

群 教 セ	G03 - 03
	平26.254集
	数学一中

# 学ぶ楽しさや意義を実感し、数学的な 思考力・表現力を高める指導の工夫

— 数学的な表現を用いて自分なりに説明し伝え合う活動を通して —

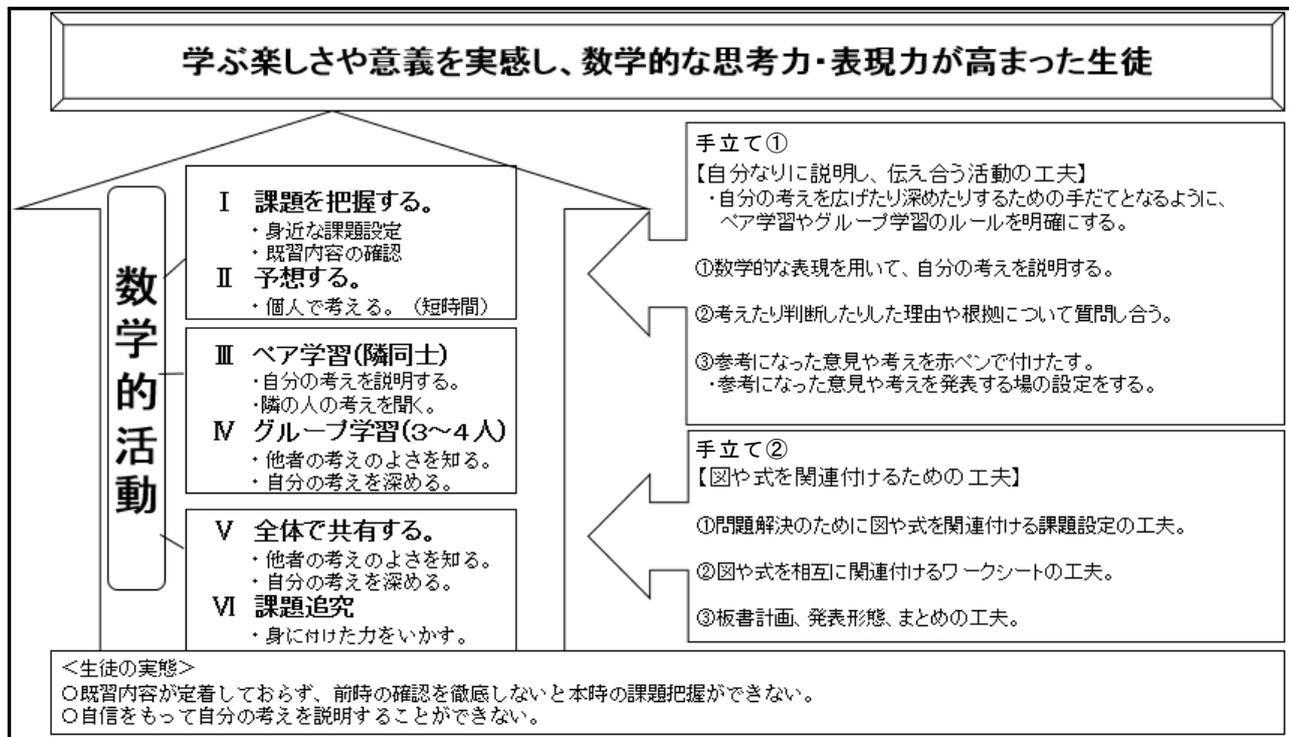
特別研修員 葛岡 賢二

## I 研究テーマ設定の理由

「はばたく群馬の指導プラン」では、「既習の知識や考え方を活用して、課題解決すること」「筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明すること」が課題とされている。また、全国学力・学習状況調査における群馬県の結果で課題とされていることが、「問題を解決する時に根拠を明らかにしながら説明する力」である。このことを受けて、本研究テーマを設定した。教師が生徒に問題を提示し、生徒が問題を解決する場面で「なぜだろう?」「どうすればよいのか?」という疑問から、自分の考えで解答の筋道を立てさせることが大切である。生徒たちは正しい解法や正しい解答を見付け出そうとするあまりに、間違ふことを恐れて進んで表現できず、自分の考えに自信がもてないでいる。しかし、生徒は疑問をもち予想しながら考えている。その予想を足がかりにして、1時間の授業のねらいや単元の目標達成に向けて授業展開を工夫していきたい。問題を解決するために、しっかりと自分の考えを持つだけでなく、他者との交流が有効になると考える。具体的には、ペア学習を通してお互いに質問する活動を行い、グループ学習を通して自分の考えを確立させ、他者の考えのよさに気付く活動を取り入れたい。生徒はこれらの活動を通して数学を学ぶことの楽しさを味わうことができ、思考力・表現力を高めていけると考えた。

