群教セ	G03 － 04
	平27.257集
	数学－高

数学的な表現力を高める高校数学科の指導の工夫

――生徒の考えを共有しつなぐことと個の学びを見取る学習課題の工夫を通して――

特別研修員　莅戸　貴利

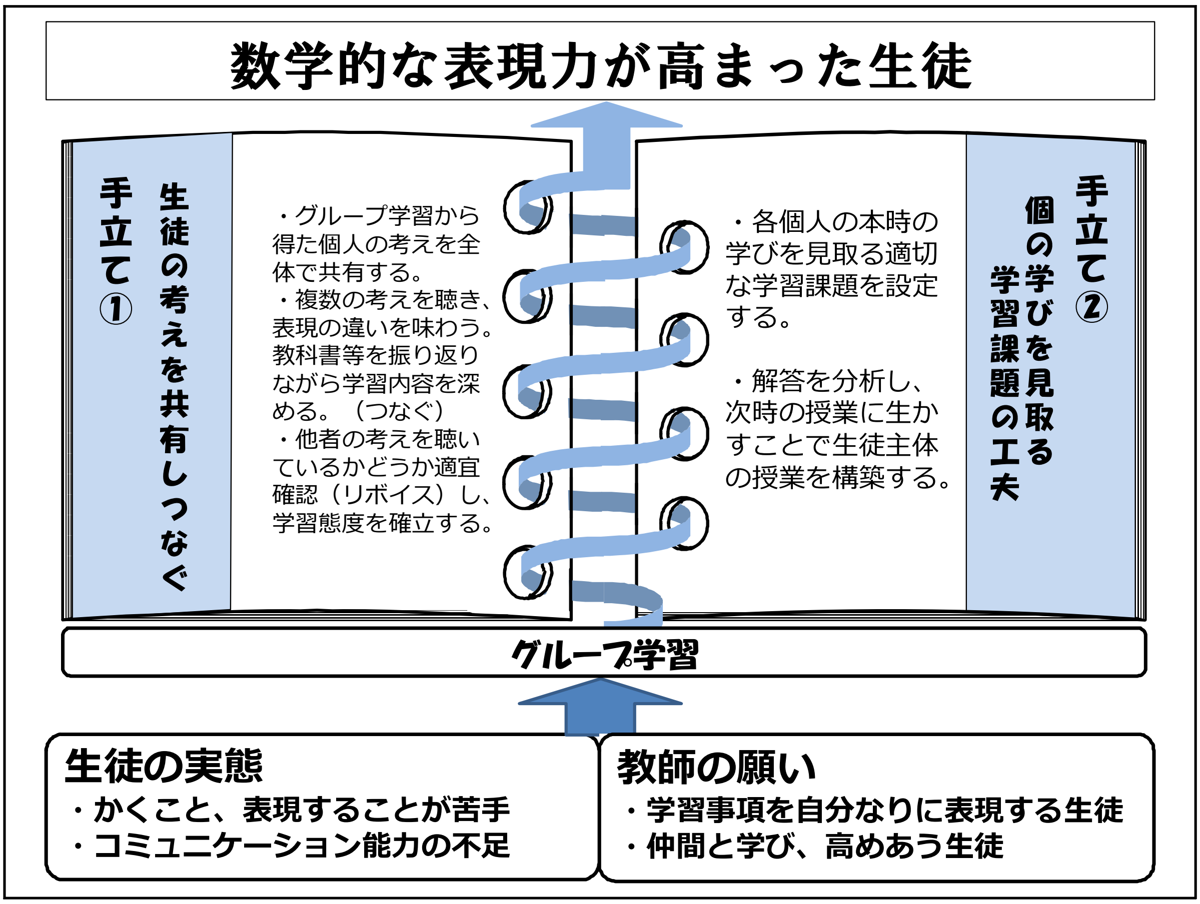
Ⅰ　研究テーマ設定の理由

「平成27年度県立学校教育指導の重点」の「数学の目標」の中に「数学的活動を通して、数学における基本的な概念や体系的な理解を深め、将来にわたり自ら学び自ら考える力や創造性の基礎となる力が育成されるように留意する。」とある。知識基盤社会、格差リスク社会や多文化共生社会への対応等、現代が抱えている課題の克服に向かい、自ら学び自ら考える力や創造性の基礎となる力、表現力やコミュニケーション能力の育成が重要であると考える。

