

群 教 七	G03 - 03
	平26.254集
	数学 - 中

中学校数学科において、 数学的思考力を向上させる指導の工夫

— 解決までの過程を説明する活動を通して —

特別研修員 栗原 一茂

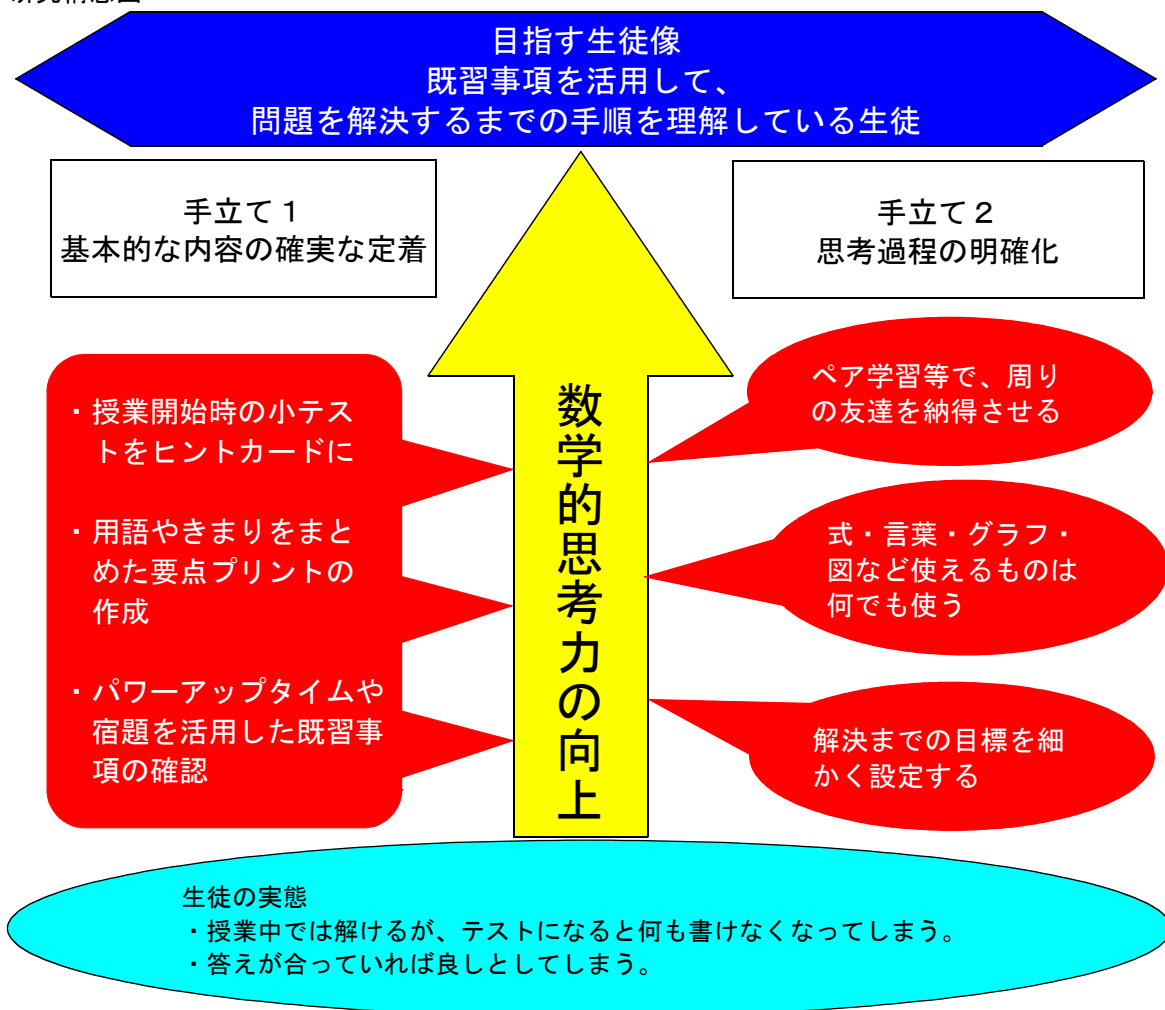
I 研究テーマ設定の理由

現行の学習指導要領数学科の目標では「数学的活動を通して」という言葉が文頭に位置付けられている。この「数学的活動」の中で、「既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動」が中学校第1学年では重点としてあげられている。

