

群 教 七	E03 - 03
	平 26. 254 集
	数学—高

高校数学科において、問題に対する 主体的な取組を促す指導の工夫

—身近な題材を用いた課題把握や
実感を伴って理解する活動を通して—

特別研修員 金井 孝太

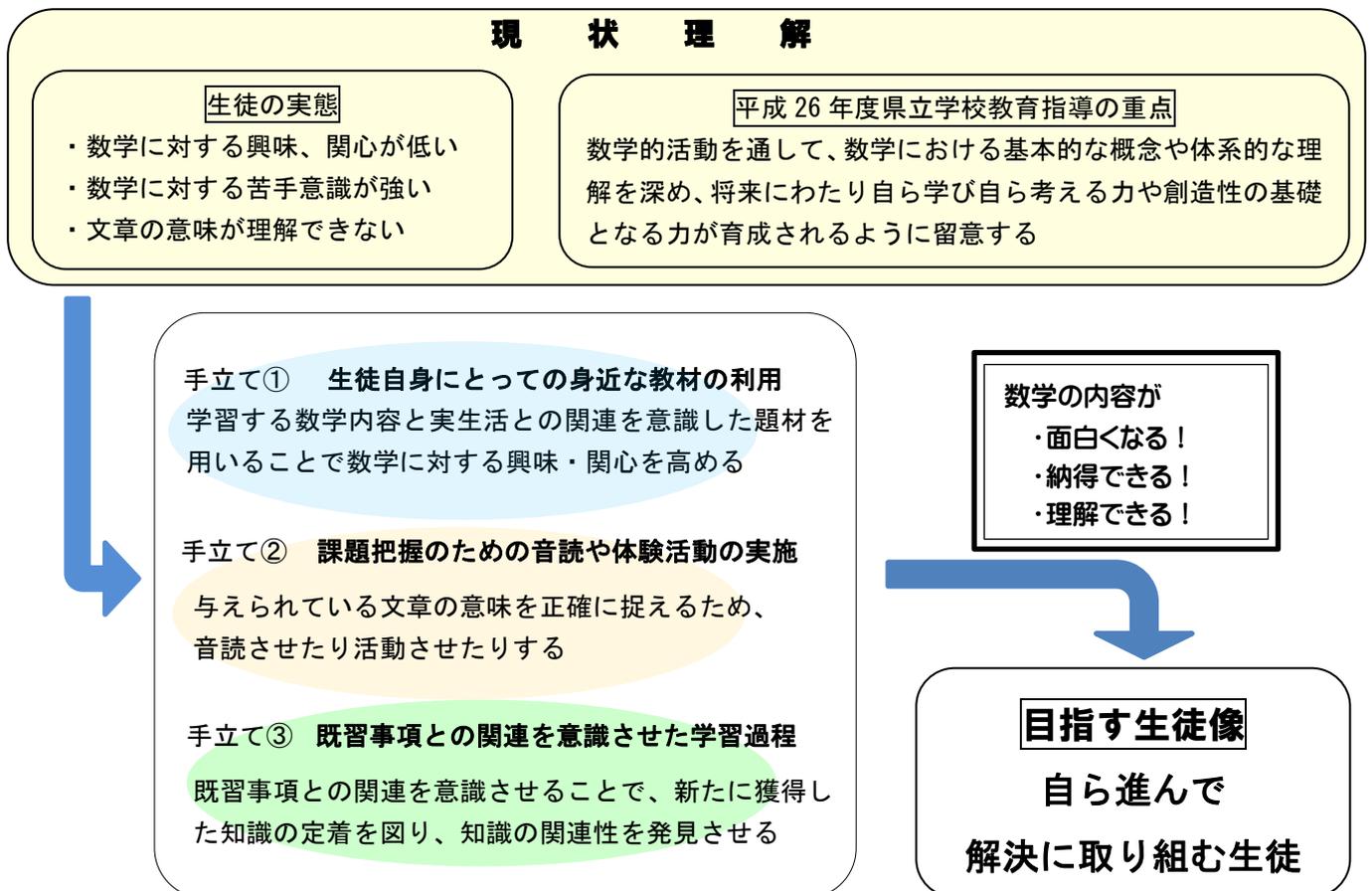
I 研究テーマ設定の理由

本校において数学の授業を行っていくなかで、生徒の活動が教師の板書を写す作業となっており、決して数学的活動の質が高いとは言えない。ここでの数学的活動の質とは、与えられた情報や課題に対して、既習事項との関係を自ら進んで考察し、思考を深める度合いとする。一方、平成 26 年度県立学校教育指導の重点において、「数学的活動を通して、数学における基本的な概念や体系的な理解を深め、将来にわたり自ら学び自ら考える力や創造性の基礎となる力が育成されるように留意する」ことが数学の目標として示され、また、「数学的活動とは、数学学習に関わる目的意識を持った主体的な活動」と定義された。数学的活動の質を高めるためには、既習事項の定着の徹底と成功体験を繰り返し経験させることが重要であると考え。

これらを踏まえ、学習内容に関する身近な題材を用いて作業を行うことを通して、生徒が数学の有用性や理解できる経験を繰り返すことにより数学的活動の質を高めることができると考え、本主題を設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手立て

(1) 手立て① 生徒自身にとっての身近な教材の利用

数学学習において、生徒が自発的に教師の発問で活動し始めるようになるためには、文章の意味が理解されることと同時に、学習内容が身近と感じる必要がある。生徒にとって、学習内容が身近でなければ、その学習内容の必要性を感じることができず、また、イメージができないからである。自ら問題解決するには、与えられた文章を理解し、具体的にイメージできることが必要となると考え、学習内容を精選し、身近に考えられる題材に置き換える手立てを試みた。

(2) 手立て② 課題把握のための音読や体験活動の実施

