

思考力・表現力を高める中学校数学科指導の工夫

—— 既習を生かした学習課題と思考を促す発問、ICT授業モデルの作成・活用を通して ——

長期研修員 太田 紀子

《研究の概要》

本研究は中学校数学の学習において、既習を生かした「学習課題」と課題把握・課題追究で思考を促す「発問」に、「ICTのよさ」を加えた授業モデルを作成・活用した。授業の基には「学習課題」があると考えており、「発問」と「ICTのよさ」を生かして課題解決し、授業のねらいに迫る。「発問」は授業の流れの中で思考を促すものとし、「ICTのよさ」として「既習の再現化」「事象の可視化」「効率化」の三つに主眼を置いている。また、既習を生かした「学習課題」は数学を学ぶ楽しさを味わえるものや、多様な考えを導き出すもの、数学が役立つことを実感するものに工夫した。この授業モデルを活用することで、生徒の思考力・表現力を高めることを目指している。

キーワード 【中学校数学 思考力・表現力 既習 ICT 学習課題 発問】

群馬県総合教育センター

分類記号：G03-03 平成27年度 255集

I 主題設定の理由

現行の中学校学習指導要領数学科の目標に、「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」ことが示されている。数学的活動で重視していることの一つに、既習の数学を基にして数や図形の性質などを見いだし発展させる活動がある。

平成27年4月に行われた「全国学力・学習状況調査」の「プロジェクトの最適な投影距離を見つけよう」を分析すると、条件を自分で捉えて事象を数学的に解釈し、既習の知識や考え方等を活用して関数関係を数、式、図、表、グラフなどを使って数学的に表現することや、筋道立てて根拠を明確にしながら説明することを不得意としていることが分かる。これは、生徒の生活体験の不足から現象をイメージしにくいことや、既習の知識や考え方等を活用して、解決への見通しが持てないことが一因であると思われる。「はばたく群馬の指導プラン」（平成25年）にも、既習事項と比較したり結び付けたりしながら、性質などを帰納的、類推的に見いだしたり、解決への見通しを持ったりする指導が求められている。

研究協力校の生徒の様子を見てみると、基礎的・基本的事項は概ね定着していて、与えられた学習課題に興味・関心を持つと意欲的な取組を見せる。しかし、学習課題に興味を持てなかったり、課題把握で解決することへの見通しを持てないと、すぐに自力解決することをあきらめてしまう様子が時々見られる。また、課題解決のみに終始してしまい、自分の考えと他者の考えを比較・検討する発表や話合いから、新たな学びや自己の向上を目指そうとする意欲や態度が感じられにくいときがあったり、発表や話合いなどの他との関わりを必要とする学習形態にも苦手意識が見られたりする。数学の楽しさ、面白さは課題解決に終始することだけではない。既習を生かして試行錯誤しながら導いた自分の考えと他者の考えを比較・検討する発表や話合いの過程から、自分の考えを高めることにあると考える。

その指導の工夫として、既習を生かした「学習課題」を提示し、課題把握・課題追究での思考を促す「発問」と「ICT」を手立てとして、試行錯誤しながら自力解決を導く授業モデルを作成した。授業は学習課題が基になる。「学習課題」は数学を学ぶ楽しさを味わえるものや、数や図形の性質を使い多様な考えを導き出すもの、また、数学が役立つことを実感する工夫が求められる。この「既習を生かした学習課題と思考を促す発問、ICT授業モデル」を活用することで、思考力・表現力を高めることを目指している。

II 研究のねらい

既習を生かした学習課題と思考を促す発問、ICT授業モデルの作成・活用を通して、生徒たちの思考力・表現力が高まる中学校数学科指導の在り方を実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

- 1 既習を生かした「学習課題」を提示して課題把握・課題追究で思考を促す「発問」をする授業構成により、既習の知識や考え方等を活用して解決の見通しを持ち、試行錯誤しながら自力解決できるであろう。
- 2 課題把握・課題追究で、ICTのよさである「既習の再現化」や「事象の可視化」を生かすことにより、生徒たちは課題に与えられている条件やきまりなどを的確に捉えて課題解決への見通しを持つことができるであろう。
- 3 課題解決時にICT教材や機器を使って効率よく自分の考えを説明したり、他者からの多様な考えを導いたりすることで、発表や話合いを活発にして自分の考えを高めることができるであろう。

IV 研究の内容

1 基本的な考え方

(1) 思考力・表現力を高めるとは

本研究では思考力・表現力を「既習を生かして課題解決への見通しを持たせ、言葉や数、式、図、グラフを適切に用いて事象を論理的に考察して表現する力」と捉える。思考するためには、言葉や数、式、図、グラフなどを用いての表現が必要であり、また、言葉や数、式、図、グラフで表現するためには、論理的な思考が必要である。したがって、思考力・表現力は相互に補完的なものである。本研究では、既習を生かした「学習課題」と思考を促す「発問」、「ICTのよさ」を生かした授業モデルを作成し、それを活用することで、思考力・表現力を高めることを目指している。

(2) 既習を生かした学習課題と思考を促す発問、ICT授業モデルについて

「既習を生かした学習課題と思考を促す発問、ICT授業モデル」とは、「学習課題」が基になっている。この既習を生かした「学習課題」は数学を学ぶ楽しさを味わえるものや、数や図形の性質を使い多様な考えを導き出すもの、また、数学が役立つことを実感するものに工夫した。そして、この「学習課題」を課題解決するために「発問」「ICTのよさ」を手立てとした。1単位時間の中で、思考を促す「発問」と「ICTのよさ」を生かすことで課題解決に導く。

具体的には、この授業モデルは「関数」「図形」「数と式」の三つの領域で作られている。「関数」が11モデル、「図形」が15モデル、「数と式」が7モデルとなっていて、全部で33モデルとなっている。それぞれの授業モデルの難易度は教科書程度の標準から、高校入試を意識したやや難しい程度と多様になっている。そして、既習を生かした「学習課題」と思考を促す「発問」、「ICT」が授業の流れに沿って1枚の指導例にまとめられているのが特徴である。この授業モデルを活用することを通して、生徒の思考力・表現力を高めることをねらいとしている。

