群教セ	G03 － 03
	平27.257集
	数学－中

自らの考えを論理的に表現する数学科指導の工夫
――習得する活動と活用する活動の設定を通じて――

特別研修員　浦野　正

Ⅰ　研究テーマ設定の理由

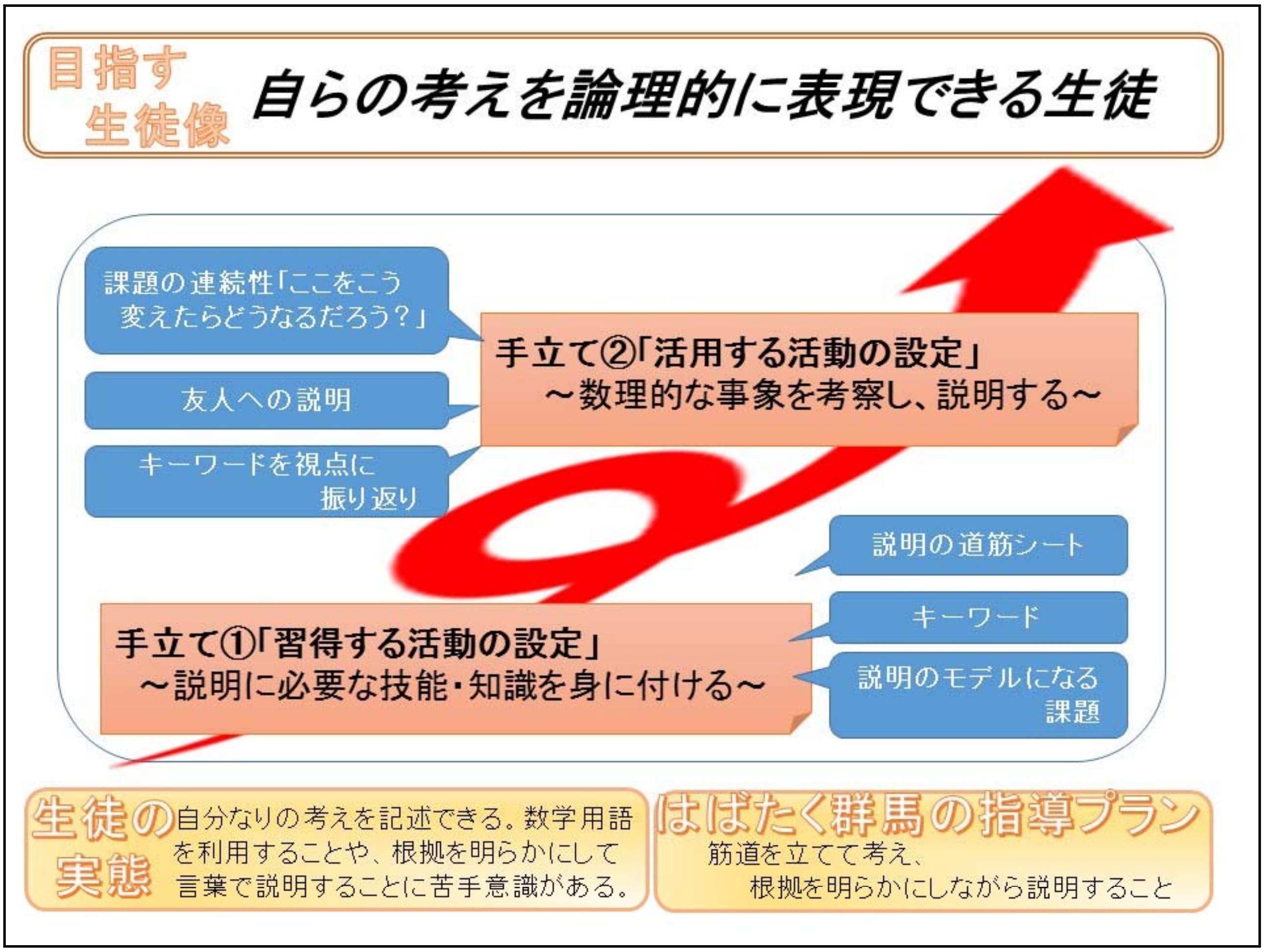
学習指導要領には、総則第１教育課程編成の一般方針の１に「生徒の言語活動を充実する」ことが述べられている。また、はばたく群馬の指導プランには、本県生徒の数学科における課題として「筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明する」ことが挙げられている。急速に変化する社会を生き抜くために必要とされる思考力、判断力、表現力を育成し、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感する観点からも、既習事項を適切に用いて証明を書いたり、言葉で伝えたりする活動を重視する必要がある。