## II 研究内容

### 1 研究構想図



## 2 授業改善に向けた手立て

単元「文字と式」(第1学年・1学期)の授業で、マッチ棒で正方形を作る時の正方形の数とマッチ棒の本数の関係について、図や式を用いて考える学習を行った。以下の手立てを取り入れた実践を試みた。

<実践1における研究上の手立て>

### (1) 自分なりに説明し、伝え合う活動の工夫

- ①根拠を明らかにして説明する。分からないことや疑問に思ったことを質問する。
- ②参考になった意見や考えを赤ペンで付けたす。

### (2) 図や式を関連付けるための工夫

- ①図から式に表すことで効果的に求められるような意図的な数値を取り入れた学習課題の設定。
- ②考え方を図で表し、図で表した考え方を式に表すことができるようなワークシートの工夫。

実践1では、グループ学習の人数を各グループ5人で行ったが、人数が多く効率が悪いという課題があった。また、話し合いのルールを設定したが、徹底させることが不十分であった。

そこで、実践2では、話し合いのルールを徹底させてグループの人数を3～4人に変更して実践を行った。単元「比例と反比例」(第1学年・2学期)の「比例の利用」で、ペットボトルのキャップを毎月集めていく時に、月数とキャップの数の関係を比例と見なして考える学習を行った。

<実践2における研究上の手立て>

### (1) 自分なりに説明し、伝え合う活動の工夫

- ①数学的な表現を用いて、自分の考えを説明する。
- ②考えたり判断したりした理由や根拠について質問し合う。
- ③参考になった意見や考えを赤ペンで付けたす。参考になった意見や考えを発表する場を設定する。

### (2) 比例と見なし、表、式、グラフを関連付けるための工夫

- ①表やグラフから比例と見なし、結果を予想できるような意図的な数値を取り入れた学習課題の設定。
- ②式( $y = ax$ )のaの値が表とグラフのどこに表れているかを印を付けて結び付ける場の設定。

身近な事例を問題に設定したことで、生徒たちは興味を持って学習課題に取り組んだ。話し合いのルールを明確にして、ペア学習や3～4人でのグループ学習を取り入れたことで、活発な話し合い活動を行うことができた。また、表や式やグラフを使って考える時に、表と式との関連性を強調する必要があった。

## III 研究のまとめ

### 1 成果

- 話し合いのルールを明確にし、ペア学習やグループ学習を行った。生徒たちは、自分の考えを説明したり、友達の考えを赤ペンで書き込んだりすることができた。生徒たちは多様な考えをもち、充実した学び合い活動を行うことができ、また、自分の考えを説明することで表現力を高めることができた。
- 図や表やグラフでまとめる学習活動を行ったことで、生徒の思考を整理する効果が見られ、多くの生徒が学習課題を解決することができた。

### 2 課題

- ペア学習やグループ学習で、友達の考えを赤ペンで付け加え、ワークシートに記入することはできたが、友達の考えのよさを伝える活動を行う時間の設定やルールを徹底させることが難しかった。
- 生徒たちの多様な考えをまとめて、図と式を関連付ける時に、相互に関連付けるまとめ方に課題があった。見通しをもたせた授業展開とワークシートや板書の工夫が重要であると感じた。

### 3 提言：自分なりに説明し伝え合う活動の改善に向けて

- グループ活動をする上で、グループの人数設定とルールの明確化が大切である。また、自分の考えをもち、友達の考えのよさに気づき、それらを取り入れる活動を行うことが大切である。