(3) ICTのよさと課題

ICTのよさは大きく分けて、①既習の再現化、②事象の可視化、③効率化の三つがあると考える。

①は、課題把握や課題追究で、解決するために使えるような既習を再現するICT教材を提示し、課題解決への見通しを持つことができることである。

②は、課題把握や課題追究で、事象の様子をイメージさせるためのICT教材を使うことで指導者側と生徒側の認識のずれを減らしたり、共通体験をしたりすることができることである。

③は、課題解決時にICT教材や機器を使って、効率よく自分の考えを説明し、また、他者からの多様な解法を導き、比較・検討できることである。

本研究では、ICTのよさを生かした教材開発として①「既習を活用する（再現化）」、②「事象の様子をイメージする（事象の可視化）」、③「効率よく活用できる（効率化）」の三つに主眼を置き、研究を進める。

ICTには課題もある。見せたいもの（動画・静止画・資料等）を瞬時に再現できるよさがある一方、ICTで提示したものは授業で残すことができない。したがって、指導者側の明確な意図と提示計画が求められる。また、指導者は生徒の反応や意見を予測して教材を作成するが、生徒から予想外の考えが出された場合に即座に対応できないこともある。そのため、予想外の考えが出された場合は実物投影機などのICT機器を用いてスクリーンに提示し、その考えを発表・話し合いを通して比較・検討することによって、自分の考えを高めることができる指導の工夫が求められる。


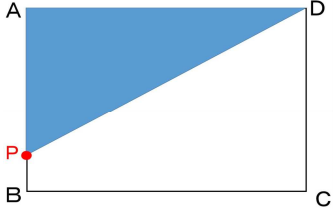

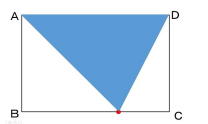


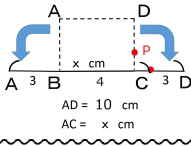
2 教材の概要

(1) 既習を生かした学習課題と思考を促す発問、ICT授業モデルの作成方針

「学習課題」と「発問」をセットにした実践例は多くの教育者が研究を進めている。この研究は既習を生かした「学習課題」と「発問」に加えて、解決への手がかりとなる既習の再現と事象を可視化する「ICT教材」で見通しを持たせる。そして、「ICT教材」や「ICT機器」で効率的に多様な考えを導き発表・話し合いを活発にすることで、思考力・表現力を高めることを目的としている。

① 指導例の様式について【一部抜粋】

1 単位時間の学習課題と発問構成、ICT活用を、授業の流れのどの場面で使えるかを明確にし、A4で1枚にまとめたものが「指導例」である。

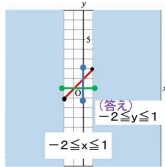
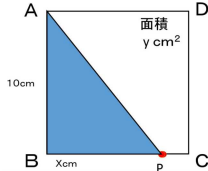

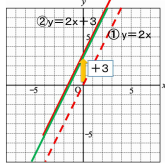
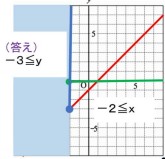
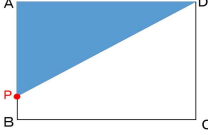

指導例 (中学2年 一次関数の動点)		使用するICT教材名 【2年一次関数動点①】 【2年一次関数動点②】	中2関① 
ねらい 点Pが移動した距離に伴って変化する三角形の面積を表・式・グラフを使って表すことを通して、一次関数の事象の様子を数学的に捉えることができる。		使用するICT教材名 (授業の準備) 教科書・ノート 実物投影機・プロジェクタ・パソコン (少人数クラスの場合はタブレットPCで代用可)	
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 60%;"> <p style="text-align: center;">学習課題</p> <p>長方形ABCDで、AB=3cm、AD=4cmである。 点PがAからxcm動いたときの△APDの面積を$y\text{cm}^2$として、△APDの面積の変化の様子を調べましょう。 点Pが ① 辺AB上 ② 辺BC上 ③ 辺CD上 にあるときの△APDの面積の様子を表すこと。</p> </div> <div style="width: 35%; text-align: center;">  </div> </div>			
基本的な流れ	指導のポイント		
<p>1. 学習課題を把握する。</p> <p style="text-align: center;">課題解決のために 考える視点を与える発問</p> <p>点PはAを出発して、辺上をB、Cを通してDまで動く。</p> <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 50%; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【発問】 点Pの位置によって、△APDの面積はどうなるか？</p> </div> <p>① AB上にあるときは面積は増加 ② BC上にあるときは面積は一定 ③ CD上にあるときは面積は減少</p>	<p style="text-align: center;">* 時間配分は指導者によって違うので省略</p> <p>○生徒たちは変域に応じた三角形の面積の変化を捉えることが苦手であると予想されるため、実際に方眼紙に三角形をかかせて体感させる。 (増加→一定→減少)</p> <div style="border: 2px dashed purple; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">【ICT (可視化) 【中2関④一次関数の動点①.pptx】 ICTの使い方</p> <p>変域に応じた三角形の面積の変化について視覚的に把握できる。</p> <p>①増加 ②一定 ③減少</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">    </div> </div>		
<p>2. 学習課題を追究する。</p> <p>*学習課題は上記 (生徒の思考)</p> <p>① AP間の距離はxcmである。 △APDの面積は$2x\text{cm}^2$ ②底辺はAD(4cm)で一定 高さもAB(3cm)で一定 よって面積は6cm^2 ③のPD間の距離が捉えにくい</p>	<div style="border: 2px dashed purple; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">【ICT (可視化) 【中2関④一次関数の動点②.pptx】 ICTの使い方</p> <p>つまづきやすい③のPD間の距離を把握する。</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin: 0 20px;">→</div>  </div> </div>		

