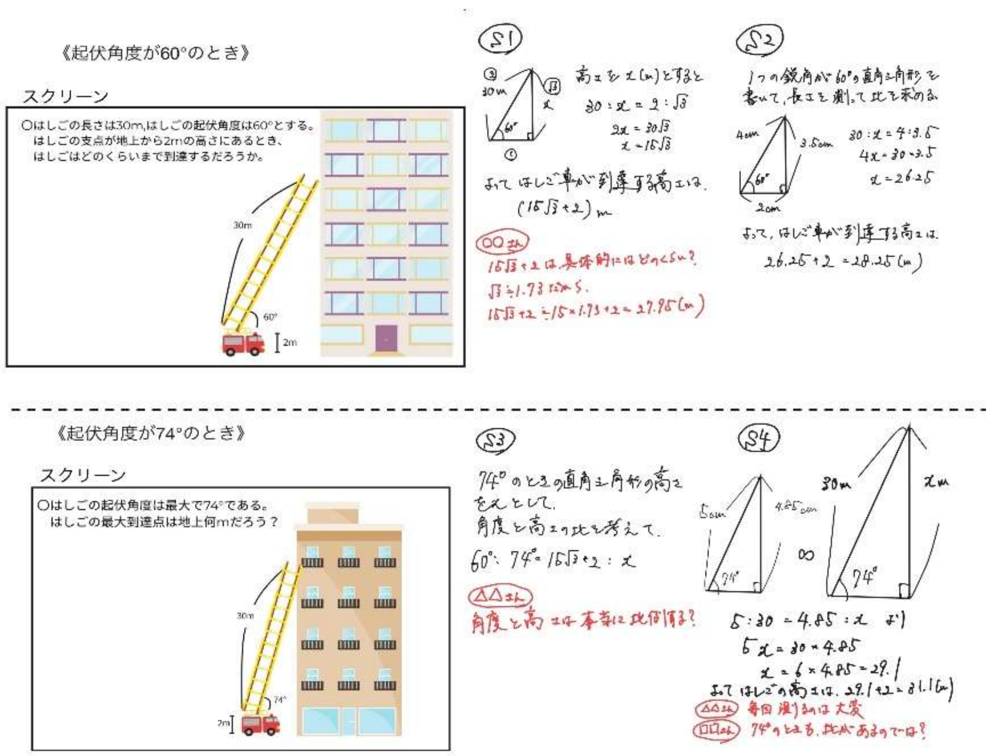
<table>
<tr><td>4　起伏角度が 74°のとき、はしごがどれくらいの高さに到達するかを個人で考える。（８分）</td><td>◎辺の比がすぐには分からない場合にも、角の大きさと辺の比との関係に着目する必要があることに気付くことができるよう、60°のときと同じ考え方で解決できるかを問い掛ける。
○手が止まっている生徒には、声掛けを通して問題解決の見通しがもてるようにする。</td></tr>
<tr><td colspan="2">【 想定される生徒の解答 】
Ｓ３：角度と直角三角形の高さが比例すると考え、$60^\circ : 74^\circ = (15\sqrt{3}+2) : x$ と立式する。

Ｓ４：３つの内角がそれぞれ 16°、74°、90°の直角三角形をワークシートに書き、実際の辺の長さを測り、相似比で高さを求める。
（はしごの長さ）：（直角三角形の高さ）＝（縮図の斜辺）：（縮図の高さ）
30m　：　x (m)　＝　5 cm　：　4.85 cm
よって　x=29.1 (m)　　したがって、はしごの到達する高さは 29.1+2=31.1(m)

Ｓ５：３つの内角がそれぞれ 16°、74°、90°の直角三角形の３辺の比に着目するが、手が止まる。</td></tr>
<tr><td>5　生徒同士で意見を出し合ったり、解法を板書したりすることで、全体で意見を共有する。（５分）</td><td>◎複数の解法を比較し、それぞれの考え方の違いや共通点に着目することで、生徒が問題解決の方法を考察できるようにする。</td></tr>
<tr><td colspan="2">【 想定される生徒と教師の対話 】
（Ｓ３に解答を説明してもらった後）
Ｔ：Ｓ３の解答について、意見はありますか？
Ｓ：角度が２倍になれば、高さも２倍になりそう。
Ｓ：角度と高さは比例しないと思う。２次関数のように、急に増えるということもあるのでは？
Ｔ：この単元を学ぶ中で、角度と高さの関係も確認してみよう。
（Ｓ４に解答を説明してもらった後）
Ｔ：Ｓ４の解答について、意見はありますか？
Ｓ：74°のときも、相似比を使って直角三角形の高さを求められそうだ。
Ｓ：長さを測って求められるが、毎回測るのは大変だ。
Ｓ：60°のときは $1:2:\sqrt{3}$ であったように、74°のときも特定の辺の比がありそうだ。</td></tr>
<tr><td>6　直角三角形では、一つの鋭角の大きさが定まれば辺の比がいつも同じになることを確認し、この関係を用いて問題解決ができたことを振り返った上で、鋭角の三角比を定義する。（５分）</td><td>○辺の比が定まるために、直角三角形の一つの鋭角が定まることが重要であることを生徒から引き出す。</td></tr>
</table>