授業を行うに当たり、教える側の教員と教わる側の生徒との間にある知識量の差を理解する必要がある。本校における知識量の差は、他校と比較しても大きい。そこで、教科書に書かれている文章を音読させ、生徒の読解力を確認しながら進める手立てを試みた。また、単元の内容がイメージしやすいように、実際にさいころを投げたり紙を折ったりする活動を試みた。

(3) 手立て③ 既習事項との関連を意識させた学習過程

数学は体系的な学問であることから、既習事項を基に学習を進めなければ内容が定着しづらくなってしまふ。また、数学に限らず問題を解決に導くために自らの持つ知識を活用することになるが、単純に暗記された知識より体系的に整理された知識を用いる方が、知識の有用度が高いことは明らかである。そのためにも、新たな知識を学習するには、必ず既習事項を振り返り、それを、どのような考え方で役立てているのかに焦点を当てる手立てを試みた。

Ⅲ 研究のまとめ

1 成果

- 手立て①「生徒自身にとっての身近な教材の利用」として、実際にさいころを振ったり紙を折ったりするという活動の試みは、生徒の興味・関心を高めるとともに、どのようなことを学ぶのが具体的に分かるという視点からも、問題に取り組む姿勢がよくなった。
- 手立て②「課題把握のための音読や体験活動の実施」として、教科書を音読させるという試みは、生徒の集中力を高め、生徒がより主体的に活動できるための手立てになった。また、実際にさいころを投げたり紙を折ったりする活動は、題材のイメージをつかむという視点からは有意義であり、生徒にとってどのような学習をするかが明確になった。
- 手立て③「既習事項との関連を意識させた学習過程」として、新たな学習内容に必要な既習事項を取り上げ、どのように関連しているかを確認する試みは、生徒の理解の手助けになった。特に、垂直二等分線の作図の際には、コンパス・定規での作図前に、紙を折ることによって作図した垂直二等分線がある状態から考え始めることができたことで生徒の理解度が上がったと考えられる。

2 課題

- 教科書を音読させるという取組についての課題は、時間がかかるということが挙げられる。生徒の理解度を十分に把握し、生徒自身に音読させた方が良い部分を目的に合わせて精選することが必要である。
- 本研究では、2単元での授業における実践であったが、他の単元における二つの手立ての捉え方について、それぞれの学校における特性も考慮し、その単元に合わせた手立てを十分に考え、模索していく必要がある。