## <授業実践>

### 実践 1

#### 1 単元名 「文字と式」(第1学年・1学期)

#### 2 本単元及び本時について

本単元では文字を用いた式の必要性や意味を学習する。自然に効率のよい考え方で文字式を利用したり、文字に具体的な数を代入したりすることのよさを理解できている生徒もいる。もう一度、正負の数の四則の学習を振り返り、文字と式を学習することで、文字を用いた式が表す意味を理解し、一般的に表現することに有効であることを感じられるように本時の授業を実践した。

本単元の導入ではマッチ棒で正方形を作り、正方形の数とマッチ棒の本数の関係を追究する。この学習を通して、文字を用いた式の多様な考えを引き出し、文字式の持つ意味を理解させることにつなげていく。まず、個人で考え(予想)、グループ学習(5人)で話し合い、説明し合う活動を行った。グループで話し合ったことを全体で共有し、文字を用いた式のよさに気付けるようにする。話し合い活動の手順やルールを明確にして実践を試みた。

#### 3 授業の実際

##### 見通しを持ち、学習課題を追究する。

T: マッチ棒を並べて正方形を作っていきます。  
正方形を10個作る時、マッチ棒は何本必要でしょうか?

S1: 40本。

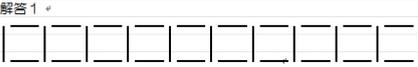
T: なぜ?

S1: 正方形1個で4本必要だから、正方形が10個あるので、 $4 \times 10 = 40$ 本。

S2: S1さんの考えだと、重なっているところがあるので違う。

S3: 左端の1本を残して、あと3個のかたまりが10個あるから。 $1 + 3 \times 10 = 31$ 本

T: では、いろいろな考え方で考えてみましょう。図や式をワークシートに書き込んでみましょう。

【学習課題1】 下の図のように、マッチ棒を並べて正方形を作っていきます。正方形を10個作る時、マッチ棒は何本必要でしょうか?  ※図をかくて考えてみましょう。 ※いろいろな考え方を見つけてみましょう。 ※式を立ててみましょう。
解答1 
式 _____ 答え _____ 本

##### <手立て①> 自分なりに説明し、伝え合う活動の工夫 (5人でのグループ学習) (図1)

個人で考え、答えが出たら別の方法を考えた。

グループ学習では、自分の考え方を発表し、友達の考えを聞き、いろいろな考えのよさに触れた。図2のような話し合いの手順とルールに従って活発に意見交換をすることができた。生徒たちは、自分では思い付かなかった考えに興味を示した。

次に、発表用の用紙に考えや図を書き込んで、数名の生徒に発表させた。同じ考えでも式の立て方が違うものがあった。また、式が同じでも考えが異なるものもあった。マッチ棒を数本のかたまりにまとめて、そのかたまりを加えていくという考えが多かったが、数本のかたまりでまとめた時に重なった部分をひくという考えもあった。[学習課題1]では、いろいろな考え方が出された。



図1 グループ学習の様子

- 【話し合いの手順】
- ①右前の人から順番に自分の考えを発表する。一つずつ順番に発表していく。
  - ②友達の考え方があったら、ワークシートに赤ペンで書く。  
※自分の考えは鉛筆で書いてある。
  - ③代表者に発表してもらいます。
- 【話し合いのルール】
- 人の話は静かに聞きましょう。
  - 疑問点があったら、質問しあったり説明しあったりしましょう。

図2 話し合いの手順とルール

**【学習課題2】**

**正方形の数が増えた時のマッチ棒の本数について考える活動**

**【学習課題2】**

下の図のように、マッチ棒を並べて正方形を作っていきます。正方形を50個作る時、マッチ棒は何本必要でしょうか？

【学習課題2】では、正方形の数を50個作る時を考えた。生徒たちは個人で考え、正方形の数とマッチ棒の本数の関係を効率よく見いだす方法を考えていた。正方形の数が増えると、効率の良い考え（式の中に正方形の数を代入する考え方）を取り入れていた。

- ①  $1 + 3 \times (\text{正方形の数})$  (図3)
- ②  $4 + 3 \times (\text{正方形の数} - 1)$
- ③  $(\text{正方形の数}) \times 2 + (\text{正方形の数} + 1)$
- ④  $4 \times (\text{正方形の数}) - (\text{正方形の数} - 1)$

