

群 教 セ	G03 - 03
	平 26. 254 集
	数学 - 中

数学的な表現を用いて 根拠を説明できる生徒の育成

—— 「理由を説明する」活動を取り入れた授業展開の工夫 ——

特別研修員 福田 康子

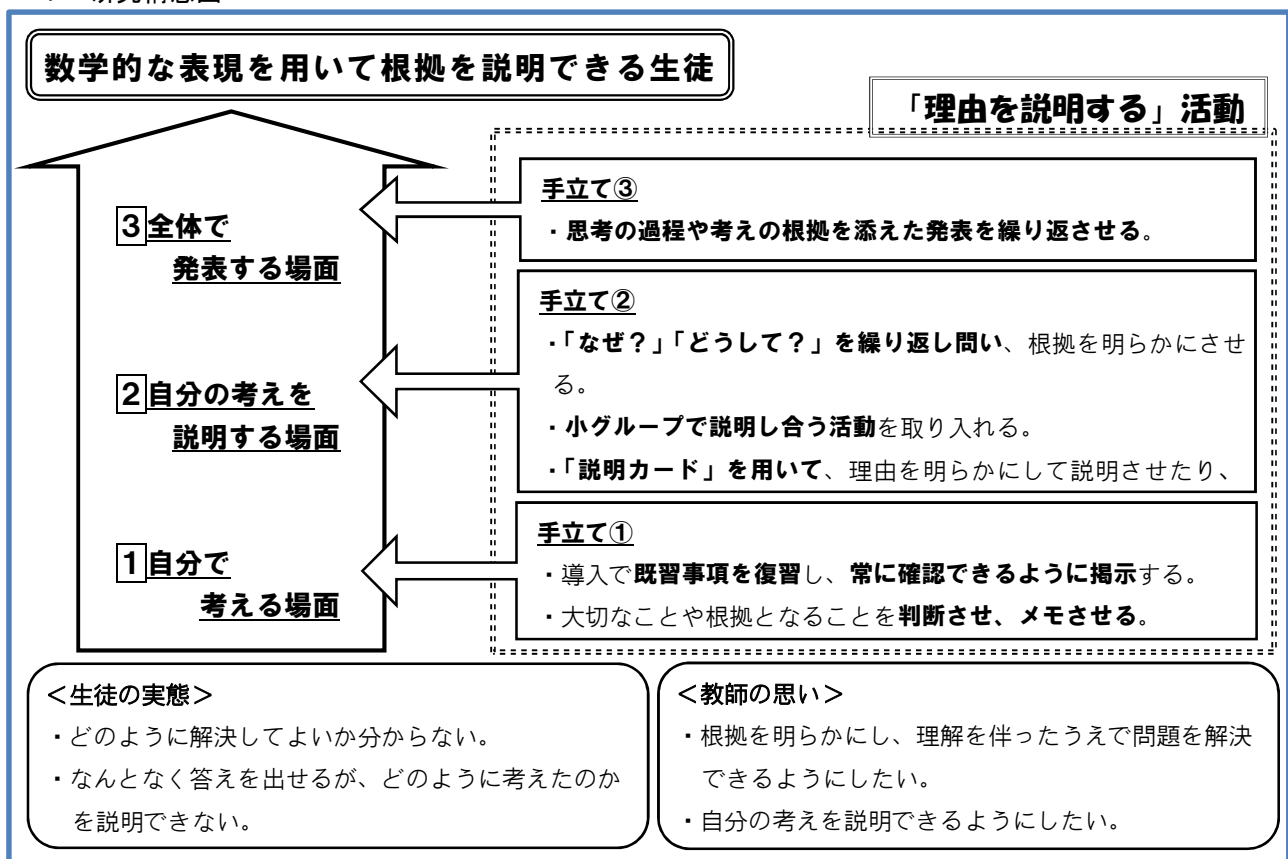
I 研究テーマ設定の理由

全国学力・学習状況調査等の結果より、群馬県では「既習の知識や考え方等を活用して、課題を解決すること」「筋道を立てて、根拠を明らかにしながら説明すること」を課題としている。本校の生徒を見ても、どのように課題を解決したらよいか分からなかったり、正解は出せるが「なんとなく答えを出せた」と、どのように考えたのかを説明できなかつたりする生徒が多い。これらのことから、考えの根拠を明らかにし、理解を伴ったうえで課題を解決できるようにすること、また、その考えを説明できるようにすることが必要であると考えた。