本校生徒の実態においては、自らの考えを自分なりに記述できる生徒は増えてきている。しかし、数学的な用語や性質を用いて根拠を明らかにしたり、言葉で説明したりすることへの苦手意識は強い。これは、説明は難しいという先入観が根強く、なかなか自信を持てずにいることが原因であると考えられる。

以上の点から数学的な事象を考察して伝え合う活動を伴う授業において、習得する活動と活用する活動の段階を追った指導を行い、単元を通して繰り返し説明する場を設けることで、自らの考えを論理的に表現できる生徒を育成できると考え、本研究テーマを設定した。

Ⅱ　研究内容

１　研究構想図



２　授業改善に向けた手立て

実践１における研究上の手立て

単元名　文字式の利用「数の性質に関わる説明」

(1) 習得する活動の設定

①説明のキーワードの提示：「文字」「順序」「根拠」「簡潔」を利用し、数学的な説明に必要な要素の習得を目指す。

②説明の道筋シートの利用：上記のキーワードと共に説明のモデルを習得させる。

(2) 活用する活動の設定

①課題の連続性：「３つの横に並んだ数の和」の「３つの横に」という条件を生徒自身が変え、どんな数になるかを考察して根拠を明らかにしながら説明できるようにする。

②説明する活動：自ら見いだした性質が成り立つ理由をグループ内で説明させる。聞き手には説明のキーワードを視点にして説明を聞き、間違っている点や不足している点をアドバイスさせる。

活用する場面では自ら見いだした性質を、根拠を明らかにしながら説明する様子が見られ、２つの活動を設定することの有効性を感じた。一方、「順序」「簡潔」といったキーワードを用いて説明の評価を行う生徒は見られず、身近な言葉を利用する必要性を感じた。そこで、論証を扱った実践１に対し、実践２では知識、技能の習得を目的としているため、以下のように手立てを改善した。

実践２における研究上の手立て

単元名　一次関数「連立方程式の解とグラフ」

(1) 習得する活動の設定

①本時のキーワードの利用：単元を通じてフラッシュカードを利用し、生徒が使い慣れている「グラフ」「交点」「連立方程式」「解」を示す。さらに、教師が提示するだけでなく、生徒がキーワードを用い、自分の言葉で関係をまとめる活動を取り入れることで解と交点の関係を習得させる。

②本時の学習内容の必要性を感じる課題の設定：グラフの交点が格子点になる課題とならない課題を与えて生徒に疑問を持たせることで、連立方程式を利用して交点を求める必要性を習得させる。

(2) 活用する活動の設定

①課題の連続性：習得する活動で用いた連立方程式のうち、一方の２元１次方程式だけ係数を変える。その際、解がない、無数にある課題を設定することで式とグラフを関連付けた説明を促す。

②説明する活動：解がない、無数にある場合について理由を記述する。

Ⅲ　研究のまとめ

１　成果

○　習得する活動を設定し、説明の仕方や解法を知ることでその後の活動をスムーズに進め、自らの考えを持って学習する生徒が増えた。

○　活用の場面では条件や求める数量を少し変えるだけなので、習得した内容を利用しやすく、自ら考えようとする意欲を高めたり、説明への自信を持たせたりすることにつながった。

○　段階を追って意図的に課題を配列することで、難易度の高い課題にも積極的に取り組む生徒が増え、解決や説明の際習得する活動を生かそうとする意識も感じられるようになった。