本校の生徒は素直である一方で学習意欲が低く、かくこと表現することなど学習内容を基にしたコミュニケーションが苦手である。この課題を解決するため日頃よりグループ学習を行い、学習意欲やコミュニケーション能力の向上に取り組んでいる。本実践ではその深化を図るため、グループ学習を行った後に生徒個々がどのような学びを得たのかを見取りたいと考え、学習課題の工夫を試みた。その学習課題を通して生徒の考えや表現を共有したりつないだりしながら学習内容を追究していく。その過程を積み上げ、数学的な表現力の向上を目指したい。

Ⅱ　研究内容

1　研究構想図



2　授業改善に向けた手立て

⑴ 実践１における手立て

単元「図形と計量」（第１学年・１学期）の授業で、cos θ の値と三角形の形状の関係や三角形の決定条件を考える学習を行った。以下の手立てを取り入れた実践を試みた。

手立て①　生徒の考えを共有しつなぐ
- 資料から読み取った個人の考えを全体で共有する。
- 複数の考えを聴き、表現の違いを味わう。教科書等を振り返りながら学習内容を深める（つなぐ）。
- 他者の考えを聴いているか生徒に適宜言わせて内容を確認（リボイス）し、聴く態度を養う。

手立て②　個の学びを見取る学習課題の工夫
- 余弦定理の活用や三角形の決定条件の記述を見取る学習課題
- 鋭角や鈍角の判定法を考えるなど以降の授業に生かせる学習課題

⑵ 実践２における手立て

単元「２次関数」（第１学年・２学期）の授業で、２次関数の係数の符号とその意味を考える学習を行った。実践１では、学習課題が生徒にとって分かりにくい面があったため、グループ学習中に考えを共有するまでに時間がかかった。そこで、シンプルで深く追究できるような学習課題が必要であると考えた。また、考えを出しやすくする工夫が必要であると考え、以下の手立てを取り入れた実践を試みた。

手立て②　個の学びを見取る学習課題の工夫
- ２次関数の係数の意味を考える学習課題

手立て①　生徒の考えを共有しつなぐ
- 教室の机をコの字型に配置し、他者の考えを聴きやすい形にする。
- ２次関数の係数の意味について、個々の考えを共有する。
  複数の考えを聴き、考えをつなぐことで学習内容を深める。

Ⅲ　研究のまとめ

1　成果

○　生徒の考えを共有しつなぐことで多様な考えが生まれ学習内容を広げたり深めたりすることができた。生徒にリボイスさせることにより聴く態度も養われ緊張感を持って授業を行えた。発言が同じ内容であっても、リボイスする中で新たに気付く生徒の姿があり、学習内容の定着と広がりが見られた。

○　個の学びを見取る学習課題によって生徒の学習の達成度合いやどこでつまずくのかも見取ることができた。また、回数を重ねるほど自分なりの考えで解答を導くようになった。生徒は自分だけの学習課題として自分の学んだことを表現する姿が見えた。

○　教室の机をコの字型に配置したことで仲間との一体感が生まれた。また、教師の立ち位置を工夫することで今まで見られなかった生徒の様子が分かることに気付いた。

2　課題

○　生徒が多様な考えを持つ中で、どの考えを授業で取り上げるのかを見極める力が必要である。予想される生徒の反応を事前に予測し、その上で授業中の生徒の表情や行動を観察し、適した指名の順序を考えることが必要である。

○　生徒の考えを共有しつなぎ、共有したことを個の学びで見取り、その中から数学的に学ぶべきことを共有し、再度学習課題の記述において個の学びを見取る、このように永続的に続くカリキュラムを多くの単元で構築したい。

＜授業実践＞

実践１

１　単元名　　「図形と計量」（第１学年・１学期）

２　本単元及び本時について

本単元は、三角比の意味やその基本的な性質について理解し、三角比を用いた計量の考えの有用性を理解するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにすることがねらいである。三角比の拡張や余弦定理、正弦定理を学ぶことで、生徒は一般の三角形に対する辺の長さや角の大きさ、面積を求めることができるようになる。特に、余弦定理を用いると３辺の値が分かっている三角形の一つの角度を求めることができ、「三角形を解く」ことにつながる。本時は、全23時間中の第16時に当たり、余弦定理の活用を通して三角形の決定条件とcos θの値の関係を見いだし、理解することをねらいとした。