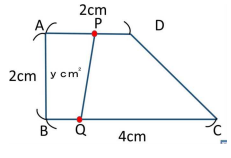
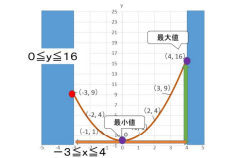
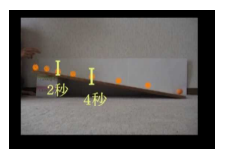
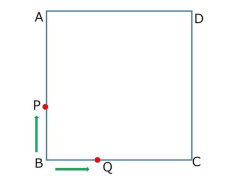
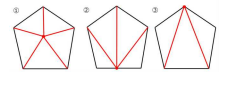
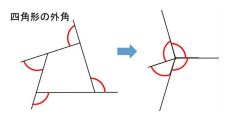
② 使いやすく簡単な様式の「ICT教材」について

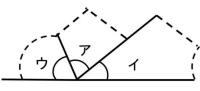
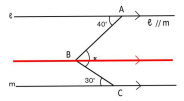
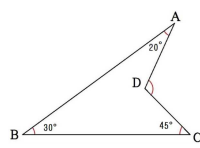
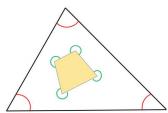
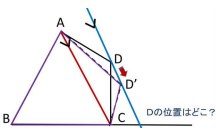
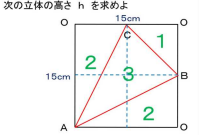
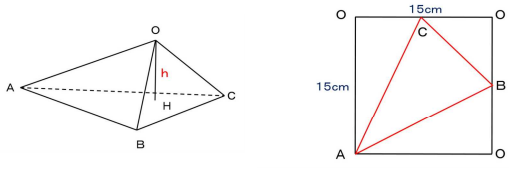
また、学校ごとにICT環境に違いがある。具体的にはタブレットPCや電子黒板など最新鋭の情報機器がある学校もあれば、1教室に1台PCが配置されていない学校もあり、それらの事情から教員のICTスキルにも差が生じてしまう。このような差に左右されることなく、本授業プランをできるように「ICT教材」はなるべく簡単な形式にした。また、授業のねらいによって訂正したり、改善したりできるように作成には表計算ソフトやプレゼンテーションソフトを使って、汎用性を持たせる工夫をした。


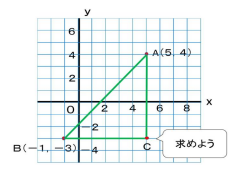
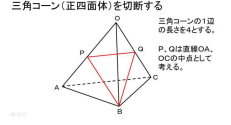
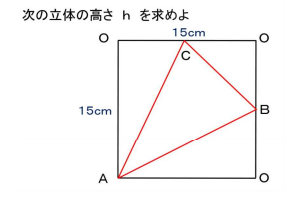
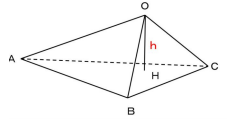
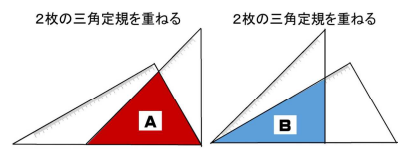
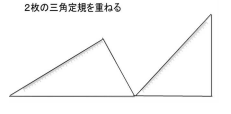
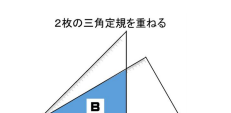
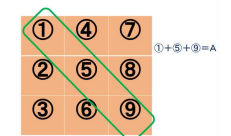
(2) 学習課題と発問・ICTの授業モデルの内容

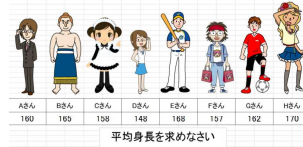
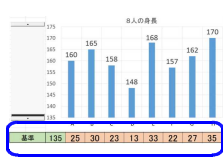
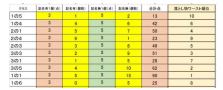
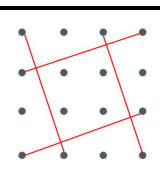
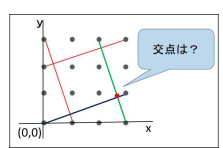
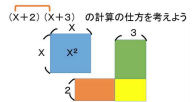
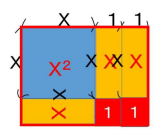
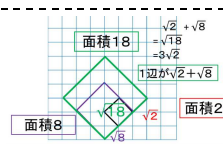
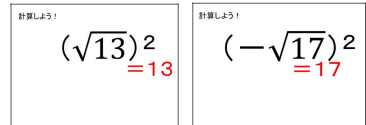
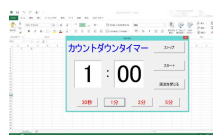
表1 「学習課題と発問、ICT授業モデル」一覧表

領域	学年	単元	指導例	内容とねらい	教材データ (ICT)
関数	1年	比例と反比例	比例のグラフと変域	xの変域に対するyの変域を求めて、変域を持つ比例のグラフをかきことができる。	 プレゼンテーションソフト
			比例と反比例の動点	動点の動きに伴い変化する面積を、表・式・グラフを使って考察し、事象を捉え、その特徴を筋道立てて説明できる。	 プレゼンテーションソフト
	2年	一次関数	一次関数の立式	伴って変わる2つの変数を取り出し、その変化の特徴から一次関数の式を捉えられる。	 プレゼンテーションソフト
			一次関数と比例のグラフの比較	それぞれの関数のグラフや表との比較から、類似性や相違点を調べて特徴を理解することができる。	 プレゼンテーションソフト
			一次関数のグラフと変域	xの変域に対するyの変域を求めて、変域を持つ一次関数のグラフをかきことができる。	 プレゼンテーションソフト
一次関数の動点	①	三角形の動点の動いた長さに伴って変化する面積を表・式・グラフを使って考察することを通して、事象を捉え関数の特徴を筋道立てて説明できる。	 プレゼンテーションソフト		
		平成27年度全国学力・学習状況調査(プロジェクトの最適な投影距離を見付ける)	実生活の場面での問題を解決するために、図や表で与えられた情報から、目的に応じて必要な情報を適切に選択し、説明の根拠として用いることができる。 (詳細は平成27年度全国学力・学習状況調査問題)	動画 (mpg) 	

