

高校数学科において多角的に問題を捉えることができる力を育てる指導の工夫

— 別解を考えさせるための発問の工夫を通して —

算数・数学班 折田直樹 (中等教育学校教諭)

現状と課題

教師のねがい

【生徒の実態】 問題を解く、解きたいという意欲は強いが、ひとつの解法に満足してしまい、より深い考察をしようとする態度が弱い

【社会的背景】 情報化社会といわれる現代社会において、多角的なものごとを考える能力はますます重要性を増している

物事を多角的に捉えられる生徒

手立て

- ① 「別解」を考えさせる
- ② 「なぜ」という問いかけを中心とした発問の工夫

授業実践

生徒への発問・声かけ

生徒の学習

答えは1つだけ求め方は・・・



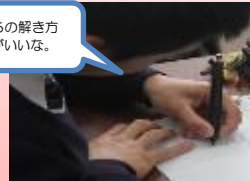
全体への声かけ

なんでこの解き方にしたのか説明してみて!



個別への声かけ

こっちの解き方がいいな。



違う解き方がいいな。



この解き方どうかな?

難解な問題になると手が止まってしまう生徒もいたが、隣や前後の生徒と話し合いながら学習し、様々な解法を見つけていた。

具体的な問題で

【問】直線 $y = m(x - 2)$ と円 $x^2 + y^2 = 2$ が異なる2点 Q, R で交わるとき定数 m の値の範囲を求めよ。

発問

連立して2次方程式の解が存在するには、どのような条件が必要だろうか?

生徒の解いた2つの解法

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ y = m(x - 2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + (m(x-2))^2 = 2 \\ x^2 + m^2(x^2 - 4x + 4) = 2 \\ (m^2 + 1)x^2 - 4m^2x + 4m^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

判別式 D と $a < 0$

$$D/4 = 4m^2 - (m^2 + 1)(4m^2 - 2) > 0$$

$$-2m^2 + 2 > 0 \rightarrow m^2 - 1 < 0 \rightarrow (m+1)(m-1) < 0 \rightarrow -1 < m < 1$$

$$d = \frac{|-2m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{2m}{\sqrt{m^2 + 1}} \text{ 半径 } \sqrt{2}$$

$$\frac{2m}{\sqrt{m^2 + 1}} < \sqrt{2}$$

$$\frac{4m^2}{m^2 + 1} < 2$$

$$4m^2 < 2m^2 + 2$$

$$4m^2 - 2m^2 - 2 < 0$$

$$m^2 - 1 < 0 \rightarrow -1 < m < 1$$

$$(m+1)(m-1) < 0$$

発問

図形的なアプローチをしたとき、既習事項を活用すればどのような条件が必要だろうか?

- 【成果】**
- 個別学習において、生徒は「他に解答はないのか」と自ら別解を探ることが出来るようになってきた。
 - 問題を解くのにあたり、その問題は何を求めているのか、少しずつではあるが、冷静に判断出来るようになった。

- 【課題】**
- 学力差が大きいため、一般解答を求めるだけで精一杯になってしまう生徒への対応。
 - 教師が提示する問題として、良い別解がある問題を精選する必要がある。