３　授業の実際

［学習課題１］
資料からわかることは何か。

学習課題１は前時に生徒が行った課題『三角形ＡＢＣの３辺の値を設定し、角度Ｃを求める』の中から選んだ 12 例の分類を考える学習課題である（図１）。生徒が三角形の３辺の長さや余弦定理より求めたcos θの値、角度θの値を手がかりに分類していく学習課題である。グループ学習後、考えを共有した。

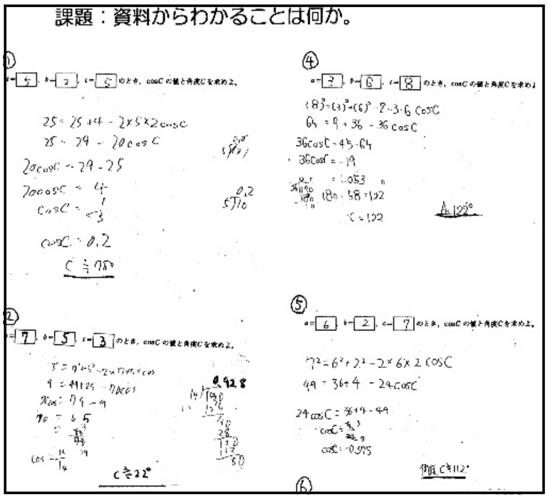


図１　学習課題１の一部分

手立て①　生徒の考えを共有しつなぐ

まず、生徒の発言を基に、資料が「鋭角、鈍角、0°と180°、角度Ｃが求まらない」の四つに分類できることを確認した。『鋭角とは何？何度から何度まで？』など、用語の確認や『角度が求まる一つ前は何？』と発問し、cosCの値に着目させ、以下のやり取りを行った（図２）。

Ｔ　：cosC は全部＋かな？鋭角の時は cosC はどんな値？考えてみて（しばらく考えさせる）
Ｓ１：０°のときに cosC は１で 90°のときに０です。
Ｔ　：Ｓ２君分かる？Ｓ１君が言っていること。具体的にどこに書いてあった？
Ｓ２：(教科書の）一番後ろです。
Ｔ　：みんな確認してごらん？（確認させる）
Ｔ　：それに対して鈍角のときはどう？
Ｓ３：－１から０の間
Ｔ　：どこを見たら分かる？Ｓ４君分かる？どこ見たらいいの？
Ｓ４：(プリントを示す。)
Ｔ　：みんな確認して

図２　生徒の考えを共有しつなぐ場面の様子

角Ｃが鋭角や鈍角であるときのcosCの値についてグループで考えさせ、その値が『具体的にどこに書いてあった？』と発問し、根拠はどこにあるのかを確認させた。誰かの気付きを他の生徒にリボイスさせ、実際に教科書やプリントに戻って生徒の考えを教科書やプリントとつないだ。一つ一つの事実を明らかにしながら板書を進めていった（図３）。

課題：　資料からわかることは何か？

1	2	3	4
Cは鋭角	Cは鈍角	C=0°，C＝180°	角Cはない
0°＜C＜90°	90°＜C＜180°	↓　↓	
cosCはプラス	cosCはマイナス		cosC<-1　cosc>1
0<cosC<1	-1<cosC<0	cosC=1　cosC=-1	
三角形ができる		三角形ができない	

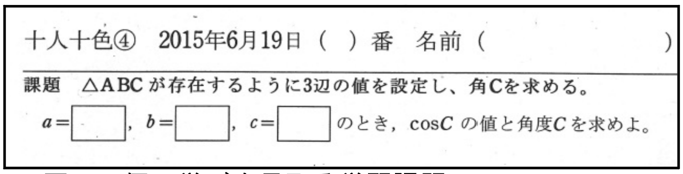
図３　板書内容

次に、角度Ｃが0°や180°である場合（前頁図３における分類$\boxed{3}$）について「三角形ができない」という事実を見いだした生徒の発言を取り上げた。この事実を検証するために三角形の３辺の値が５、８、３と設定した図形を実際に作図させた（図４）。中には「三角形ができた」と言う生徒もいたが、辺の長さを測らせると誤差があることに気付いた。生徒が、三角形ができないことを確認したのを受けて、『三角形ができない根拠があるのだけど分かる？』と発問し、グループで考えさせた。共有の場面で生徒から「一番大きな辺の長さよりもそれ以外の辺の長さが達しない」「他の辺を足して一番大きい辺を超えないと三角形ができない」「一番長い辺の長さよりも他の２辺の和が短いから」という考えが出された。生徒の考えを共有し、つなぐことで個々の表現の高まりが見られた。