		<p>一次関数の動点②</p> <p>台形の動点の動いた長さに伴って変化する面積を表・式・グラフを使って考察することを通して、事象を捉え関数の特徴を筋道立てて説明できる。</p> <p>【学習課題】 台形 $ABCD$ で、2点 P、Q はそれぞれ D、B を同時に出発し、点 P は辺 DA 上を一往復し点 Q は辺 BC 上を C まで、どちらも毎秒 1 cm の速さで動きます。点 P、Q が動き始めてから x 秒後の4点 A、B、Q、P を結んでできる図形の面積を $y\text{ cm}^2$ として、答えなさい。 (1) 1秒後、3秒後の y の値を求めなさい。 (2) x の変域が $2 \leq x \leq 4$ のとき、y を x の式で表しなさい。</p> <p>【発問例】 点 P、Q の位置によって、四角形 $ABQP$ の面積はどのようになるか。</p>	<p>プレゼンテーションソフト</p> 	
3年	二乗に比例する関数	<p>二乗に比例する関数の変域</p> <p>x の変域と y の変域との関係を調べて、対応する変域を手際よく求めてグラフをかくことができる。</p> <p>【学習課題】 $y = x^2$ から、変域が $-3 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めよ。</p> <p>【発問例】 y の値が最小になるのはいくつだろう。</p>	 <p>プレゼンテーションソフト</p>	
	二乗に比例する関数	<p>変化の割合</p> <p>斜面上を落下する物体の運動から x の増加量に対する y の増加量の割合を調べる活動から、関数 $y = ax^2$ の変化の割合の意味を表・式・グラフから考えることができる。</p> <p>【学習課題】 卓球ボールの動きが表に示されている。グラフを作って考えよう。 (1) 2秒後から4秒後までの平均の速さを求めなさい。(自作ビデオ) (2) x の増加量は落ちる時間を表しているが、y の増加量は何を表しているだろう。</p> <p>【発問例】 変化の割合の特徴はなんだろう。その理由もいいなさい。</p>	<p>動画 (mpg)</p> 	
	二乗に比例する関数	<p>二乗に比例する関数の動点</p> <p>事象を捉え、表・式・グラフを使って考察することを通して、その特徴を筋道立てて説明できる。</p> <p>【学習課題】 1辺が 8 cm の正方形 $ABCD$ がある。边上を、点 P は B から A を通って D まで動き、点 Q は P が動き始めると同時に B から C を通って D まで動きます。点 P、Q はそれぞれ毎秒 2 cm の速さで動く。</p> <p>【発問例】 点 P、Q が点 B を出発してからの時間と面積の関係を表を使って表してみよう。何か気付くことはないだろうか。</p>	 <p>プレゼンテーションソフト</p>	
図形	2年	平行と合同	<p>多角形の内角</p> <p>多角形の内角の和の求め方を多様な考え方を使って求め、比較・検討を通して一般化し、その式の便利さやよさが分かる。</p> <p>【学習課題】 五角形の内角の和を求めるのに次のような線を引いて考えた。内角の和を求めてみよう。</p> <p>【発問例】 多角形の内角の和が大きくなっていくのは分かるけれど、その増え方に数学的なきまりはないだろうか。</p>	 <p>プレゼンテーションソフト</p>
		平行と合同	<p>多角形の外角</p> <p>多角形の外角の和の求め方を多角形の内角を利用し筋道立てて考えることができる。</p> <p>【学習課題】 五角形、六角形の外角の和を式から求め、n 角形の外角の和についても考えよう。</p> <p>【発問例】 外角を見付けるには図にどんな線を記入すればよいか。</p>	<p>四角形の外角</p>  <p>プレゼンテーションソフト</p>

<p>三角形の内角の和</p>	<p>三角形の内角の和の求め方を図形の性質を利用して、演繹的に説明できる。</p>		
<p>【学習課題】 三角形の内角の和は180°であることを言葉や式を使い、説明しよう。 【発問例】 角度を移動するためには、どんな図形の性質を使えばよいだろうか。</p>			<p>プレゼンテーションソフト</p>
<p>角度を多様な解法で求める</p>	<p>角度を多様な考えで求め、図形の性質などその根拠を明らかにしながら相手に分かりやすく説明できる。</p>	<p>プレゼンテーションソフト</p>	
<p>【学習課題】 $\angle x$の大きさを求めなさい。 【発問例】 補助線を引くために意識することはどんなことだろう。</p>			
<p>凹四角形の内角の和</p>	<p>凹四角形の角の間に成り立つ関係を既習の図形の性質を利用して多様な方法で考察して説明できる。</p>	<p>プレゼンテーションソフト</p>	
<p>凹四角形の外角の和</p>	<p>凹四角形の凹角の外角を定義し、成り立つ関係を既習の図形の性質を利用して多様な方法で考え、説明できる。</p>		
<p>【学習課題】 凹角の外角を仮定して、外角の総和と理由を説明せよ。 【発問例】 凹四角形の凹角の外角はどの部分で何度か、図示してから自分で仮説を立てよう。そして、そうなる理由を示しなさい。</p>			<p>プレゼンテーションソフト</p>
<p>図形の性質を利用した課題</p>	<p>既習の図形の性質を利用して、図形の角の総和を求めることができ、図形の中にある法則性から一般化した式を導くことができる。</p>		
<p>【学習課題】 7つの角の総和を求めよう。 【発問例】 外側m角形の内角と内側n角形の外側の角度の総和にはどんな法則があるか。</p>			<p>プレゼンテーションソフト</p>
<p>等積変形</p>	<p>平行線の性質を使って高さの等しい三角形を作り、等積変形の作図をすることができる。</p>		
<p>【学習課題】 四角形ABCDで、辺BCの延長上に点Eをとって、四角形ABCDと面積が等しい$\triangle ABE$をつくりたい。どこに点Eをとればよいか。 【発問例】 四角形を2つに分けて三角形に変形する。どの点を動かしたらいいだろう。</p>			<p>プレゼンテーションソフト</p>
<p>等積変形を利用した立体の体積</p>	<p>等積変形を利用して図形の面積や体積を求め、その思考過程を相手に分かりやすく説明できる。</p>	<p>次の立体の高さ h を求めよ</p> 	
<p>【学習課題】 体積を求めることで、$\triangle ABC$を底辺として、次の立体の高さを求めなさい。(B、Cは辺の中点とする) 【発問例】 底面を$\triangle ABC$とおいたときの高さは何cmになるか。$\triangle ABC$の面積はどのように求められるか。</p>			<p>次の立体の高さ h を求めよ</p> 
<p>平成27年度全国学力・学習状況調査(証明を振り返り条件を変えた場合の証明を考える)</p>	<p>図形の証明を振り返り、結論に導くための欠かせない条件や性質を捉え、特殊から一般へと発展的に考えられる。(詳細は平成27年度全国学力・学習状況調査問題)</p>	<p>正方形ABCD BE=DF(仮定) AB=CD $\angle ABE=\angle CDF=90^\circ$ $\angle BEF=90^\circ$ は必要か? 互いに逆断り以上 互いに断り</p> 	