3 主体的に数学の問題に取り組むための手立ての改善に向けて

- 各学校における教科目標と生徒の実態を把握し、生徒の知識を増やし、その知識を扱う能力を高めることで、様々な問題に対する取組に活用できる経験を繰り返すことが必要である。

実践 1

1 単元名 「数学 A 場合の数と確率（反復試行）」（第2学年・1学期）

2 本単元及び本時について

本単元のねらいは、あることがらの起こりやすさを数で表現する確率の意味やその意義、求め方を理解させ、活用させることにある。本時のねらいは、反復試行の意味を理解させ、その確率が求められるようにすることである。また、反復試行の学習においては、確率に関する既習事項の多くが確認でき、それらの知識を活用した考え方を学ぶことができる総まとめの学習内容となるため、丁寧な指導を心がける必要がある。

そこで、本時の反復試行の確率を求める問題について、与えられた情報の意味の確認や身近な事象への関連付けや、新たに獲得する概念と既習事項との関連を確認することで、主体的に問題の意味や状況を理解することができると考え、本時の研究の手立てを次のように具体化した。

3 授業の実際

本時の目標を、「反復試行の意味を理解させ、その確率が求められるようにする」と設定した。本時の目標を達成する当たり、手立て①「生徒自身にとっての身近な教材の利用」として、実際にさいころを投げる活動を通して、例題の意味を全体で確認できるようにするとともに、さいころの問題が数学の題材として感じられるようにした。さらに、手立て②「課題把握のための音読や体験活動の実施」として、

『例題 1 1個のさいころを2回続けて投げる時、1の目が1回だけでる確率を求めよう』

などの文章を音読させた。これは、音読させることによって、文章の意味について考え、理解できた部分とできていない部分を確認できるようにすることを意図したものである（図1）。

T : それでは、S君、例題1を読んでくれる？

S1 : 「1個のさいころを2回続けて投げる時、1の目が1回だけでる確率を求めよう」

T : ありがとう。(周りの反応を見ながら) これはどういうことだが、みんなイメージできるかな？

S2 : たとえば、1がでて、4がでるとか？

T : そうだね。(板書しながら) ほかに？

S3 : 3がでて、・・・あっ、次は1か。

T : そうだね。ほかに？ (さらに例をださせる)

図1 生徒に音読をさせる場面

生徒は、例題1を音読し、「さいころを2回投げて、1回目が1、2回目が4」といった例題の条件に合う具体例を全体で確認することによって、例題1の意味をより深く理解できた様子であった。

さらに、手立て③「既習事項との関連を意識させた学習過程」として、例として出てきた「1回目が1、2回目が4」が起きる確率を計算によって求めさせることによって、積の法則による確率の求め方を確認させた。生徒は、実際にさいころを投げたり、確率を積の法則によって求めたりする活動を通して、反復試行の意味をより理解し、計算によって求めることができた（図2）。

1がでる時を○、1以外がでる時を×とすると、

1回目		2回目		
○		×		
$\frac{1}{6}$	×	$\frac{5}{6}$		$= \frac{5}{36}$

×		○		
$\frac{5}{6}$	×	$\frac{1}{6}$		$= \frac{5}{36}$

よって

$\frac{5}{36}$	+	$\frac{5}{36}$		$= \frac{5}{18}$
----------------	---	----------------	--	------------------

図2 具体例

生徒は、例題1のあと、例題2「1個のさいころを3回続けて投げる時、1の目が2回でる確率を求めよう」に取り組んだ。この例題2は、例題1より投げる回数を増やしただけであるため、生徒は図3同様のやり方によって解答することができた。例題2の解答を、黒板で生徒と作成している中で、生徒の発言のなかに、「確率は全部同じになる」という気付きがあった(図4)。

1回目		2回目		3回目		
○		○		×		
$\frac{1}{6}$	×	$\frac{1}{6}$	×	$\frac{5}{6}$		$= \frac{5}{216}$
○		×		○		
$\frac{1}{6}$	×	$\frac{5}{6}$	×	$\frac{1}{6}$		$= \frac{5}{216}$
×		○		○		
$\frac{5}{6}$	×	$\frac{1}{6}$	×	$\frac{1}{6}$		$= \frac{5}{216}$
よって						
		$\frac{5}{216}$	+	$\frac{5}{216}$	+	$\frac{5}{216}$
						$= \frac{5}{72}$
	3	×		$\frac{5}{216}$		$= \frac{5}{72}$
	(パターン)	×		(確率)		= (反復試行の確率)

図3 同様のやり方

[板書の式を見ながら]

T: それでは、例題1と同じように計算すると、 $\frac{5}{216}$ になるよ。他の場合も計算してみよう。

S: あれ? また $\frac{5}{216}$ になった。

T: どういうことかな?