図４　作図の様子

［学習課題２］
　△ＡＢＣが存在するように３辺の値を設定し、角度Ｃを求める。

学習課題２をグループ学習で取り組ませた。生徒は各自の考えで辺の値を決めて課題を進めていた。行き詰まった際には学習課題１や前回までの資料を参考にしたり、余弦定理の使い方、cos θの処理について仲間と話をしたりして取り組んでいた。



十人十色④　2015年6月19日（　）番　名前（　　　　　　　）

課題　△ABC が存在するように3辺の値を設定し、角Cを求める。

$a=\square$，$b=\square$，$c=\square$ のとき，cos$C$ の値と角度Cを求めよ。

図５　個の学びを見取る学習課題

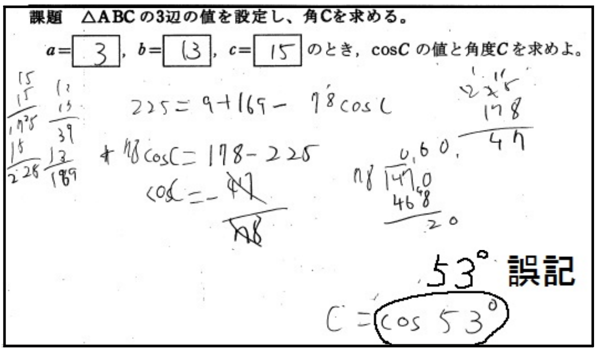


図６　生徒の解答（前時）

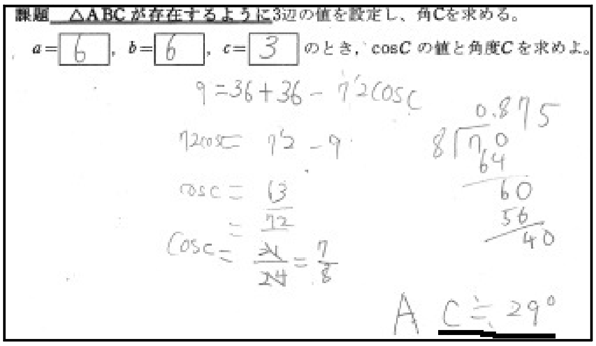


図７　生徒の解答（授業後）

図６と図７は同一生徒の前時に行った学習課題の解答と授業後の解答である。三角形が存在するように適切に３辺の値を設定することができていることは変わらないが、図６では、角度Ｃの表記に誤りがある。しかし、図７では角度Ｃの表記がより正確な値へと変容が見られた。学習課題１や仲間との交流を経て数学的な表現力が高まっている生徒の姿を多く見られた。

４　考察

- ○　生徒の考えを共有したり、教科書やプリントとつなげたりしたことで三角比の学習内容を基に三角形の存在条件についての理解を深めさせることができ、生徒の数学的な表現力を高めることができた。
- ○　学習課題２ではほぼ全員が三角形が存在するように適切に３辺の値を設定することができ、およそ８割の生徒が正答していた。一方で、正答に至らなかった要因は、式の変形や演算の順序の誤解等の計算ミスである。生徒があらかじめどこでつまずくのかを明確にし、丁寧に見取る必要がある。
- ○　学習課題１は生徒にとって分かりにくい面があったため、グループ学習中に考えを共有するまでに時間がかかった。シンプルで深く追究できるような学習課題を設定する必要がある。
- ○　自分の分からない箇所を出し合えずに共有が進まないグループもあった。このようなグループを教師が適切に支援する工夫が必要である。

実践２

１　単元名　　「２次関数」（第１学年・２学期）

２　本単元及び本時について

本単元は、２次関数とそのグラフについて理解し、２次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにすることがねらいである。本時は、全28時間中の第11時に当たり、２次関数の係数の意味を考えさせることをねらいとした。係数による２次関数の変化を捉えることで、頂点の変化を伴う最大最小問題等に役立てることができる。また、具体的な事例から抽象的な概念へのアプローチの方法を学ぶことができる。本時の研究の手立てを次のように具体化した。