そこで、授業の導入で既習事項を復習し、それを常に確認できるように掲示することにより、既習事項を活用して自分の考えた理由を明らかにしながら課題解決できるようにする。また、「説明カード」を使用しながら小グループで自分の考えを説明したり、友達のを考察したりする活動を取り入れ、考えの根拠を自分の言葉で説明できるようにしていく。一斉指導においては、「なぜ?」「どうして?」の問いかけや「なぜならば」と理由を添えた発表を繰り返すことにより、根拠を明らかにさせる。これらのことにより、数学的な表現を用いて根拠を説明することができるのではないかと考え、テーマを設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



(1) 実践 1

単元「平方根」（第3学年・1学期）で、次のような「理由を説明する」活動を行った。

1 自分で考える場面

- ・導入の場面で、考えの根拠となる既習事項を復習する。
- ・「どのように考えたのか」を意識して考えをまとめさせる。

2 自分の考えを説明する場面

- ・「なぜそうなるのか」を問う発問をする。

3 全体で発表する場面

- ・答えだけではなく、必ず理由を添えて発表させることを繰り返す。

(2) 実践 2

「なぜ？」を繰り返すことにより、生徒の中に考えの過程や根拠を明らかにして「説明する」ことが意識されるようになってきた。しかし、それは全体で発表する場面や教師が問う場面であり、生徒同士の活動の中で自然に「なぜ？」を質問できるまでには至っていない。そこで、単元「関数 $y=ax^2$ 」の「 x の変域と y の変域」（第3学年・2学期）において、次のような「理由を説明する」活動を試みた。

1 自分で考える場面

- ・考えの根拠となる既習事項を復習し、常に確認できるように掲示しておく。
- ・一斉指導でのやり取りの中で、大切なことや根拠となることを判断させ、メモさせる。

2 自分の考えを説明する場面

- ・「なぜ？」「どうして？」と繰り返し問い、根拠を明らかにさせる。
- ・小グループで説明し合う活動を取り入れ、自分の考えを言葉にする場面を設定する。
- ・「なぜならば」「なぜ？」「分からない！」の「説明カード」を用いて、理由を明らかにして説明させたり、「なぜそうなるのか」を質問させたりする。

3 全体で発表する場面

- ・思考の過程や考えの根拠を添えた発表を繰り返させる。

Ⅲ 研究のまとめ

1 成果

- 既習事項を復習して掲示したり、大切なことを判断してメモさせたりすることにより、正しい用語や表現を用いて自分の考えを表したり、根拠を明らかにすることを意識させたりすることができた。
- 小グループで活動を行うことで自分の考えを表現しやすくなり、自分なりの言葉で説明できていた。
- 「説明カード」を用いたことで意思表示がはっきりでき、生徒同士で「なぜ？」「どうして？」のやり取りができていた。気付きの発言や、理由をより分かりやすく説明しようとする様子も見られた。
- 「なぜ？」「どうして？」と問うことにより、根拠を明らかにしながら考える姿が見られた。

2 課題

- 説明できるようにするためには、既習事項や用語を正確に身に付けさせることが重要である。
- 話して説明することはできるようになってきたが、正しく書いて説明できるようにするために、「書いて伝える」説明活動や、記述欄を設けた「説明カード」など、更に工夫をしていく必要がある。

3 提言

- 「説明カード」を用いて、小グループで自分の考えを説明したり、友達の考えに対して質問したりする活動を行うことは、根拠を明らかにして説明する力を高める上で有効であると考えられる。また、聞く側の意思として、分かった時に「納得！」カードがあると、説明の評価や振り返りにもつながる。