S: 式が同じなのだから、確率は全部同じになるじゃん。

T: そうだね。同じ式になりそうだから、一つ場合の確率だけ求めて、あとは場合の数を求めればよさそうだね。

S: それだったら、全部の確率を求める必要がないってことだね。

T: そう。一つの場合の確率は計算しなければいけないけど、全部の場合を求める必要はないよね。それじゃあ、一つの場合の確率を求めていこう。

図4 生徒の気付き

この発言から、すべての場合におけるそれぞれの確率を求める必要がないことを確認し、それらの場合の数を考えれば良いことを説明した。場合の数について、生徒はその求め方を忘れていたため、組合せの考え方をを用いることによって求められることを確認し、三つの場合の数を組合せによって求めさせた。そして、一般化した公式を提示して、まとめた。最後に個別学習で類題を解き、反復試行についての理解を深めた。

4 考察

- 生徒は、与えられた文章の意味を理解するために、教科書を音読することによって意識が高まり、文章の意味を捉えることができ、教員が説明している時と比べ、取組の度合いが増した場面が見られた。
- 実際に試行を行うことによって問題文の内容が分かるため、全体の共通理解のもとで問題解決に取り組んでいる様子が見ええた。具体例があったことにより、取り組む内容が明確になったことが要因と考えられる。
- 確率の求め方を確認し、積の法則を用いて確率を求め、最終的に反復試行の確率を求める公式として一般化するという授業の流れとしたが、生徒の中には、反復試行の公式の中にある組合せの意味が理解できない生徒が見られた。これは、反復試行の公式をまとめるなかで、組合せを用いて具体的なパターンが求められることを確認する場面において、同じものを含む順列の知識が定着していなかったためと思われる。既習事項の確認を行う時間を作り出す必要があると考えられるので、教材研究をより深く行い、改善したい。また、既習事項の定着が不十分でもあることも理由として挙げられるので、進度を遅くしてでも復習の時間をより多く設定する必要がある。

実践 2

1 単元名 「図形の性質（基本の作図）」（第2学年・2学期）

2 本単元及び本時について

本単元のねらいは、平面図形や空間図形の性質についての理解を深め、それらの事象の考察に活用できるようにすることである。本時のねらいは、垂直二等分線の図から性質を見だし、その性質を基に作図することを通して、垂直二等分線の作図ができるようにするとともに、垂直二等分線に対する理解を深めることである。本時のねらいを達成するためには、まず、高校数学におけるコンパスと定規の利用法を生徒に対して確認しておく必要がある。基本的には、高校数学においてコンパス及び定規を使用することはなく、フリーハンドによって作図し、その図を作図者の意図するように捉えられることが生徒には求められる。しかし、本時においては、作図の根拠を基に理解を深めることをねらいとしているため、コンパス及び定規を使用する。また、作図に当たり、根拠の理解は、論理的思考力を高める重要な役割を果たすと考える。

そこで、基本図形の作図をする活動の中で、垂直二等分線およびその性質を理解するための手段として、紙片を折る活動を行ったり既習事項との関連を考えたりすることによって、理解が深まり数学的活動の質が高まると考え、本時の研究の手立てを次のように具体化した。

3 授業の実際

まず、作図に用いられるコンパスと定規の使い方を確認した。生徒は、教師が想像している以上にこれらの道具について理解しており、コンパスは円や円弧を描く、定規は直線や平行線をひくといった性質のほとんどを答えることができた。次に、本時の目標は、垂直二等分線の作図であることを示し、垂直二等分線とは何かを確認させた。その際、B5の紙を生徒に配布し、任意に2点とらせ、それらの点が重なるように折らせ垂直二等分線を作図させた。これは、手立て①の「生徒自身にとっての身近な教材の利用」として、実際に折るという活動を行うことによって、生徒の学習意欲を高めようとするを意図して試みた。折るという活動は簡単であり、かつ左右対称になるため、垂直二等分線上の点は2点からの距離が等しい性質が容易に理解された（図5）。