２　課題

○　活用する活動において課題を解決し、自らの考えを数学的に表現するためには、習得する活動の定着度を上げることが必要である。キーワードを利用して説明のポイントを意識させる活動や、生徒が自分の言葉で説明して理解を深める活動など、学習内容や分野に合った工夫をする必要がある。

○　２つの活動で課題をどう変え、活用する場面で何をどう説明させるかが重要である。教師が系統性も含めた教材研究や生徒の実態把握を続けることが大切である。

＜授業実践＞

実践１

１　単元名　　「式の計算」（第２学年・１学期）

２　本単元及び本時について

本単元では１年次の文字式の学習を発展させ、２種類以上の文字を含む式の計算を学ぶことになる。さらに、文字式の意味や文字を用いた表現の有用性をより深く理解し、そのよさを感得させることも大きなねらいである。本時は、文字を用いた式を利用して数の性質を説明したり、自ら性質を見いだしたりすることを目標に授業を展開する。

習得する場面ではカレンダー内の３つの横に並んだ数の和が３の倍数になることを見いだし、文字を用いて説明する。この際証明の書き方に加え、説明のキーワードとして、「文字」「順序」「根拠」「簡潔」を挙げ、その後自らの説明を振り返る視点にしていく。次に活用する場面として「３つの横に並んだ数」の「３つ」や「横」を別の言葉に置き換えた際に言える性質について考え、言葉や記述により説明していく。

３　授業の実際

解決への意欲を高めるため、生徒の身近にあるカレンダーを題材に「カレンダーに潜む数の性質を見付けて説明しよう」というねらいで授業を開始した。

手立て①　習得する活動　課題：「カレンダー内の３つに並んだ数の和はどんな数になるか？」

上記の問いかけに対し、３の倍数になることを 帰納的に見いだした（図１）。

その後「どの部分でもそうか？」「他の月でもそうか？」「いつでも成り立つか？」という視点で文字を用いた一般性のある説明の必要性を捉えた後、４つのキーワードと説明の道筋シート（図２の左側半分）を基に説明の仕方を習得させた。