などの考えが出された。

**解答1**



式  $1 + 3 \times 50 = 151$

**図3 生徒のワークシート**

**【学習課題2】**

**<手立て②> 図と式を関連付けるための工夫（ワークシートに記入）**

図で表した考えを式で表すことを促した。特に、正方形の個数に着目させて、効率よくマッチ棒の本数が求められるような式を考えさせた。

そして【問題1】で正方形を100個作る時のマッチ棒の本数を求めた。【問題2】で正方形ではなく正三角形を100個作る時のマッチ棒の本数を求めた（図4）。

多くの生徒たちは、【学習課題2】の考えを利用して、効率の良い求め方でマッチ棒の本数を求めた。

生徒たちは正方形の数とマッチ棒の本数の関係を見だし、本数を求める式で表して解くことができた。正方形の数が増えてもマッチ棒の本数を求めることができることや、正方形以外の形でも考えることができることを実感することができた。また、多様な考えに触れて楽しく学び合うことができた。

**【問題1】**  
マッチ棒を並べて正方形を作っていきます。正方形を100個作る時、マッチ棒は何本必要でしょうか？

式  $1 + 3 \times (100 - 30) =$  答え 30 / 本

---

**【問題2】**  
マッチ棒を並べて正三角形を作っていきます。正三角形を100個作る時、マッチ棒は何本必要でしょうか？

式  $1 + 2 \times (100 - 20) =$  答え 20 / 本

**図4 生徒のワークシート【問題1】【問題2】**

**4 考察**

- 生徒は意欲的に学習課題に取り組み、興味を持っているいろいろな考えを導き出そうとしていた。図で表し、その図から式に表す活動を通して、図と式とを関連付けて考えることにつながったと思われる。図と式を関連させることは、課題を解決することに有効であった。
- グループで共有し、説明し合うことで充実した学び合い活動につながったと思われる。グループ学習は、新たな考え方に気付き課題を解決することに有効であり、思考力を高めることにつながった。
- 5人グループでの話し合い活動は、人と人との間が広く、時間もかかるので人数が多いと感じた。人数もスペースも、手軽に話し合える雰囲気を作るために改善が必要である。

## 実践 2

### 1 単元名 「比例と反比例」(第1学年・2学期)

#### 2 本単元及び本時について

本単元では、具体的な事象を調べることを通して、比例・反比例についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。比例と反比例の基礎を理解し、グラフに表したり式を求めたりすることを徹底する。

本時は比例を利用して問題を解決する。生徒にとって身近な題材で二つの数量の関係を比例と見なして変化や対応のようすを調べたり、予測したりする力を身に付ける。その解決の方法として表や式やグラフを用いて考え、それらを相互に関連付けられるような展開をする。そして、ペア学習やグループ学習を通して学び合い、説明し合う活動を取り入れて考えを深めるように実践を行った。グループ学習は、3～4人のグループで行い、話し合いのルールも改善して試みた。

#### 3 授業の実際

##### 見通しを持ち、学習課題を追究する。

- ・個人で予想し、予想したことを隣同士で話し合う。(個→ペア)(図5)
- ・月数とキャップの数の関係が比例と見なしてよいかを考える。

##### <予想>

- 「達成できる」…10人
- S1: 1か月で127個のペースでいくと達成できるから。
- S2: 1か月で約130個と考えると達成できる。
- 「達成できない」…15人
- S3: 1か月で約123個(3ヶ月の平均)で考えると達成できない。
- S4: 1か月で約123個の数を累計して表を作って考える(図6)。
- S5: 平均が123個という考えで比例式を使う。  
 $123:1=x:12$   $x=1476$  (図6)
- S6:  $1500 \div 12 = 125$ 個だから、1ヶ月に125個以上集めないと達成できない。
- 「わからない」…3人
- S7: このペースでいくとは限らないから。

【問題1】  
東中では、ペットボトルのキャップを集めています。「1クラス、1年間で1500個集めよう。」という目標があります。  
6組では、4月は127個集まりました。5月は120個、6月は122個集まりました。  
このままのペースで集めたら、6組は目標を達成できるでしょうか？



図5 ペア学習の様子

<あなたの考えは?>

6組は目標を達成することができない  
理由 4月から6月では平均約120個なので、このままでは1500個集められないから  
★ペットボトルキャップの数と月数に比例している  
<根拠となることから説明してみましょう!>  
～いろいろな考え方で説明してみましょう!～