<授業実践>

実践 1

1 単元名 「平方根」 (第3学年・1学期)

2 本単元及び本時について

本単元は、正の数の平方根について理解し、それを用いて表現し考察することができるようにすることを目指している。本時は、全14時間計画の第4時に当たり「平方根の大小を不等号を用いて表すことができる」ことをねらいとしている。生徒は正負の数の大小関係を学んでいるので、平方根の大小関係を容易に表すことができるが、なぜそのように表してよいかということまでは考えられてはいないと予想された。そこで、正しい理解を伴って平方根の大小関係を表し、そう考えた「理由を説明する」活動を設定し、次のような手立て①②③を取り入れ、TTによる指導形態で実践を行った。

3 授業の実際

手立て① 導入で「数の大小ゲーム」を行い、既習事項の「正負の数の大小」を復習する。

既習の内容を振り返らせることにより、正負の数の大小のとらえ方、表し方、考え方を確認した。

導入からの流れで、根号をふくむ数を書いたカードを代表の生徒3人に持たせ、学習課題Iを提示した。

【学習課題I】 $\sqrt{13}$ 、3.5、 $\sqrt{16}$ で勝負。

T2: 「誰が勝つ？」
S1: 「3.5が勝つ」
S2: 「 $\sqrt{13}$ と $\sqrt{16}$ なら $\sqrt{16}$ が勝つ」
T1: 「なぜ？」
S2: 「両方 $\sqrt{\quad}$ がついてて、16の方が大きい」
T1: 「3.5と $\sqrt{16}$ だとどっちが勝つの？」
S3: 「なんとなく $\sqrt{16}$ の方が大きそう」
S4: 「3ついっぱいには比べられないよ」



図1 数の大小ゲームの様子

このようなやり取りから「三つの数の大小を一度に考えるのは難しいので、数を二つずつ比べていく」ことにした(図1)。

手立て① どのように考えたのかを意識させ、考えの根拠をノートに記述させる。

ただ解答を書くだけではなく「なぜそのように考えたのか」ということを意識させ、考えの根拠を必ずノートに書かせるようにした。

「 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表すと…」

「2乗して考えて、 $\sqrt{\quad}$ に戻すと…」

と、簡単ではあるが、考えの根拠の記述が見られた(図2)。

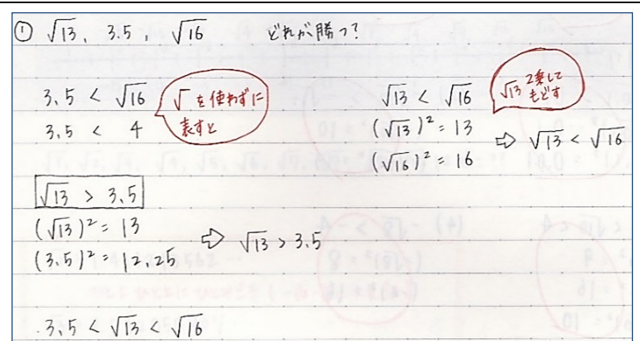


図2 生徒のノート

手立て② 「なぜ?」「どうして?」と問いながら授業を進める。

手立て③ 答えだけではなく、必ずその理由を発表させることを繰り返す。

「2乗して $\sqrt{\quad}$ をはずす方法」と「根号のついた数を正方形の一边と考える方法」を黒板で発表させた。「なぜ?」「どうして?」というやり取りを繰り返し、考えの根拠を明らかにさせることにより、理由を

添えて説明できるようになってきた（図3）。

また、「 $\sqrt{13} > 3.5 < \sqrt{16}$ 」を取り上げ、このように表してはいけない理由を考える活動を取り入れた。

T1: 「3.5が一番小さいなら、 $\sqrt{13} > 3.5 < \sqrt{16}$ って書いてもいい？」
S1: 「それはダメ」
T1: 「なぜ？」
S2: 「小さい順とか大きい順で書くんだよ」
T2: 「どうして？」
S3: 「それだと、 $\sqrt{13}$ と $\sqrt{16}$ のどちらが大きいかが分からないから。」