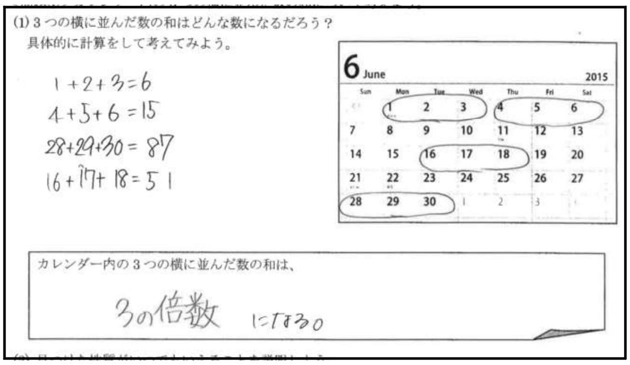


図１　３の倍数を見いだす部分

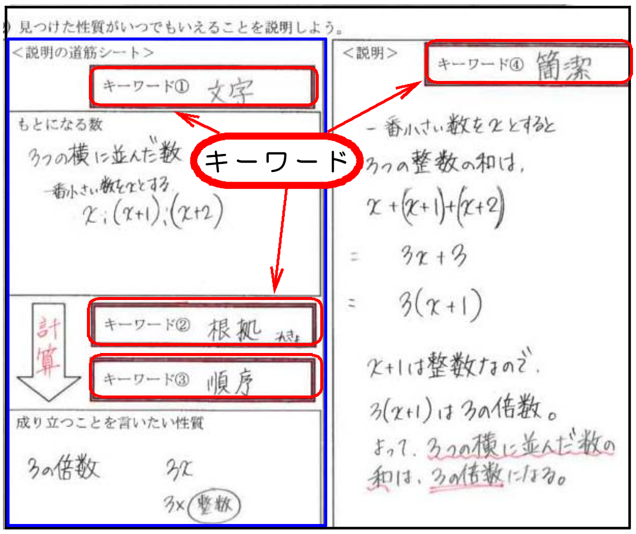


図２　説明の仕方を習得する場面

説明については活用する活動を見据え、3(x+1)に変形することと結論を書くことを意識付け、どんな数の倍数になっているのかという結論を的確に伝えられるようにした。

手立て②　活用する活動　課題：「数の並べ方や個数を変えたらどうなるだろう？」

習得する活動で利用した課題の「３つの横に」という部分を生徒自身が変えたときに成り立つ性質を考え、そうなる理由を説明させた。

まず、「例えばどう変える？」との発問に対して生徒が答えた「４つの横に並ぶ数の和」について考察し、習得状況を確認した。根拠を明らかにしながら説明できた生徒は24名、不十分だった生徒は６名だった。しかし、その６名も４つの数を文字で表せなかった生徒が２名、2×(整数)に変形しなかった生徒が４名であり、全員が文字を利用し、条件から結論に向かう手順は意識できていた。この確認問題が解けた生徒は順次自ら性質を見付け、説明する活動に入っていった。

グループ活動を取り入れて友人の考えた条件を聞いたり、黒板で少数意見を書かせたりしながら学習を進めたところ、生徒は次のような数の並びについて考えることができた。

<生徒が考えた数の並び>
- 横に５つ並んだ数の和
- 横に２つ並んだ数の和
- 縦に３つ並んだ数の和
- 右ななめに２つ並んだ数の和
- １つとばしで３つ並んだ数の和
- ２つとばしで３つ並んだ数の和
- 正方形に４つ並んだ数の和
- 横と下の３つ(『型)並んだ数の和
- 十字状に５つ並んだ数の和・・・

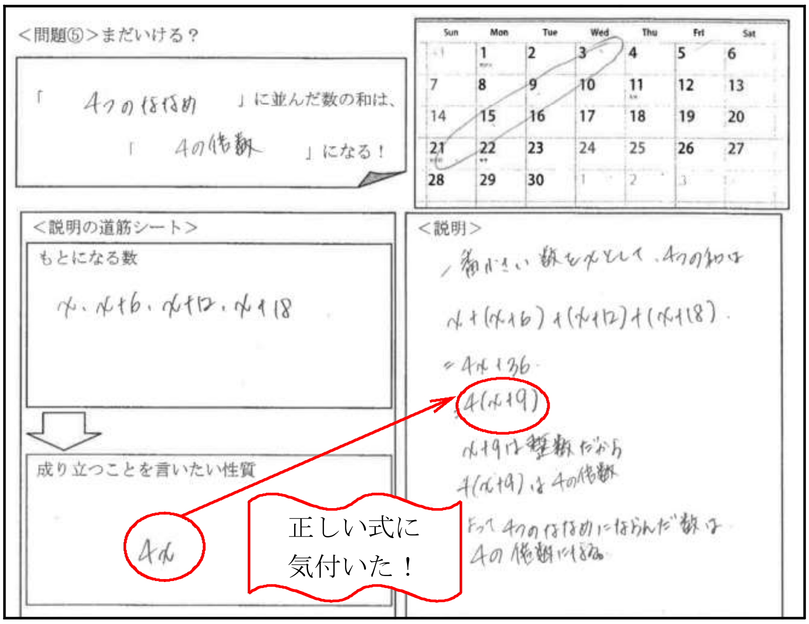


図３　生徒Ａの活用する活動の学習プリント

生徒Ａのように、証明を通じて4xではなく、4(x＋9)という形で４の倍数を示すことに気付いた生徒もいた(図３)。

その後４つのキーワードを聞き手の視点にして見付けた性質を説明する交流活動を行った。生徒Ｂは正方形に並ぶ数をx、x＋1、x＋2、x＋3としていたが、グループ活動において間違いに気付き、正しい説明に書き換えることができた(図４)。

