

群 教 七	G03 - 04 令 6.287 集 数学 - 高
-------------	---------------------------------

高校数学において、問題を自分事化して 取り組む生徒の育成

—「誤った考え方」の活用と学習環境の工夫を通して—

特別研修員 貞形 大樹

I 研究テーマ設定の理由

高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編では、数学科の目標として「問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度」の育成が掲げられている。そのためには、生徒が問題を「自分事」として捉え、主体的に問題解決に取り組む姿勢を育てることが重要である。

本研究では、生徒が主体的に問題解決を進める中で、「誤った考え」がしばしば生じる点に着目する。学習活動の場面では、なぜそのような考えに至ったのか、どの部分が誤っているのかを振り返り、考え直すことで、正しい考えへと変化していくことが大切である。このプロセスにおいて、教師が適切に関与し、生徒の気付きを促すことで、個々の生徒の理解が深まるだけでなく、クラス全体が主体的に問題解決に取り組む集団へと成長していくと考えられる。

研究協力校の生徒は、友人同士や少人数のグループ内で意見を交換する機会が多い。しかし、問題の解法や考え方を深く吟味することなく解答する傾向が見られる。そこで、本研究では、生徒が間違えやすい「誤った考え」に焦点を当て、そこを学びの出発点とし、生徒の考えのどこが誤っているかを追究することで、問題を自分事化して取り組めるようにすることを目指す。

また、本研究において、「自分事化して取り組む」とは、「数学の問題を、ただ与えられたものとして取り組むのではなく、自分の課題だと感じ、自分や仲間と考え、工夫しながら解決しようと」と定義する。

II 研究内容

1 研究構想図

生徒の実態

- 友人同士や少人数の中で多くの生徒が意見を交換することができる。
- 問題を解く過程や考え方について吟味することなく解答する生徒が多い。

教師の願い

- 「解きたい」という気持ちをもち、数学の問題を自分事化して、自分や仲間と試行錯誤してほしい。

自分事化して取り組む … 数学の問題を、ただ与えられたものとして取り組むのではなく、自分の課題だと感じ、自分や仲間と考え、工夫しながら解決しようとしている

手立て① 「誤った考え方」の活用

○教師があらかじめ予想した、生徒が間違えやすい「誤った考え方」を正解のように提示する。その後提示した解答が誤っていることを生徒に伝え、教師の考え方について何が違うかを考えさせる。

この解答で合ってるよね?

合ってる!

この解答は間違います

えっ!?

この考え方のどこが間違いのかを考え、正しい解答を導こう

何が間違っているのだろうか?

どこを改めたらいいのかな?

学習活動

個別
追究

グループ
追究

まとめ

手立て② 学習環境の工夫

○自分事化した気持ちを継続させるために、問題を解決する手助けとなる教材を教室に設置する。

【1】と【2】に違いはあるかな?

補助カード

問題解決のために着目すべきヒントが書かれている。

具体物

透明な紙に首飾りの絵が書いてあり、玉の部分は両面テープが貼っている。裏返した場合を考えることができる。

ホワイトボード

実際に絵や式を書いていたりすることで、考え方を共有したり、理解したりすることができる。

この2つの違いは何かな?

補助カードを使用した生徒

ここが対称だから…

全部書き出そう

具体物を使用した生徒

裏返すと…

ホワイトボードを使用した生徒

目指す生徒像

問題を自分事化し、自ら考えて取り組む生徒

2 研究上の手立て

問題を自分事化し、自ら考えて取り組む生徒を育成するために、以下の手立てを講じる。

手立て1 「誤った考え方」の活用

教師が解答を示す際、生徒たちが間違えやすい「誤った考え方」を用いて説明する。「誤った考え方」を教師が提示した後でこの考え方方が間違いであることを生徒に伝えることで、「なぜ」と生徒たちの心を揺さぶり、「自分の考え方のどこが間違っているのかを解決したい」という気持ちにさせる効果が期待できる。

手立て2 学習環境の工夫

問題を自分事化している気持ちを継続させ、問題の解決に向けた学習活動を活性化させるために、解法を理解するための手助けとなる教材を教室内に設置する。教材は、ホワイトボード、補助カード、具体物を用意する。手立て1の「誤った考え方」を基に、協働的に学ぶことができる時間を取り入れる。

III 実践例

1 単元名 「場合の数」（第1学年・2学期）

2 本単元について

本単元に関わる内容として、小学校では具体的な事柄について「起こり得る場合」を順序よく整理して調べることを取り扱っている。また、中学校では、樹形図などを利用して起こり得るすべての場合を列挙することができる程度の事象について、起こり得る場合を順序よく整理し数え上げることによって確率を求めるを取り扱っている。本単元では、これらを基に、場合の数をもれなく重複なく数え上げるまでの基本的な考え方を「数え上げの原則」として整理する。場合の数を求める方法を多面的に考察する基礎を養いたいと考えている。また、円順列、重複順列、同じものを含む順列などを取り扱う場合の指導に当たっても、公式を導く過程を振り返らせ、どのような見方や考え方をしたのかを確認して、そこで働く数学的なものの見方や考え方を養いたいと考えている。