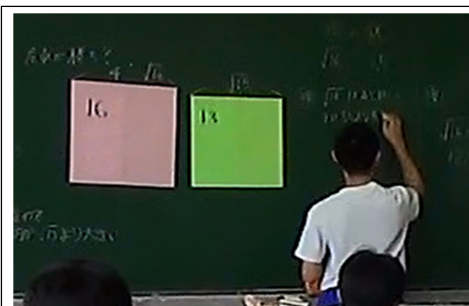


図3 正方形を使って発表する様子

次に、負の数の大小を考える学習課題IIを提示した。

【学習課題II】 -6 、 $-\sqrt{38}$ 、 $-\sqrt{35}$ で勝負。どれが勝つ？

学習課題Iの考え方を利用して、全ての数を2乗し、 $\sqrt{\quad}$ をはずして考える生徒が多かった。その中でも「 $(-6)^2=36$ 、 $(-\sqrt{38})^2=38$ 、 $(-\sqrt{35})^2=35$ 」としていた生徒が多くいた。そこで、この図4のような考えを黒板で発表させ、全体で考える活動を取り入れた。

手立て② 「なぜ？」「どうして？」と問いながら授業を進める。

S1: 「 -6 を2乗すると36、 $-\sqrt{38}$ を2乗すると38、 $-\sqrt{35}$ を2乗すると35。これを小さい順に並べると、 $35 < 36 < 38$ 。だから、 $-\sqrt{35} < -6 < -\sqrt{38}$ 」
T1: 「同じように考えてくれた人、たくさんいたよね。なぜ、こう考えていいの？」
S2: 「2乗すると $\sqrt{\quad}$ がはずれるから、いいんじゃない」
S3: 「小さい順だし」
T2: 「学習課題IIは、学習課題Iと何が違うよ」
S4: 「マイナスだ」
T1: 「負の数だね。負の数は…これでいいの？なぜ？」
S5: 「負の数は逆になるんだよ。だから、 $-\sqrt{38} < -6 < -\sqrt{35}$ だ」
S6: 「負の数は2乗すると正の数になるけど、この場合は-を付けたままで考えたほうがいいよ」
S7: 「数直線で考えると、原点から遠くなると絶対値が大きいのだよ。38が原点から一番遠くなるから、 -38 が一番小さい」

答 $-\sqrt{35} < -6 < -\sqrt{38}$

㊦ $a < b$ のとき $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ なので
2乗して考える
 $(-6)^2 = 36$
 $(-\sqrt{35})^2 = 35$
 $(-\sqrt{38})^2 = 38$
 $35 < 36 < 38$ だから

図4 生徒が黒板に書いた解答

生徒とのやり取りの中で、根拠となる既習事項に結び付いた意見も出された。また、「 $-\sqrt{36}$ 、 $-\sqrt{38}$ 、 $-\sqrt{35}$ と、全て $\sqrt{\quad}$ で表すと、正負に関係なく考えられる」と考えた生徒もあり、全体で説明させた。

4 考察

- 自分で考える場面において、既習事項を基にして考えようとする様子が見られた。また、全体で考える活動の場面でも「数直線で考えると…」という発言もあった。導入で既習事項を確認したことにより、課題解決の見通しをもたせるとともに、考えのよりどころになったと思われる。
- 理由を添えて発表することを繰り返したことで、生徒の中に「説明する」意識が生まれたようだ。ノートに記述する際も、自分なりに考えた過程や理由を書けるようになってきた。「なぜ？」を問うことにより、根拠を明らかにしようと、生徒の思考が更に促されたからだと考える。
- 教師とのやり取りにより根拠を明らかにできるようにはなってきたが、生徒同士の活動の中で「なぜ？」を質問できるまでには至っていない。進んで説明し合えるような工夫が必要である。

実践 2

1 単元名 「関数 $y=ax^2$ 」 (第3学年・2学期)