★4月～6月平均 → 123個  
 $123:1=x:12$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	123	246	369	492	615	738	861	984	1107	1230	1353	1476

↑123を比例定数として考える  
足りる! ←

図6 生徒のワークシート

#### <手立て①> 自分なりに説明し、伝え合う活動の工夫(3～4人でのグループ学習)

「6組は目標を達成できるか?」ということについて、自分の考えを友達に説明した。生徒は、表や比例式や平均の考えを使って個人で予想していた。また、ペア学習を通して友達の考えを知り、相談し合って考えることができた。グループ学習では、更に多くの友達の考えを聞くことができた(次頁図7)。

また、自分の考えを説明することで自分の考えに確信を持てるようになった。自分の考えに自信が持てなかった生徒は、友達の考えを赤ペンでワークシートに記すことにより「達成できるのか?」「達成できないのか?」を考えることができた。図8のような話し合いのルールを明確にしたことで、充実したペア学習やグループ学習となった。しかし、友達の考えのよさを伝える活動を行う場面では、友達の考えの根拠や考えた理由を考える時間が十分取れなかった。話し合い活動のルールを更に徹底する必要がある。



図7 グループ学習の様子

<p>&lt;話し合いのルール（ペア学習）&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ペアで話合うときは、お互いの意見を発表し合う。</li> <li>・片方の人が話しているときは、もう片方の人は聞く。</li> <li>・必要に応じてメモをとる。</li> <li>・自分の考えは鉛筆で書く。友達の意見で参考になるものは赤ペンで記録する。</li> <li>・ペンで書いた友達の意見を説明する。</li> </ul>	<p>&lt;話し合いのルール（グループ学習）&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・右前の人から発表して、時計回りで発表する。</li> <li>・1人が発表しているときは、他の人は聞く。</li> <li>・必要に応じてメモをとる。</li> <li>・自分の考えは鉛筆で書く。友達の意見で参考になるものは赤ペンで記録する。</li> <li>・ペンで書いた友達の意見を説明する。</li> </ul>
--	--

図8 話し合いのルール

### 比例と見なして考える活動

グループ学習で、多くの生徒が「目標を達成できるか?」「できないか?」を予想することができた。また、多くの生徒が比例と見なして考えることができた。そこで、「月数とキャップの数の関係は比例になるのか?」と質問した。比例と見なすことを考えさせるために「比例になる」か「比例にならない」かの議論を行った。

**『比例にならない』**

S1…片方を2倍、3倍…するともう片方は2倍、3倍…にならない。

S1… $y=ax$ の式で表せない。



**『比例になる』**

S2…3か月の平均が123個。

S2…「このままのペースで集める。」という考え方が比例。

S3…比例ではないが、比例と考えてよい。



**<手立て②>**  
**比例と見なし、表、式、グラフを関連付けるための工夫**

数名の生徒が比例と見なして考えたことを発表し、[問題1]の最初に予想したことを明らかにした。多くの生徒は、表や式やグラフを用いて考えることができた。更に、表と式とグラフを関連付けるために、 $y=123x$ という式で表せることから、比例定数の123に着目することを全体で確認した(図9)。それぞれを関連付けることができたが、次の問題につなげるために表と式とグラフの関連付けを強調する必要がある。



図9 グラフで表す

### 4 考察

- ペア学習やグループ学習を行う時に、話し合いのルールを明確にしたことで、生徒達が活発に意見交換をすることができた。また、友達の考えのよさに気づき、友達の考えのよさをワークシートに書くことができた。生徒達の思考力や表現力を高めることに効果が見られた。
- ペットボトルのキャップという身近なものを題材にしたり、比例するか分からない問題を設定したり工夫したことや、数値設定を比例にならないが比例と見なして考えることができるのではないかと悩ませるよう工夫したことは、生徒の思考力の向上につながったと思われる。
- 比例と見なす場面で、多くの生徒が比例と見なして考えることができていたが、生徒たちが納得できる言葉で、比例と見なせることをおさえて学習を進める必要がある。そして、比例と見なせることをまとめて、表、式、グラフを相互に関連付けることをしっかりとおさえる必要がある。