3年	相似	<p>相似の利用 (ピザの大きさ)</p> <p>相似の考え方をを用いて、具体的な事象を考察し、その結果が適切であるかを振り返って考えることができる。</p> <p>【学習課題】 あるピザ屋では、ミックスピザの値段が次のように決められています。Mサイズ、Lサイズのどちらのほうがお得でしょうか。また、お得な方のサイズはいくらお得なのかも計算してみよう。</p> <p>【発問例】 MサイズピザとLサイズピザのどちらがお得か考えるには今まで学習したどんな内容が使えるかな。</p>	 <p>表計算ソフト (VBA)</p>									
	三平方の定理	<p>2点間の距離</p> <p>三平方の定理を平面図形に活用して2点間の距離を考察できる。</p> <p>【学習課題】 2点A(5, 4) B(-1, -3)の間の距離を求めなさい。</p> <p>【発問例】 どうやったら点Cの座標を求められるだろうか。</p>	 <p>プレゼンテーションソフト</p>									
	総合	<p>三平方の定理の利用 (切断面の面積)</p> <p>身近にある具体的な立体に対して、対象となる図形がどのようなものになるのか既習を生かして予想を立てて、立体の切断面の図形やその面積を求めることができる。</p> <p>【学習課題】 正四面体を切断する。OAの中点をP、OCの中点をQとしたとき、$\triangle BPQ$の面積を求めなさい。</p> <p>【発問例】 $\triangle BPQ$はどんな形だろう。また、なぜそうなるのか根拠を説明しよう。</p>	<p>三角コーン(正四面体)を切断する 三角コーンの1辺の長さを4とする。 P, Qは直線OA, OCの中点として取る。</p>  <p>プレゼンテーションソフト</p>									
	総合	<p>図形の性質利用した融合問題</p> <p>立体の高さを求めるために、体積の考えや三平方の定理の考えを用いて問題解決できる。</p> <p>【学習課題】 三平方の定理で、$\triangle ABC$を底辺とした、次の立体の高さを求めなさい。 (B, Cは正方形の中点とする)</p> <p>【発問例】 どんな立体だろうか。また、$\triangle ABC$を底面として、この立体の高さを求めるにはどんな方法があるだろう。</p> 	 <p>プレゼンテーションソフト</p>									
総合	<p>三平方の定理 (面積が大きいのはどっち?)</p> <p>三角形の面積の大きさの比較を既習事項である相似や図形の性質を利用して、見通しを持って求め、その理由を相手に分かりやすく説明することができる。</p> <p>【学習課題】 市販の三角定規を重ねる。さて、重なった面積(A)と(B)はどちらの面積が大きいだろう。</p> <p>【発問例】 具体的にどこの長さを出せば面積を出すことができるだろうか。</p> 	<p>2枚の三角定規を重ねる</p>  <p>2枚の三角定規を重ねる</p>  <p>プレゼンテーションソフト</p>										
数と式	1年	<p>正負の数 (魔方陣)</p> <p>既習の数学を基にして数や図形の性質などから試行錯誤し、数学的な見方や考え方を育みながら文字のよさや必要性に気付く。</p> <p>【学習課題】 次の魔方陣を完成させよう。</p> <p>【発問例】 9こある数字に秘密はあるかな。</p> <table border="1" data-bbox="1005 1904 1149 2038"> <tr><td>5</td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td>-4</td><td>-2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	5		3	-4	-2					<p>word プレゼンテーションソフト</p>  <p>①+⑤+⑨=A</p>
5		3										
-4	-2											