現在の勤務校は、授業に対して意欲的に取り組んでいる生徒が多いものの、詳細にみていくと学力が二極化される傾向にある。また、空欄を埋めさせる問題に比べ、自分の考え方を記述させるような問題は白紙解答になってしまう生徒も多い。そこで、基礎・基本の定着を徹底させるとともに、解決までの過程を説明することを意識させ、既習事項に結びつけて考えさせることで問題を解決する糸口をつかませることが重要であると考え、本テーマを設定した。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手立て

(1) 手立て1 基本的な内容の確実な定着

授業で学習した内容を、その時間内に行う練習問題では解くことができるが、時間が経つと解けなくなってしまうことが多く、基本的な内容であってもなかなか定着しないことがあった。そこで、学習内容を確実に定着させるためには反復練習が必要であると考え、以下のような具体的な手立てを考えた。

- ①授業開始時の5分間を使っての復習テスト(図1)
 - ②授業中に登場した既習の語句や性質をその場で確認
 - ③毎週水曜日のパワーアップタイム(15分間の学習時間)を使っての重要語句や計算問題のドリル学習
 - ④毎週金曜日の宿題である計算プリント40問
 - ⑤重要語句やきまりをまとめた要点プリントの配布
- これらの手立ての中で、③から⑤については、授業以外の場面で随時行った。

No.6

復習テスト

1年 組 番 氏名

I. 次の文章、A、B、Cを括弧つきの式で表しなさい。

(1) 等式の両辺に同じ数を加えても、等式は成り立つ。
(2) 等式の両辺から同じ数を引いても、等式は成り立つ。
(3) 等式の両辺に同じ数をかけても、等式は成り立つ。
(4) 等式の両辺を同じ数で割っても、等式は成り立つ。

(1) A=□ならば、(2) A=□ならば、

(3) A=□ならば、(4) A=□ならば、

II. 次の計算をしなさい。

(1) $9(x+5)$ (2) $4\left(\frac{3}{2}x+2\right)$ (3) $6\left(\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}\right)$ (4) $19\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}\right)$

(1) _____ (2) _____ (3) _____ (4) _____

～計算テスト～

図1 復習テスト

(2) 手立て2 思考過程の明確化

生徒たちのノートを見ると、問題を解決する手段として、式だけに頼ることが多かった。そこで、思考力を高めるために、以下のような手立てを考えた。

- ①解決までの目標を細かく設定する。
- ②式・言葉・グラフ・図・表など、使う手段を複数用意する。
- ③ペア学習等で周りの友達を納得させる。

①、②については自力解決の中での手段であり、③はそのことを意識させながら生徒たちに取り組みせ、実際に発表させた。また、生徒たちは完成された形をノートやワークシートに書きたがるので、自分自身の考え方が追えるように、消しゴムを使わずに、間違えたときには二重線や×印で消させるようにした。

III 研究のまとめ

1 成果

- 計算練習を繰り返し行ったことで、4月に比べて確実に平均点の上昇が見られた。生徒たちも、計算問題は自信を持って取り組むことができている。
- 友達を納得させることを意識させて考えさせたことで、答えだけでなくその理由や答えに至るまでの過程を説明できる生徒が増えてきた。

2 課題

- 基礎的な内容の定着においては授業以外の部分、特に宿題に頼ることが多く、意欲の高い生徒と低い生徒での差が大きくなってしまった。
- 思考過程を表現するために、何を使ってもよいことにしたこと、逆に使える手段が多すぎて混乱してしまう生徒もいた。

3 提言

- 生徒たちの考える時間が中心となるので、生徒の思考に沿って適切な助言を与えたり、生徒の能力に応じて複数種類のワークシートを用意したりすることで、より自然な形で既習事項を使えるようになるのではないかと。