以上のような考え方から、本単元では以下のような指導計画を構想し実践した。

目標	(1) 場合の数についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。 (2) 事象の構造などに着目し、場合の数を求める方法を多面的に考察する力を身に付ける。 (3) 場合の数について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。
評価規準	・集合の要素の個数に関する基本的な関係や和の法則、積の法則などの数え上げの原則について理解している。（知識・技能） ・具体的な事象を基に順列及び組合せの意味を理解し、順列の総数や組合せの総数を求めることができる。（知識・技能） ・事象の構造などに注目し、場合の数を求める方法を多面的に考察することができる。（思考・判断・表現） ・事象を場合の数の考え方を用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。（主体的に学習に取り組む態度） ・問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。（主体的に学習に取り組む態度）
時間	主な学習活動
第1時	・図を活用し、記号を用いて和集合の要素の個数を式で表す。
第2時	・樹形図を用いて、重複することなく数え上げていく。
第3時	・和の法則、積の法則を理解し、場合の数を求める。
第4時	・式の展開や素因数分解を用いて正の約数の総和を求める。
第5～6時	・順列の考え方を理解し、P(順列)や!(階乗)を活用して問題を解く。
第7時	・円順列において、回転させると同じ並び方になるものがいくつあるか調べる。
第8時	・重複順列の考え方を理解し、問題を解く。
第9時	・順列と組合せの考え方の違いについて考察し、C(組合せ)を活用して問題を解く。
第10時	・正多角形の頂点をいくつか選び、線でつなげるとできる図形の個数を求める。
第11時	・碁盤の目の道を移動する道順の総数の求め方を考察する。
第12時	・同じものを含む順列の求め方を考察する。

第13時	・円順列において、円形に並べるときにどの玉を固定するのがよいか考え、総数を求める。
第14時	・同じものを含むじゅず順列の総数を求める。
第15時	・単元のまとめ

3 授業の実際

本時は全15時間計画の第14時に当たる。本時では、「赤玉1個、青玉2個、白玉3個をつなげて首飾りを作ると何通りの首飾りができるか」という問題を用いて、同じものを含むじゅず順列の総数を求める方法について考察した。解き方や考え方の要点をおさえ、その解法に必要な考え方を数学的に表現することができることをねらいとした。導入では、前時の復習として「赤玉1個、青玉2個、白玉3個を円形に並べる方法は何通りできるか」という円順列の考え方を用いた問題を解いた。多くの生徒が正しい解答を導くことができた。

(1) 「誤った考え方」の活用（手立て1）

本時の問題「赤玉1個、青玉2個、白玉3個をつなげて首飾りを作ると何通りの首飾りができるか」を生徒に提示し、個人で追究するよう促した。生徒の様子を観察すると、多くの生徒が、導入の問題であった円順列の総数を単純に2で割るじゅず順列の考え方を用いて解答した様子が見られた（図1）。その後の解答確認の際、教師が意図的に用意した「誤った考え方」を全体に共有した（図2）。生徒は丸を付けたり納得したりする様子が見られた。教師ができた人に挙手をさせたところ、ほぼ全員が手を挙げた。提示した解答が間違えていることを生徒に伝えると、教室内がざわつき、「えっ」「何で」と驚いた様子が見られた。生徒たちは、「何で間違えたのだろう」「絶対合っているよ」と自分たちの解答を周囲と確認し始めた。その後、教師が提示した「誤った考え方」について何が違うかを考え出した。

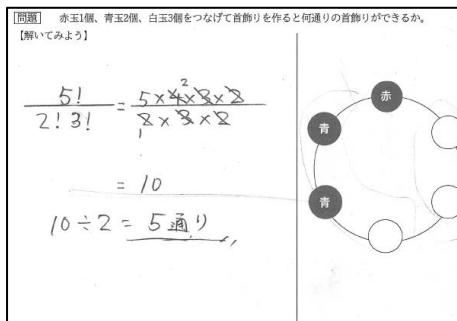


図1 生徒の解答

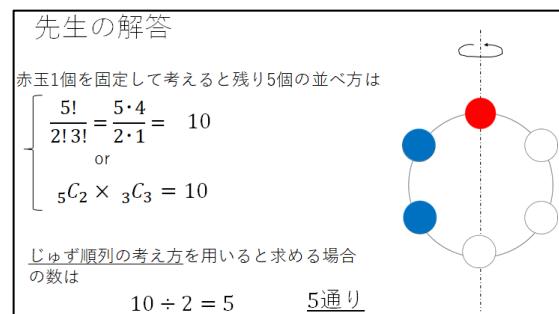


図2 教師が提示した「誤った考え方」

(2) 学習環境の設定（手立て2）

「誤った考え方」を基に本時の問題を解決する活動を行った。教室内にホワイトボードや補助カード、具体物などの道具を設置した。補助カードとは、問題解決のために着目すべきヒントが書かれているものである。具体物とは、透明な紙に首飾りの絵が書いてあり、玉の部分は両面テープが貼ってあるものである。裏返した場合を考えることができる。