	正負の数	<p>正負の数 (仮平均)</p> <p>基準との違いを正負の数を用いて表し、それを利用して課題解決して、自分の思考を整理して仮平均のよさを相手に説明することができる。</p> <p>【学習課題】 8人の大人がいる。それぞれの身長は、160cm、165cm、158cm、148cm、168cm、157cm、162cm、170cmである。 8人の平均身長を求めよ。</p> <p>【発問例】 仮平均の数値の設定はどのようにすると計算しやすいか。</p>  <table border="1" data-bbox="845 425 1149 481"> <tr> <td>Aさん</td> <td>Bさん</td> <td>Cさん</td> <td>Dさん</td> <td>Eさん</td> <td>Fさん</td> <td>Gさん</td> <td>Hさん</td> </tr> <tr> <td>160</td> <td>165</td> <td>158</td> <td>148</td> <td>168</td> <td>157</td> <td>162</td> <td>170</td> </tr> </table> <p>平均身長を求めなさい</p> 	Aさん	Bさん	Cさん	Dさん	Eさん	Fさん	Gさん	Hさん	160	165	158	148	168	157	162	170	<p>表計算ソフト (VBA) 基準値を設定して 基準値との +、-で表す。</p>
Aさん	Bさん	Cさん	Dさん	Eさん	Fさん	Gさん	Hさん												
160	165	158	148	168	157	162	170												
2年	総合	<p>平成27年度全国学力・学習状況調査 (落とし物を減らす対策を考えよう)</p> <p>実生活の場面から情報を適切に取り、必要な情報を選択し処理できる。 (詳細は平成27年度全国学力・学習状況調査問題)</p>	<p>表計算ソフト</p> 																
	総合	<p>格子点を利用した求積</p> <p>既習の数学を生かし、図形の性質や連立方程式とグラフの活用から面積を考えることができる。</p> <p>【学習課題】 右の図の正方形の面積Sは3 cm^2となるか。 次に正方形の面積を求めてみよう。</p> <p>【発問例】 面積を求めるには何が分かればよいか。</p> 	<p>プレゼンテーションソフト</p> 																
3年	多項式	<p>展開公式</p> <p>多項式同士の乗法の式を既習の分配法則を生かしたり、図示したりする学習を通して式の展開ができる。</p> <p>【学習課題】 面積図を使って$(x+2)(x+3)$を展開しよう。</p> <p>【発問例】 $(x+2)(x+3)$は長方形を使って面積を表現するとどうなるか。</p>	<p>$(x+2)(x+3)$の計算の仕方考えよう</p>  <p>プレゼンテーションソフト</p>																
	因数分解	<p>分配法則や乗法公式をもとにして、多項式を因数分解することができる。</p> <p>【学習課題】 面積図を使ってx^2+3x+2を因数分解しよう。</p> <p>【発問例】 x^2、$3 \times x$、1×2を組み立てて、1つの図形にするとどうなるか。</p>	 <p>プレゼンテーションソフト</p>																
	平方根	<p>平方根の計算</p> <p>平方根の加法・減法の計算を図や数直線など多様な方法で考え、その計算方法を考察できる。</p> <p>【学習課題】 $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{10}$ は成り立つか。理由も考えよう。</p> <p>【発問例1】 $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{10}$は何を使ってどのように考えたらよいか。</p>	 <p>プレゼンテーションソフト</p>																
数と式	1	正負の数・文字と式	<p>授業の導入でフラッシュ教材での導入を図るフラッシュ教材についてはプログラムを組んで、計算問題が毎回順不同でランダム再生できるようにしてある。</p> <p>* 前時の復習をするためにフラッシュ教材を使う。</p>  <p>(ICT再現化)</p>	<p>プレゼンテーションソフト プログラム (VBA) 動画 (使用例)</p>															
	2	式の計算																	
	3	多項式・平方根																	
共通	<p>カウントダウンタイマー ◎時間を計測するときに使用する。</p>	<p>表計算ソフト (VBA)</p> 																	

3 研究構想図



V 研究の計画と方法

1 実践の概要

対象	研究協力校 第2学年 1クラス
実施期間	平成27年10月21日～平成27年11月4日
単元名	実施「平行と合同」
単元の目標	観察、操作、実験を通して基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にそれらを確認する。

2 検証計画

検証の観点	検証の方法
(1) 既習を生かした「学習課題」を提示して課題把握・課題追究で思考を促す「発問」をする授業構成により、既習の知識や考え方を活用して解決の見通しを持ち、試行錯誤しながら自力解決できるであろう。	ワークシート記述 学習活動の観察
(2) 課題把握・課題追究で、ICTのよさである「既習の再現化」や「事象の可視化」を生かすことにより、生徒たちは課題に与えられている条件やきまりなどを的確に捉えて課題解決への見通しを持つことができるであろう。	発言内容 アンケート
(3) 課題解決時に ICT教材や機器を使って効率よく自分の考えを説明したり、他者からの多様な考えを導いたりすることで、発表や話し合いを活発にして自分の考えを高めることができるであろう。	

VI 研究の結果と考察

1 授業実践の結果と考察

- (1) 既習を生かした「学習課題」を提示して課題把握・課題追究で思考を促す「発問」をする授業構成により、既習の知識や考え方を活用して解決の見通しを持ち、試行錯誤しながら自力解決できるであろう。

この授業実践では、「平行と合同」の1節の授業実践を行った。課題把握・課題追究での思考を促す「発問」について検証したいと考え、「発問」については次の二つを主な指針とした。

- 課題把握の「発問」は学習課題に興味を持たせるとともに、また、どのような既習を使えばいいか課題追究への見通しを立てられるもの。
- 課題追究の「発問」は解決するための方法や、生徒のつぶやきや考えを取り上げることで、更に思考を深めるもの。

(第1時学習課題) 四角形、五角形、六角形など多角形の内角の和を考え、気付いたことや規則性を式や言葉でまとめる。

① 具体的な実践内容と結果

小学校5年の四角形の角の和の学習から、対角線で三角形に分けることは既習であるので、「四角形、五角形、六角形と角が増えるにつれて、内角の和はどうなっていく？」という発問に対して、「角が増えるにつれて多角形の内角の和は大きくなっていくのは分かる気がする」という発言がみられた。

(発問1) 多角形の内角の和が大きくなっていくのは分かるけれど、その増え方に数学的なきまりはないだろうか？

漠然とした「内角の和が増えていく」という感覚を検証するため、生徒は図1、図2のように三角形に分けて考えた。(発問1)から、「多角形の角が増えるごとに、できる三角形が1つつづ増えるから、 180° ずつ増える」という視点に気付き、多角形の内角の和の規則性を捉えた。

(発問2) 多角形の角の数が決まれば内角の和が決まることをルールや式で表現できないか。また、図3の補助線で考察するならばどんな図形の性質が使えるだろうか。

(発問2)は、(発問1)の「数学的なきまり」という視点を生かし、多角形の角の数と内角の和の関係を一般化する。また、生徒の考えである図3を取り上げ、どんな補助線でも $180^\circ \times (n - 2)$ となることを示した。図4は実際の生徒の解答である。