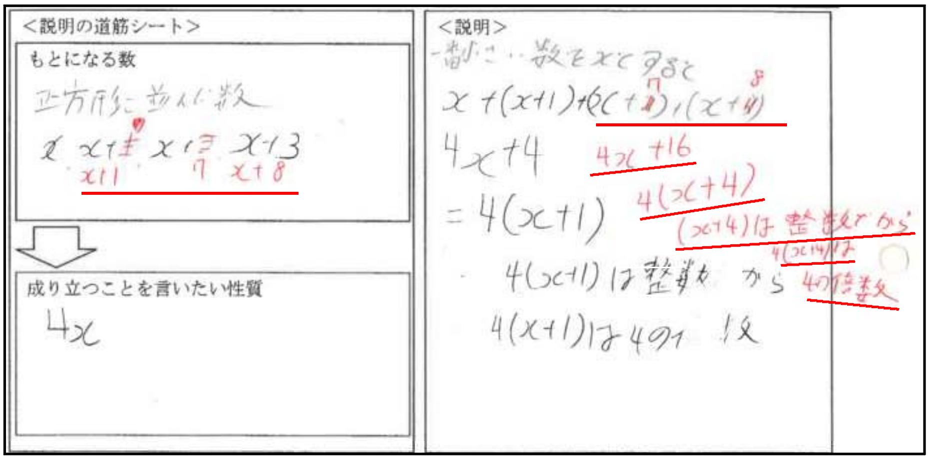


図４　友人の指摘によって間違いに気付いた生徒Ｂの学習プリント

全体のまとめとして、考えた生徒が少ない意見を共有したのち、「すべての数字の並びに共通して言える性質はないだろうか？」と問いかけ、式の形から(中央の数)×(数の個数)が成り立っていることに気付かせ、文字式で表すことのよさを味わえるようにした。

４　考察

○　手立て①について

本時の活用する場面だけでなく、事後の授業やテストでも数の性質を説明する際、文字を利用し、条件から結論に向かう手順を理解している生徒が多かった。これは習得する活動で「文字」や「順序」というキーワードを定着させたことや、説明のモデルを示したことが有効だったためである。

事後の授業で説明のキーワードを尋ねたところ、「文字」の定着度は高かったが、その他は使いづらそうな印象を受けた。「根拠」は授業中多く用いて使い慣れされ、「順序」「簡潔」は「仮定 → 結論」「無駄がない」等生徒が使いやすい言葉に言い換えて定着度を高めていきたい。

○　手立て②について

カレンダーを用いて自ら条件を設定し、数の性質を帰納的に見いだす活動は、説明に苦手意識がある生徒でも活動を開始しやすそうだった。また、「これはどう？」と周囲に問いかける生徒も多く、解決意欲の向上にもつながった。多様に条件を組み換えるられる課題を設定し、生徒が自ら性質を見いだして喜びを感じながら説明を繰り返すことで自らの考えを論理的に表現する力を高められた。

実践２

１　**単元名**　　「一次関数」（第２学年・２学期）

２　本単元及び本時について

本単元では具体的な事象の中から一次関数を見いだし、一次関数を利用して問題を解決したり、表、式、グラフを相互に関連付けながら表したりすることにより、その具体的な事象の変化の様子をより深く捉えることを学習する。また、二元一次方程式ax＋by＋c=0の解をグラフに表したり、連立方程式の解とグラフの交点の関係を見いだすなど、計算領域と関数領域の関連付けを図ることになる。本時は連立二元一次方程式の解とグラフの交点の関係を見いだし、グラフや連立方程式を活用して２直線の交点の座標や連立方程式の解を求めることを目標に授業を展開する。

３　授業の実際

手立て①　習得する活動　課題：直線のグラフの交点を求めよう。

前時までに扱った二元一次方程式のグラフに、「もう１本２元１次方程式のグラフをかくとどうなるだろう」と問いかけ、グラフの交点に視点を向けた。

図５のように、(1) (2) の交点が格子点になる課題の後に (3) の格子点にならない課題を設定し、生徒が連立方程式を用いる必要感を味わえるようにした。また、多くの問題を解くために①の式を固定した。

(1)　①　x＋y−3=0　と　②　−3x＋y＋5=0
(2)　①　x＋y−3=0　と　②　x＋2y−2=0
(3)　①　x＋y−3=0　と　②　−2x＋y＋1=0