３　授業の実際

［学習課題１］
次の２次関数のグラフ　$y=ax^2+bx+c$　についての符号　a,b,c　をそれぞれ考えよ。

２次関数のグラフの概形８例を黒板に掲示し、ワークシート（図８）を配りグループで考えさせた。生徒はこれまで扱った具体的な関数の式とグラフをノートで振り返り、係数の符号を決定していた。学習中は生徒を観察し、学習が進まない生徒には、グループの生徒と関わりを持たせ問題解決を促した。概ね答えが出たところで生徒を指名し、全体で解答を共有した。解答に不安があったｂの符号について再度グループで確認させた。

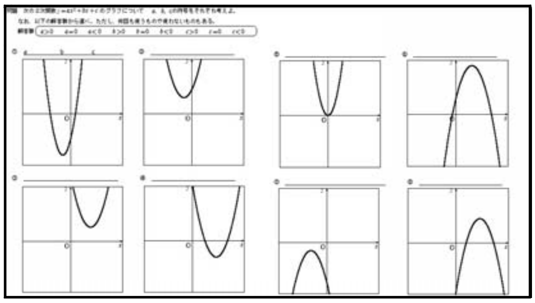
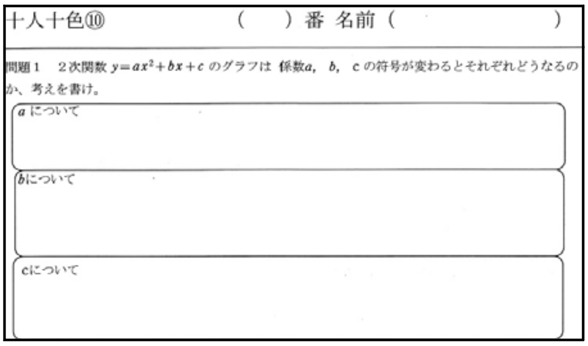


図８　学習課題１

手立て②　個の学びを見取る学習課題の工夫（図９）

［学習課題２］
２次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフは係数　a,b,c　の符号が変わるとそれぞれどうなるのか考えを書け。



十人十色⑩　　（　）番 名前（　　　）

問題1　2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは 係数a，b，cの符号が変わるとそれぞれどうなるのか、考えを書け。

aについて

bについて

cについて

図９　個の学びを見取る学習課題

学習課題２をグループ学習の形態で取り組ませた。生徒は学習課題１やこれまで扱ったノート等を見て個別に考えながら必要に応じてグループで相談をして取り組んでいた。図10と図11は同一生徒の授業中と授業後の解答である。図10のｂについて生徒は自分なりの考えを記述したが、ａの場合分けは気付いていなかった。その後グループでの交流を通して図11のようになり、ｂについての考えが変容した。

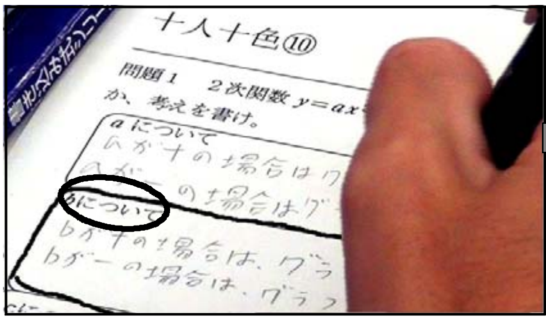


図10　生徒の解答（授業中）

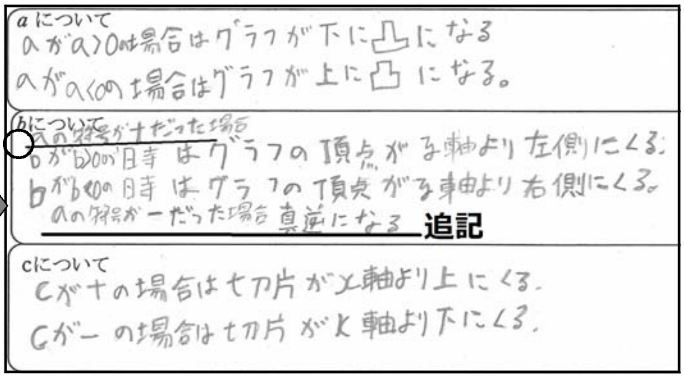


図11　生徒の解答（授業後）

手立て①　生徒の考えを共有しつなぐ

学習課題２が概ね終わった段階で教室の机をコの字型に配置した（図12中の写真)。２次関数の係数をａについては３人、ｂとｃは４人ずつ考えを述べてもらった。以下はそのやりとりの一部である（図12)。