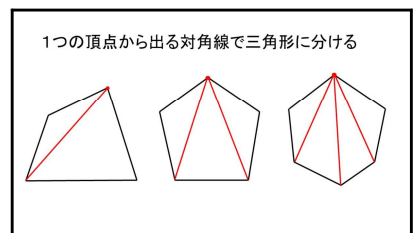


図1 (ICT) 三角形分割

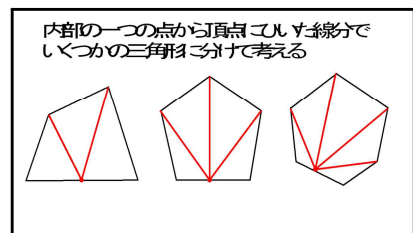


図2 (ICT) 三角形分割

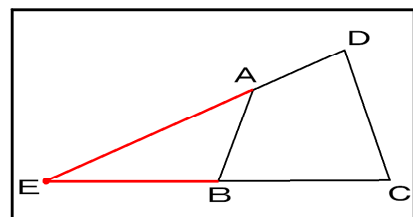


図3 (ICT) 多様な補助線

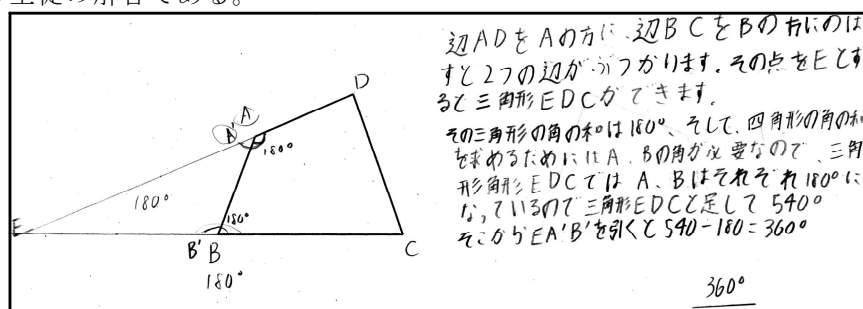


図4 DAとCBを延長した補助線で四角形の内角の和を求めた例

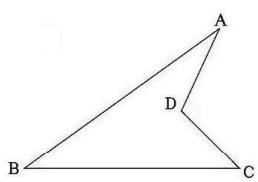
② 考察

漠然とした「内角の和が増えていく」という感覚を、指導者が「増え方の数学的なきまり」や「ルールや式」という考える視点を発問で与えて思考を促すことで、多角形の角の数(n)と多角形の角の和が関数の関係になっていることに気付き、文字を用いて関係を一般化した。指導者側の「発問」によって、生徒が思考を促して自力解決することで、多角形の内角の和が $180^\circ \times (n - 2)$ となることが導き出されて、授業のねらいに迫ることができた。

(2) 課題把握・課題追究で、ICTのよさである「既習の再現化」や「事象の可視化」を生かすことにより、生徒たちは課題に与えられている条件やきまりなどを的確に捉えて課題解決への見通しを持つことができるであろう。

(第7時学習課題)

凹四角形の角の間に成り立つ関係を既習事項の図形の性質を生かして多様な考えで証明する方法を考える。



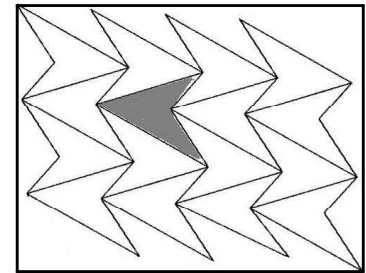


図5 (ICT) 映写する

① 課題把握での ICT活用の工夫

ア 具体的な実践内容と結果

凹四角形は生徒にとって馴染みのない四角形であり、角の間に存在する関係を見いだすことには困難が予想される。図5の敷き詰め図をスクリーンに投影して、同じ大きさの角に、同じ色の磁石を貼り付けていくように生徒に指示し、作業を継続すると、図6のように凹四角形が隙間なく敷き詰められ、凹角には「×、○、△」の3つの角が集まることに気付いた。

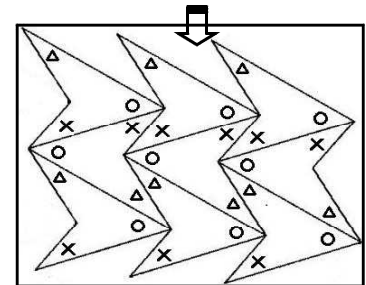


図6 (ICT) 事象を可視化

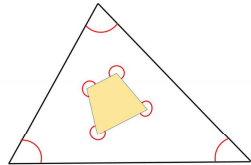
イ 考察

課題把握での ICT活用により、 $(\angle A + \angle B + \angle C = \angle ADC)$ をほとんどの生徒が見いだすことができた。課題追究に進む上で事象を可視化することで、指導者側と生徒側の認識のずれがなくなり、学習課題の共通認識に大変有効であり、生徒からはなぜ隙間なく敷き詰められるのか追究したいという意見も出された。これは ICT活用によって、着目させたい凹角の部分に容易に着色することで課題把握への認識のずれをなくし、また課題に興味を持たせて課題追究につなげた例である。

② 課題課題追究で思考を深める ICT活用の工夫

(第8時学習課題) 7つの角の総和を求めよう。

(ねらい) 既習の図形の性質を利用して、図形の角の総和を求めることができ、図形の中にある法則性から一般化した式を導くことができる。



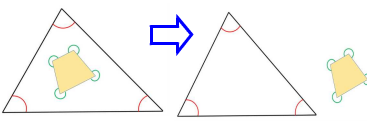
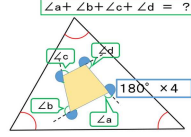
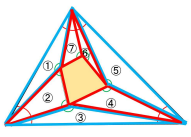
 <p>(Aの考え) 図形を2つに分割</p>	 <p>(Bの考え) 外角の性質を利用</p>	 <p>(Cの考え) 三角形に分割</p>
--	--	--

図7 生徒の多様な考え

ア 具体的な実践内容と結果

既習である「多角形の内角の和や外角の和が 360° 」を生かして、角の総和に成り立つ関係を考える学習課題である。解決への見通しを持たせる部分で「既習を生かすこと」(再現化)に触れて授業を開始した。指導者側の予想が図7のA~Cの考えである。