図５　習得する活動の課題

(3) を解いた生徒の反応（Ｔ：教師、Ｓ：生徒）と記述は以下のとおりである。

Ｓ：求められない
　約(1.3, 1.7)
　図形的に考えて(4/3, 5/3)
Ｔ：正確に求められない？
（Ｃ君が黒板に解法を書く。）
Ｔ：Ｃ君はどんな考えを使ったの？
Ｓ：連立方程式。
Ｔ：連立方程式の何が交点になる？
Ｓ：解。
Ｔ：連立方程式の解は本当に交点になっているのか？ (1) についてみんなで確かめよう。
一斉で確認。
Ｔ：(2) でも確かめよう。
　間違いなさそうだ。でもなぜ？

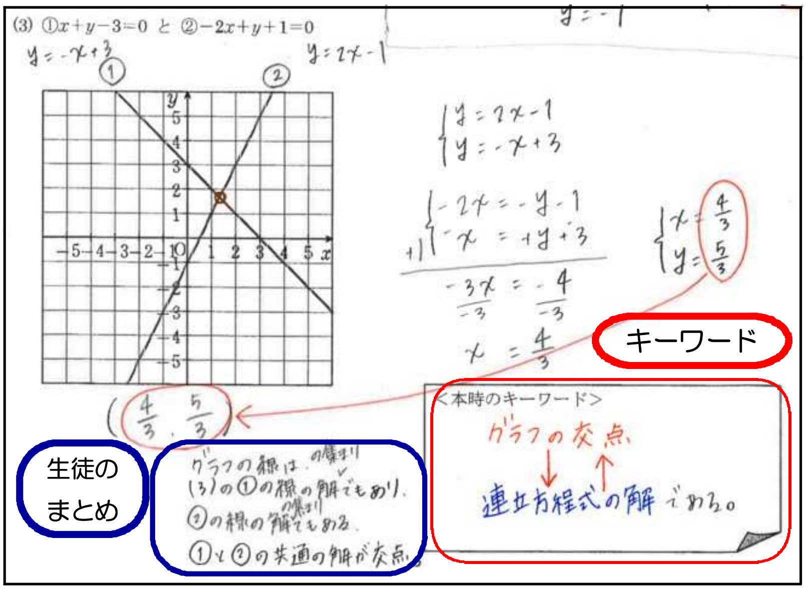


図６　習得する活動の学習プリント

ここで教師が４つのキーワード「グラフ」「交点」「連立方程式」「解」を提示し、マグネットを利用して解と交点の関係をまとめた（図７）。その後これらのキーワードを利用してなぜ解が交点になるのかを記述させた。生徒が自分の言葉でまとめることで習得度の向上を目指した。

<図６の生徒が考えた解から交点を求められる理由>
グラフの線は①の線が解の集まりでもあり②の線も解の集まりでもある。①と②の共通の解が交点。

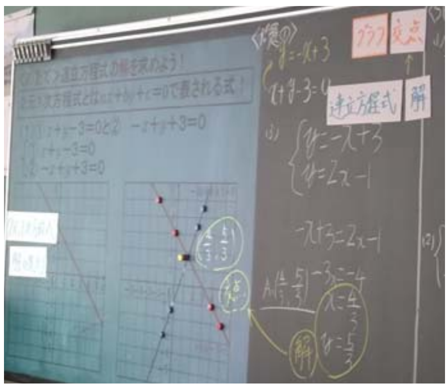


図７　説明で利用した黒板

手立て②　活用する活動　課題：交点を用いて連立方程式の解を求めよう。

習得する活動で利用した課題の②の式のみ数値を変え、求める数量も交点から解に変えるとどうなるかを問いかけた。

(1) $\begin{cases} x+y-3=0 \\ -x+y+3=0 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x+y-3=0 \\ -3x+y-1=0 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x+y-3=0 \\ 2x+3y+3=0 \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x+y-3=0 \\ x+y+1=0 \end{cases}$　(5) $\begin{cases} x+y-3=0 \\ 2x+2y-6=0 \end{cases}$