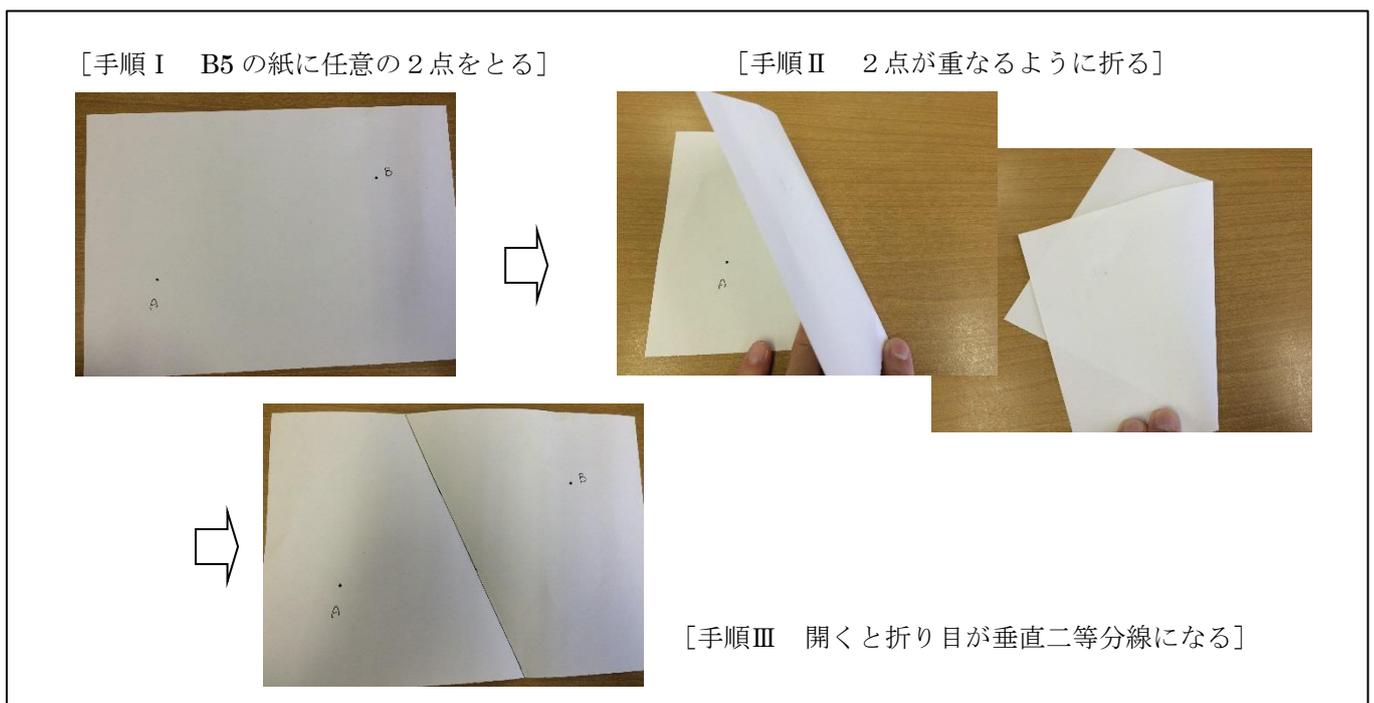


図5 折ることによる垂直二等分線の作図

その後、教科書に書かれている作図に関するコンパスと定規に関する使い方を、生徒に音読させた。手立て②の「課題把握のための音読や体験活動の実施」として、使い方をもう一度確認させることによって、確実に理解させることを試みた。