7　本時を振り返り、重要な学びや疑問点を振り返りシートに記述する。　（５分） Ｓ：直角三角形の鋭角が定まれば、辺の比が定まることが分かった。 Ｓ：相似の考え方を用いて、日常の高さや長さを求めることができることが分かった。	○答えが出ずとも、問題解決のために自分なりに考えた姿勢を称賛する。 **◆評価項目** ◆直角三角形において、鋭角の大きさと辺の比との関係に着目し、はしごの到達する高さを考察することができる。 ＜ワークシート（思②）＞ ◆既習の知識を用いたり、学び直したりしながら、問題解決に向け粘り強く考察しようとしている。　＜観察・振り返りシート（態①）＞

３　板書計画



Ⅲ　第８・９時の学習

１　ねらい

鋭角三角形および鈍角三角形において、二辺とその間の角が与えられた場合の辺の長さの求め方をそれぞれ考察し、導かれた式を三角比の性質から整理・統合する過程を通して、三角比を鈍角まで拡張する意義に気付くことができるようにする。

２　展　開

<table>
<tr><th>主な学習活動
予想される生徒の反応〔Ｓ〕</th><th>◎探究的な学びが現れる工夫
〇指導上の留意点
◆評価項目（観点）</th></tr>
<tr><td>第８時
１　問題を把握し、個人で問題に取り組む。
（10 分）

＜問題＞
△ABC の辺の長さや角の大きさが次のように与えられたとき、aの値を求めよ。
(1)　$b=2, c=3, A=60°$
(2)　$b=2, c=3, A=120°$</td><td>◎生徒の試行錯誤、対話・交流を促すため、分度器や定規、ＩＣＴなどを活用したり、周囲と相談したりすることは自由であることを伝える。
◎生徒が思考しやすい状況を作るため、これまでの授業で扱った内容を問題に含む。
○(1)と(2)を連続して扱うことで、鋭角のときと同じ考え方で解決できるのか、生徒自身が違和感をもつ状況を意図的につくる。</td></tr>
<tr><td colspan="2">【 想定される生徒の解答 】
(1)について
Ｓ１：点Ｃから辺 AB に垂線を下ろし、2 つの直角三角形の辺の比と三平方の定理から求める。
垂線の長さが$\sqrt{3}$だから、三平方の定理より、$a^2=(\sqrt{3})^2+2^2$　よって、$a=\sqrt{7}$
Ｓ２：余弦定理で求める。
$a^2=2^2+3^2-2・3・cos60°$　より、　$a=\sqrt{7}$
(2)について
Ｓ３：点Ｃから直線 AB に垂線を下ろし、2 つの直角三角形の辺の比と三平方の定理から求める。
垂線の長さが$\sqrt{3}$だから、三平方の定理より、$a^2=(\sqrt{3})^2+4^2$　よって、$a=\sqrt{19}$
Ｓ４：鈍角三角形に余弦定理を適用する。
$a^2=2^2+3^2-2・3・cos120°$　より、　$a=\sqrt{19}$</td></tr>
<tr><td>２　生徒同士で意見を出し合ったり、解法を板書したりすることで、全体で意見を共有する。
（15 分）</td><td>○鈍角三角形に余弦定理を適用している解答を意図的に取り上げる。</td></tr>
<tr><td colspan="2">【 想定される生徒と教師の対話 】
Ｔ：Ｓ１やＳ２の解答について、意見はありますか？
Ｓ：これまでの学習で扱った通り、Ｓ１やＳ２の方法で求められる。
Ｔ：では、Ｓ３やＳ４の解答については意見ありますか？
Ｓ：120°のときも、直角三角形を使って辺の長さが求められそうだ。
Ｓ：Ｓ３とＳ４の値が同じだから、答えは合っていそうだ。
Ｓ：Ｓ４の余弦定理でも答えは出そうだが、本当に余弦定理を使っていいのかな？
Ｔ：本当に余弦定理を使っていいのか、というのはなぜそう思うのですか？
Ｓ：鈍角の時は、直角三角形の作り方が異なる。鋭角のときは一般化したが、
鈍角のときはまだ一般化できていない。
Ｔ：では、鈍角三角形においても一般化をしてみよう。</td></tr>
</table>