2 本単元及び本時について

本単元は、具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし、表現し、考察することができることを目標としている。本時は、全12時間計画の第6時に当たり「関数 $y=ax^2$ において、 x の変域に対応する y の変域を求めることができる」ことをねらいとしている。実践1の課題から、考えた理由を式、表、グラフを用いて説明したり、生徒同士の活動の中で「なぜ？」を質問したりできるようにするために、次のような手立てを取り入れ、TTによる指導形態で実践を行った。

3 授業の実際

【復習】一次関数 $y=2x+3$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を、式、表、グラフを利用して求めよう！

手立て① 導入において、一次関数の変域を復習し、移動黒板に掲示し確認できるようにする(図5)。

既習の一次関数における変域を、式、表、グラフを利用して考えさせ、どのように考えたのかを発表させた。自分の考えを正しく表現できるように「変域」「変数」の用語も確認した。

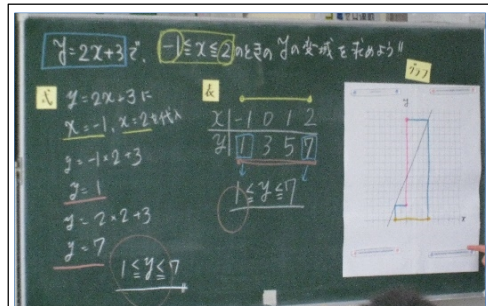


図5 移動黒板に既習事項を掲示

手立て① 考えの根拠になったことを判断し、メモをさせる。

友達の発表を聞いた後、大切だと思うことをノートにメモさせた。式でしか考えられなかった生徒は、表やグラフを使った考え方を書き写したり、表とグラフを関連付けて同じ色ペンを使ってまとめる様子が見られた。

【学習課題I】関数 $y=3x^2$ について、式、表、グラフを利用して、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めよう！理由も説明しよう！

式、表、グラフのどれを利用して考えてもよいことを伝え、学習課題Iに取り組ませた。一次関数の変域の考え方を活用し、式を利用して考える生徒が多く、そのほとんどが「 $3 \leq y \leq 12$ 」としていた。

手立て② 「説明カード」を用いて、小グループで考えの理由を説明し合う活動を行う(図6、図7)。

	○説明を聞いたとき : 黄「なぜ？」で質問をする
	○考えを説明するとき : 青「なぜならば！」で理由を説明
	○わからないとき : 赤「わからない…」で詳しく説明してもら

図6 「説明カード」



図7 理由を説明し合う様子

生徒それぞれが、自分がどのように考えたのかを自分なりの言葉を使って説明していた。「なぜならば！」カードを用いることで、考えた理由を説明しようとする姿が見られた。また「なぜ？」「わからない…」カードを用いることで、納得できるまで聞く様子が見られた。グラフを利用した生徒は「グラフをかけば、見て分かるから簡単だ」と伝えていたが、 $x=0$ のとき最小値 $y=0$ となることを理解できず、何

度も質問している生徒もいた。

そこで、T2 が生徒役になり「式に x の値を代入し、 $3 \leq y \leq 12$ という答えを出した」という解答を黒板に書き、この考え方でよいかどうかを小グループで話し合う活動を行った。

手立て②「説明カード」を用いて、小グループで T2 の解答に対する自分の考えを説明する活動を行う。

T2: 「 $x = -1$ のとき $y = 3$ 、 $x = 2$ のとき $y = 12$ だから、 $3 \leq y \leq 12$ です。いいですか？」
 S1: 「それでいいと思う」
 S2: 「グラフは原点を通ってるから、違うよ」
 S3: 「原点を通るとどうなるの？」
 S2: 「最小値は 0 だよ」
 S3: 「分からない…」(「分からない…」カード)
 S2: 「グラフで一番下にあるのが y の最小値」
 S3: 「3 より 0の方が小さいんだ」
 S1: 「表で考えても、最小値は 3 じゃないよ」
 S2: 「変域は、y の最小値と最大値を考えればいんだよ」