イ 考察

課題追究で多様な考えを導くために、ICTのよさを積極的に活用した例である。プレゼンテーションソフトのアニメーション効果により、「図形の分割」や「補助線」に動きを出すことができ、見通しを持つことができた例である。しかし、図8のような誤答もみられたため、指導者が事後に支援した。「総和を求めるためには、最小の三角形の個数で分ける」という1時間目の「多角形の内角の和」の学習事項を再現する必要があったと感じた。

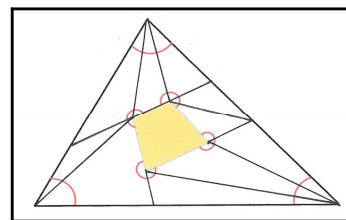


図8 生徒の考え（誤答）

アンケート結果から、思考を深める部分での ICT活用については有効であると生徒も感じていて、「図形が動くので分かりやすい」「どうやって考えたらよいのかイメージがわく（方法の見通しを持てる）」など、ICTのよさである事象の可視化の部分での有効性を感じている意見が多く見られた。課題として、「ヒントが出てしまうので見せないで欲しい」など、指導者と生徒の認識の違いも明らかになり、ICTのよさを生かすため、授業構成を見直す必要性も感じた。

- (3) 課題解決時に ICT教材や機器を使って効率よく自分の考えを説明したり、他者からの多様な考えを導いたりすることで、発表や話し合いを活発にして自分の考えを高めることができるであろう。

ア 具体的な実践内容と結果

図形の性質を生かした補助線を引き、筋道を立てて説明する授業（第1時、第5時、第6時、第7時、第8時）で検証した。第1時の「多角形の内角の和」では、小学校5年の既習である「四角形の角の和」で学んだ補助線を使って多様な考えが導かれ、どんな補助線でも内角の和は $180^\circ \times (n - 2)$ に一般化されることや、補助線は図形の性質を意識して引くことを学んだ。第5時は「三角形の内角の和と外角の性質の証明」、第6時は「図形の角の和を求める学習課題」で補助線は図形の性質である「平行線の錯角や同位角」「三角形の内角・外角の性質」を生かして引き、自力解決した。話し合いの場面では多様な考えを比較・検討することによって、「説明するときは、頂点（角）に名前を付ける。ここやそこなどの曖昧な表現は使わない」など、相手に分かりやすく説明することを通して学んでいった。第7時は「凹四角形の角の和を求める学習課題」、第8時は上述した「七つの角の和を求める学習課題」であり、課題把握で「多角形の内角の和や外角の和」などの既習を ICTで再現した。課題追究では課題に含まれる図形の要素に着目して、今まで習ったどの既習を使えば解決できそうかを「発問」から促して思考していった。図9は ICT教材や機器を使って自分の考えを根拠を明確にして説明する様子である。



図9 自分の考えを説明する

イ 考察

自分の意見を説明することに消極的だった生徒に、既習を生かして考えの筋道を「式」や「言葉」で書かせてできたところまでは認めて励ますことにより、分かりやすい記述が定着していった。この「記述」を手がかりに集団の前で発表して自分の考えが相手に伝わるようになるにつれて、満足感を味わっているように思えた。また実物投影機などの ICT機器を使う発表や話し合いは、効率的に時間を使えるため、多くの生徒に発表の機会を与えられて多様な考えを導くよさがあると感じた。図10が図形の性質を明らかにして、言葉、式を使って自分の考えを表現した抽出生徒の解答である。

(学習課題) 角の和を求めよう。

まず三角形の中にある四角形 DEFG の内角の和は
 $180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$
 1つの頂点の内角と頂点のまわりの角の和は 360° だから
 $360^\circ \times 4 = 1440^\circ$
 したがって頂点のまわりの角の和は
 $1440^\circ - 360^\circ = 1080^\circ$
 そして三角形 ABC の内角の和は 180° だから
 $180^\circ + 1080^\circ = 1260^\circ$
 A 1260°

図10 根拠が明確に書かれている抽出生徒の解答

Ⅶ 研究のまとめ

1 成果

- 既習を生かした学習課題の「多角形の内角の和」で、多角形の内角の和の一般化した式を考察した。「角の数が増えるにつれて、内角の和が増えていく」という生徒の漠然としたつぶやきを取り上げ、「その中にある数学的なきまりはないだろうか」という考える視点を与えて生徒の思考を促したところ、多角形の角の数(n)と多角形の角の和が関数関係になっていることに気付いた。指導者側の「発問」によって、生徒が思考を促して自力解決することで、多角形の内角の和が $180^\circ \times (n - 2)$ となることが導き出されて、授業のねらいに迫ることができた。
- 「凹四角形の内角の和」を求める学習課題で、課題把握・追究過程での ICT活用によって凹角の部分に3つの角が集まることを実際にスクリーンで投影すると、事象が可視化されることにより課題解決への見通しを持たせることに大変有効であった。
- 課題解決のために必要な既習の図形の性質を ICTの再現化を生かして課題追究に進むと、課題の事象の中にある図形の要素に着目しやすく、図形の性質を生かした補助線を引くためのよい手立てとなった。また、ICT機器を使う発表や話し合いは時間を効率的に使えるため多様な考えを導くことができ、思考力・表現力の高まりがみられた。

2 課題

- 指導者が想定した以上に生徒から多様な考えが導かれることがあった。授業準備の際、指導者は予想される生徒の考えを十分に把握した上で、「発問」や「ICT教材」を準備して授業に臨むことが大切である。そして、授業中は、指導者が生徒の考えをよく見取って取り上げ、比較・検討したり、まとめたり深めたりすることで、更に思考力・表現力は高まると考える。

Ⅶ より良い実践のための提言

学習課題は授業構成における基になるものである。学習課題は、既習を生かし数学を学ぶ楽しさを味わえるものや、数や図形の性質を使い多様な考えを導き出すもの、また数学が役立つことを実感するのに工夫することが大切である。

<参考文献>

- ・鈴木 政則 著 『数学的な考え方を育てる課題&キー発問集』 明治図書 (2015)
- ・日本数学教育学会研究部中学校部会 『数学的活動を促す教材と授業の展開』 東洋館出版社 (2015)

<担当指導主事>

門倉 健 清水 義博