次に、垂直二等分線が紙に描かれた状況で、生徒に例題1「線分ABの垂直二等分線を作図せよ」を考えさせた。生徒の中には、垂直二等分線の作図の方法を何となくは覚えていたため、「こんな感じ?」と言いながら、指で円弧を2つかくジェスチャーする者もいた。生徒は、黒板にコンパスと定規で作図された線分ABの垂直二等分線を見ながら自らのノートに作図し、垂直二等分線の等しい長さの円弧を描く必要性を理解した(図6)。

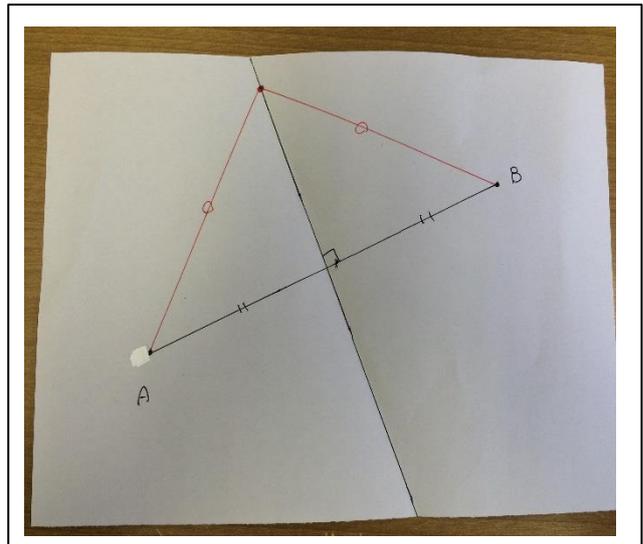


図6 最終的に紙に描いた垂直二等分線

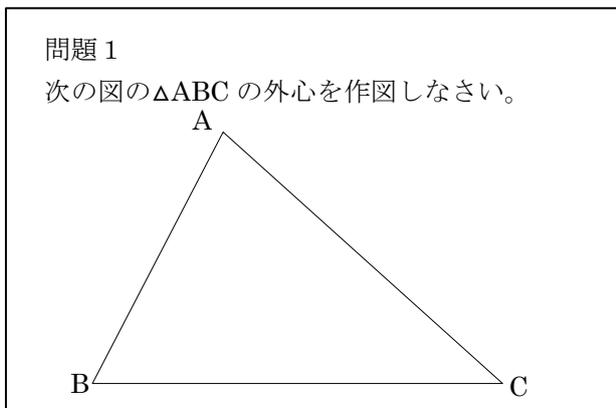


図7 問題1

そして、生徒に問題1「次の図の△ABCの外心を作図しなさい」(図7)を解くように指示をした。作図後、生徒に既習事項である外心と各頂点を結ぶと△ABC内に二等辺三角形ができることを確認させた。これは、手立て③「既習事項との関連を意識させた学習過程」を意識し、作図方法と既習事項がつながるように強調した。

さらに、鈍角三角形における外心の作図の指示を出し、作図をさせ外心についての理解を深めた。最後に、垂直二等分線の作図方法とその性質、また、外心の作図に用いられていることを確認し、次の学習内容を予告して授業を終了した。

4 考察

- 生徒は、教師の予想以上に図形や作図に関する知識、コンパスや定規の利用方法、垂直二等分線の作図方法について覚えていたため、積極的に発言することができていた。プラスに捉えるならば、分かることを聞くことは生徒が活発に考えられる要因ではあるが、生徒の理解度をもっと把握しておくべきだったと感じた。また、生徒にとって、曖昧であった知識が関連性を持ったため、垂直二等分線の作図方法の根拠が理解される場面が見られた。
- 紙を折り垂直二等分線を作図したことによって、左右対称な図形ができあがるのが感覚的に理解されていた。このことにより、等しい長さをとることができるコンパスの性質を用いた作図方法が理解されやすくなったと感じた。また、生徒にとって紙を折るという作業は簡単に来たため、学習に対する姿勢が良くなったと感じた。
- 日常生活において、生徒が数学の内容が必要と感じる場面は皆無である。また、生徒が必要を感じない三角形の外心の性質など覚えていることは難しい。この単元の内容にとどまらず、知識は、体系的につながることで初めて記憶に定着するものであると考えるため、今回のように、教師は生徒に定着している知識を基盤とした指導をする必要がある。