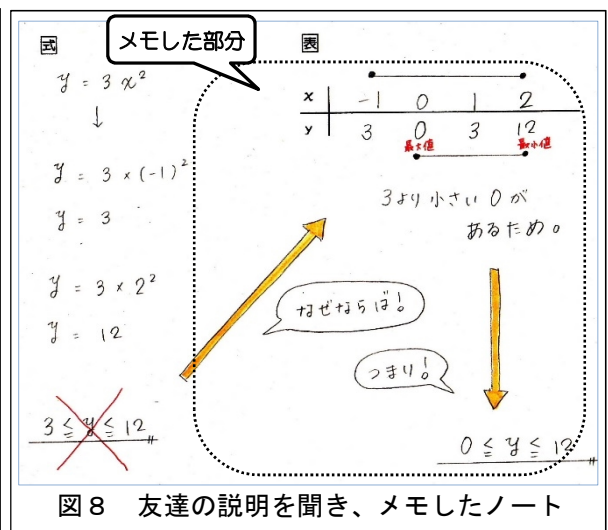


図8 友達の説明を聞き、メモしたノート

活動の前はこの考えが「正しい」と答えた生徒がほとんどであったが、グラフを利用して考えた生徒の説明から、最小値が $y = 0$ ということに気付くことができた。友達の説明を聞いて、大切だと思うことをノートにメモさせた。「最大値」「最小値」の用語を使って考えをまとめた記述が見られた(図8)。

【学習課題Ⅱ】関数 $y = -2x^2$ について、式、表、グラフを利用して、x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき y の変域を求めよう！理由も説明しよう！

学習課題Ⅰと同じように、個別に考えた後、小グループで説明し合う活動を行った。

手立て③ 思考の過程や考えの根拠を添えた発表を繰り返す。

手立て② 「なぜ」「どうして」を繰り返し問いかけ考えの根拠を明らかにさせていく。

式、表、グラフのそれぞれを利用した考え方を黒板で発表させた。「 $a < 0$ のとき、最大値 $y = 0$ 」「x の絶対値が大きい 2 のときに、y は最小値の 8 になる」「a の値が負の数だから、グラフは下に開いた放物線になる」などの理由を添えながら説明することができた(図9)。

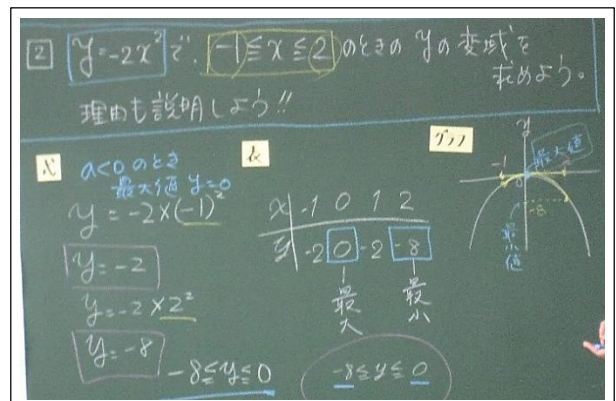


図9 生徒が理由を添えて発表した黒板

4 考察

- 「なぜ?」「どうして?」を繰り返すことで、発表の場面では、考えの過程や理由を添えて説明することが当たり前になった。「理由を説明する」活動を取り入れたことで、生徒が「～だから…だ」と思考するようになり、根拠を基に考えられるようになってきたからだと思われる。
- 小グループで活動を行うことにより、自分の考えを表現しやすくなり、考えた理由を自分なりの言葉で説明する様子が見られた。また、生徒同士で「なぜ?」「どうして?」のやり取りもできていた。これは、「説明カード」を用いることで自分の意思表示をはっきりさせ、相手に理解してもらおうと工夫して説明したり、根拠が明確かという視点で説明を聞いたりしたからだと考える。聞く側の意思として、分かった時に「納得!」カードがあると、説明の評価や振り返りにもつながると感じた。