図８　活用する活動の課題

図８のように一方の式のみ変えることで、連立方程式を解く時にグラフを２本かく必要がなくなり、交点を求めやすなる。また、(1)グラフの交点が格子点、(2)グラフの交点が格子点でない、(3)グラフの交点が座標平面外、(4)グラフが平行になり解がない、(5)グラフが重なり解が無数にあると配列した。これによりグラフの分かりやすさや簡単さ、式の一般性があるよさ、さらに相互に関連付けるよさを味わうことを目指した。(1)～(3)については、グラフを利用する生徒と式をそのまま計算する生徒に分かれた。解法を確認する際、２つを見比べるとグラフを１本書き足して交点から解を求める方が楽だという意見が多かった。(4)(5)については以下のような交流を図る様子が見受けられた。

＜(4)におけるグループ活動中の会話＞
Ｓ：(4)「－４＝０」「４＝０」⇒２問とも「解けない」
(5)「０＝０」　と記述。
Ｔ：数学的には(4)と(5)は違う答えになるんだけど？
Ｓ１：(4)はグラフをかくと平行になる。
Ｔ：平行ということは？
Ｓ２：交点がない。
Ｓ１：ってことは解はない？　じゃあ(5)は…

＜(5)におけるグループ活動中の会話＞
Ｓ３：(二つの式をｙについて解き)同じ式になった。
Ｓ４：じゃ１つの式ってことじゃん。
Ｓ３：グラフも１本ってこと？
Ｓ４：連立方程式じゃないね。
Ｓ３：解は１つに決まらない。
Ｓ４：無限にあるってことか。　⇒図９の答えに至る。

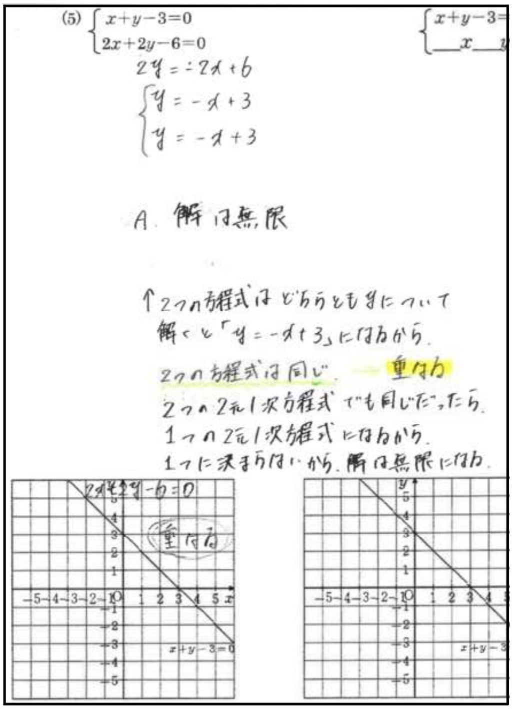


図９　活用する活動の学習プリント

(4)(5)を解くようになってから生徒同士の会話が増えた。

計算できない状況に不安を感じ、「解けない」と解答する生徒が多かったが「解は？」と尋ねることでさらに深く考え、式とグラフを相互に関連付けながら説明しようとする様子が見られた。

４　考察

○　手立て①について

交点の座標を尋ね、格子点でない場合は求められないという経験をすることで連立方程式を利用することのよさを感じさせることができた。交点と解の関係を理解させるためにキーワードを用いたが、教師の説明を聞くだけでは理解が難しい内容についてはキーワードを用いて学習内容をまとめる等の手立てが必要であると実感した。

○　手立て②について

「連立方程式を解こう」と提示することでグラフを利用せずに式を計算したり、活用する活動の(4)(5)で「解けない」と答える生徒が多かった。「連立方程式の解を求めよう」とすることで改善が図れた。解がない、無数にある課題を扱うことで方程式とグラフを関連付けながら解決する様子が見られた。計算すれば答えが出る問題だけでなく、生徒が疑問に感じる状況を相談したり説明したりする問題を教師が意図的に設定し、習得事項を活用して数学的に表現させることの有効性を感じた。