ホワイトボードを使った生徒は、具体的に絵を描き、意見を出し合いながら考えを共有した（図3）。補助線を引いてみたり、数え上げたりしているうちに、一人の生徒が左右対称なときは裏返しても同じであることに気が付いた。その生徒がホワイトボードを使って友人に説明し、聞いていた生徒も「なるほど」「分かった」と発言していた。補助カードを使った生徒は、円順列の総数が描かれているカードと左右対称・非対称が分けられているヒントを基に話し合いを行っていた。補助カードを使用していた生徒の割合は半分以上いたが、なぜ「誤った考え方」が違うか分かった生徒はいなかった。具体物を用いた生徒は、色玉を実際に動かして考えていた（図4）。



図3 ホワイトボードを使用している様子



図4 具体物を使用している様子

実際に動かすことでじゅず順列の総数を出したり、裏側にしてみたりしていた。この中の一人の生徒は、具体物を使用したことで、左右対称な時には表と裏が同じであることに気が付き、左右対称と非対称では求め方に違いがあることが分かった様子であった。

(3) 考察

手立て1の「誤った考え方」の活用は、自分の解答に自信があった多くの生徒が間違えていたことを知り、「えっ」「何で」と驚く様子につながった。その後の「なぜ違うのか」「どのようにすれば正しい解答になるか」を考える時間では、多くの生徒が友人と協力したり、問題解決の過程を振り返ったりする様子が見られた。このことは、教師が一方的に解き方を教え、演習を行うだけでは見ることができない姿だと考えられる。また、手立て2の「学習環境の設定」では、問題解決のための教材を教室内に設置することで、協働的に問題解決をする様子や解法の理解の手助けになる様子が見られた。これは、個人の活動だけでは問題が解けなかったとき、教材を用いることで問題解決することができたと考えられる。

生徒が問題を自分事化して取り組んだ姿として、解法を発表した二人の生徒の様子を以下に示す。一人目は教師が用意していた、左右対称なものと左右非対称なものに分けて考え、それぞれの場合の数を足す方法で説明した（図5）。二人目は教師が予想していなかった、左右対称なもののペアを補完し、じゅず順列の考え方を用いた考え方で説明した（図6）。これらの発表は、「誤った考え方」を活用した授業を通して、問題を自分事化して取り組んだことで正しい考え方を導き出したことを示している。また、その結果として複数の解法が生まれたことも評価できる。これは、教師主導の授業ではなく、協働的な学びの中で試行錯誤した結果であると考えられる。

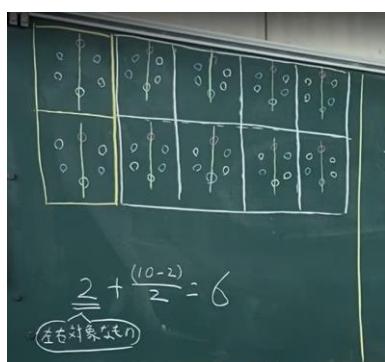


図5 教師が予想していた解答

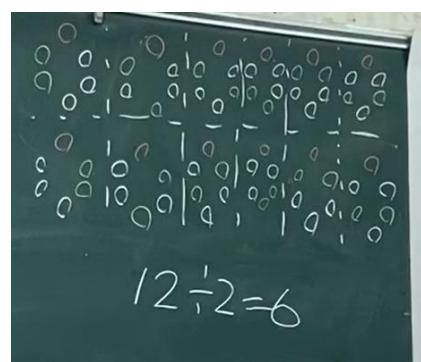


図6 教師が予想していなかった解答

IV 研究のまとめ

1 成果

「誤った考え方」を提示することで、生徒たちが友人と協力し合ったり諦めずに試行錯誤したりする様子が見取れ、解き方や考え方の要点をおさえ、解法に必要な考え方を数学的に表現することができた。このことから「誤った考え方」の活用は、「解きたい」という気持ちをもち、問題を自分事化することにつながったと考えられる。また、「学習環境の工夫」を行ったことで、協働的に取り組んだり、試行錯誤したりする様子が見られた。これは一度自分事化した気持ちを問題解決の場面まで繋げることができたと考えられる。

2 課題

問題を自分事化して取り組むことはうまくいったが、「解きたい」「解けるまで諦めない」という気持ちを授業の終末まで持続させることに課題がある。個人やグループで解く中で行き詰った際、別グループへ移動して考えを共有したり、生徒の考えを全体に紹介したりする教師の働き掛けが必要である。