Ｔ　：（ｂについて）Ｓ１君はどう思った？
Ｓ１：ａが０より大きい時、ｂがプラスだったら頂点がｙ軸の左にきて、ｂがマイナスだったら頂点がｙ軸の右側にくる。しかし、ａが０より小さいときはａが０より大きいときの逆になる。
Ｔ　：Ｓ２君はどう書いたの？
Ｓ２：ｂが０より大きいとグラフの頂点がｙ軸の左側にあり、ｂが０より小さいとグラフの頂点がｙ軸の右側にある。ｂ＝０のときはｙ軸と重なる。
Ｔ　：ｂ＝０の時を書いてくれたね。さっきまでの言葉にはなかったね。ただ、Ｓ２君の場合は何が足らなかったのかと言うとａがプラスとマイナスの時の場合分けが足らなかったね。次はｃについていこうか。Ｓ３君お願い。
Ｓ３：ｃが０より小さいときは切片がマイナスで、ｃが０より大きいときは切片がプラスになる。
Ｔ　：Ｓ４君。ｃについてお願い。
Ｓ４：ｃがプラスのときは切片が０より大きくなって、マイナスのときは、０より小さい数になる。
Ｔ　：じゃあ、Ｓ５君。
Ｓ５：ｃの符号が変わるとｘ＝０のとき交わるｙ軸の値が変わる。ｃがプラスならｙ軸で交わる値がプラス、ｃがマイナスならｙ軸で交わる値がマイナスになる。
Ｔ　：ｙ軸で交わる値というのはさっき、Ｓ３君やＳ４君は何て言っていた？
Ｓ　：切片
Ｔ　：そのようにも答えられるよね。

図12　生徒の考えを共有しつなぐ場面の様子

回収した学習課題２を分析するとａについてはほぼ全員の生徒が理解をしていた。ｂについてはＳ１の発言のように７割の生徒がａの場合分けを明記しており、Ｓ２のようにａの場合分けを考えられらなかった生徒が３割程度だった。しかし、Ｓ２のみがｂ＝０について記述していたので全員で共有したいと考え発表させた。ｃについても概ね全員が内容を理解していたが、「切片」という言葉を用いて記述していた生徒は半数、「ｘ軸より上や下で交わる」などの表現をした生徒が半数程度だった。この表現の違いを共有してもらいたいと考え、Ｓ３、Ｓ４、Ｓ５の指名を行った。

４　考察

○　図13のように仲間の考えに対し、自分の解答に足らない表現や考えを補っているワークシートが半数程度あった。生徒の考えを共有しつなぐことで自分の考えをより望ましいものにしようと追究している姿が見られた。

○　同じ内容であっても違った生徒から繰り返し発表させ、リボイスすることによって、多くの生徒が理解できていた。

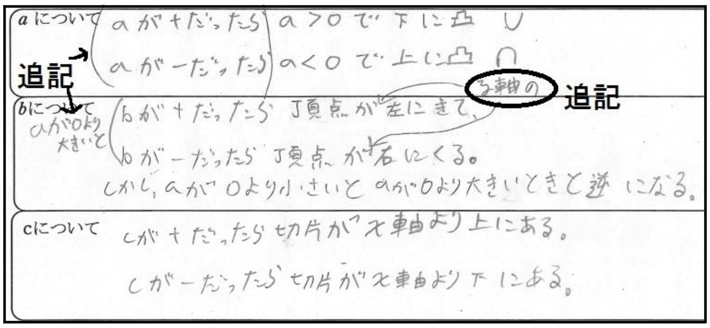


図13　生徒の解答

○　教室の机をコの字型に配置したことで仲間との一体感が生まれ、学習意欲の向上につながった。

○　授業後に回収した学習課題２の中にはａの値の変化によるグラフの形状の変化を捉えた記述など、授業で取り上げたかった考えがあった。生徒が多様な考えを持つ中でどの考えを授業で取り上げるのかを見極める力が必要である。また、予想される生徒の反応を事前に考え、授業中の生徒の表情や行動を観察し、適した指名の順序を考えることが必要である。