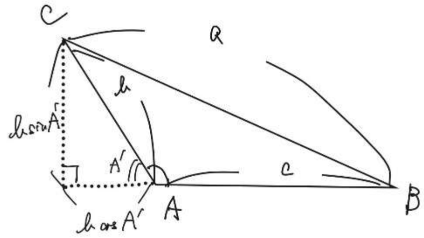
3　△ABC において、角Ａが鈍角の場合において、aの値がどのように求められるかを考察する。（10 分）	○思考が進まない生徒には、それまでの学習内容を振り返ったり、他の生徒と意見を交換したりするよう促す。

【 想定される生徒の解答 】

Ｓ５：∠Ａの外角をA'とする。右の図のように直角三角形を作り、三平方の定理を用いて、

$a^2 = (bsinA')^2 + (bcosA' + c)^2$

$a^2 = b^2 + c^2 + 2bccosA'$　（$sin^2A' + cos^2A' = 1$を用いた）

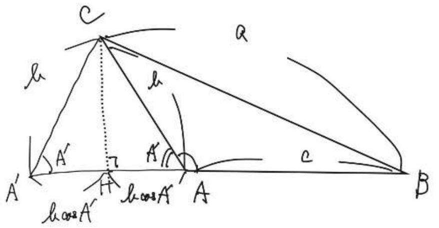


Ｓ６：∠Ａの外角をA'とする。△CAHと合同な△$CA'H$を作る。

△$CA'B$は鋭角三角形だから、余弦定理が使えて、

$a^2 = b^2 + (2bcosA' + c)^2 - 2b(2bcosA' + c)cosA'$ より、

$a^2 = b^2 + c^2 + 2bccosA'$



4　生徒同士で意見を出し合ったり、解法を板書したりすることで、全体で意見を共有する。（15 分）	◎複数の解法を比較し、それぞれの考え方の違いや共通点に着目することで、生徒が問題解決の方法を考察できるようにする。

【 想定される生徒と教師の対話 】

Ｔ：Ｓ５やＳ６の解答について、意見はありますか？

Ｓ：鋭角三角形のときと、似たような式が出てきた。

Ｓ：最後の項の符号が＋になっていることや、AではなくA'を使った式になっているのが気になる。

Ｔ：A'とAはどんな関係があるだろうか。

Ｓ：A'＋A=180°　です。

第９時 5　第８時の考察を振り返り、角Ａが鈍角である場合にも鋭角の場合と同じ形の式として表せるかを考えながら、$a^2 = b^2 + c^2 + 2bccosA'$の式を変形する。（10 分）	○第８時の学習内容や考察を丁寧に振り返ることで、本時の課題に対する見通しをもって取り組めるようにする。
6　グループで考え方を共有する。 その後、全体で考え方を確認する。	○各グループの意見を拾いつつ、場合によっては生徒と教師の対話により問題解決に向かう。

（想定される生徒と教師の対話）

Ｔ：角Ａが鈍角のとき、$a^2 = b^2 + c^2 + 2bccosA'$の公式は、角Ａを使って表現できていません。

どのようにすればよいですか？

Ｓ：$A' = 180° - A$だから、$\cos A' = \cos(180° - A)$と変形できます。

Ｔ：$\cos(180° - A)$はこれ以上変形できませんか？

Ｓ：$\cos 120° = -cos60°$ の考え方と同様に、$\cos(180° - A) = -cosA$となります。

これにより、角Ａが鈍角の際も$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$が成り立ちます。

7　本時を振り返り、重要な学びや疑問点を振り返りシートに記述する。　（５分） Ｓ：角Ａが鋭角・鈍角のどの場合でも、余弦定理を適用できることが分かった。 Ｓ：角Ａが直角のときに余弦定理は成り立つのだろうか。 Ｓ：正弦定理も、同様に成り立つのだろうか。	**◆評価項目** ◆鋭角・直角・鈍角それぞれの場合に導出された式の共通点や相違点を認識し、統合的・発展的に考察することができる。 ＜ワークシート（思①）＞ ◆与えられた三角形を直角三角形に分割したり、三角比を用いて一部の線分の長さを表現したりすることで、他の辺の長さの求め方を考察しようとしている。 ＜ワークシート（態②）＞

３　板書計画