<授業実践>

実践 1

1 単元名 「方程式（分数を含む方程式）」（第1学年・1学期）

2 本単元及び本時について

本単元では、方程式を等式とみて、「等式の性質」を用いて等式を変形して解を求める方法を学び、さらに、「等式の性質」の考え方を発展させた「移項」という性質を用いて解を求めていく。生徒は、これらの方法を用いることで、方程式を形式的な式変形で解くことができ、能率的に解を求められるというよさを感じられる。本時は全11時間計画の第7時にあたり、係数に分数を含む方程式を、等式の性質を用いて両辺に分母の最小公倍数をかけることで係数を整数に直してから解くことがねらいである。既習事項を用いて問題を解決するための手立てとして、単元を通して、毎時間授業の最初に復習テストを行った。このテストの問題をその授業で必要とする既習事項にすることで、授業のヒントカードとなるようにした。また、思考過程を明確にさせるために、隣同士で自分の考えを説明し合う場面を設定した。

3 授業の実際

(1) 復習テストの実施（手立て1 - ①）

まず最初に、復習テストを行った。これは、単元を通して行ったものである。その時間の学習で必要であると思われる既習事項を取り入れ、授業中の課題に対するヒントともなるように問題を工夫した。また、問題数を少なくし、3分程度で解けるようにした。解かせたらすぐに答え合わせを行い、不正解の場合は必ず正解を書かせるようにした。

(2) 自力解決

本時の課題である、分数を含む方程式を個人で解く時間を設定した。

今日の目標

方程式 $1 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x$ の解を求めよう

まず、方程式を解くための方法である「等式の性質」についての確認を行った（手立て1 - ②）。その後、どのような形になれば、解ける形の方程式になるのかを考えさせながら解かせるようにした（手立て2 - ①）。生徒の考え方は、「a. まず、係数を整数に直してから移項して解く方法」、「b. そのまま移項してから、通分して解く方法」の2種類であった（図2）。

どちらの考え方であっても、誰が見ても分かるような書き方を考えさせ、式の変形だけでなく、なぜそのようになるのか、根拠を書かせるようにした（手立て2 - ②）。

今日の目標
方程式 $1 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x$ の解を求めよう

1. 自分の考えを書いてみよう。

$\frac{1}{3}x$ と 1 を移項する。
 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = -1$
 $\frac{3}{6}x - \frac{2}{6}x = -1$

数字がぜんぜん整数なら解ける。
両辺を6倍すると。
 $6 \times (1 + \frac{1}{2}x) = 6 \times \frac{1}{3}x$
 $6 + 3x = 2x$
 $3x - 2x = -6$
 $x = -6$ 答 $x = -6$

2. 隣の人の説明を聞いて、気づいたことや感じたことを書いてみよう。

今日の目標
方程式 $1 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x$ の解を求めよう

1. 自分の考えを書いてみよう。

$1 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x$
 $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = 0$
 $\frac{3}{6}x - \frac{2}{6}x = -1$
 $\frac{1}{6}x = -1$
両辺を6倍

$\frac{3}{6}x - \frac{2}{6}x = -1$
 $\frac{1}{6}x = -1$
両辺を6倍
 $x = -6$

2. 隣の人の説明を聞いて、気づいたことや感じたことを書いてみよう。

$-1 = \frac{1}{6}$
 $-(\frac{1}{6} \times 1)$
 $= -6$

図2 生徒のワークシートの例

(3) 隣同士での発表（ペア学習）（手立て2 - ③）

個人で解決した後、隣の生徒に自分の考え方を説明する場を設定した。解き方が同じであっても、自分の言葉で説明させ、聞いている生徒には分からないところは必ず質問させた。結果的に、隣同士で違った考え方をしたペアは少なかった。また、個人で解決できなかった生徒は、この場面で友達の解決方法を聞くことで、既習事項の活用方法を知ることとなった（図3）。



図3 話し合いの様子

(4) 全体での発表（手立て2 - ③）

a、bそれぞれの考え方の生徒を指名し、自分の考え方を発表させた。お互いに同じ考え方で解決していたペアが多かったため、この場面で自分たちとは異なった考え方に触れた生徒も多かった。その後、それぞれの考え方の特徴を確認し、どちらが正確に早く解けるかという観点から考えさせ、生徒の意見を取り上げてまとめとした（図4）。

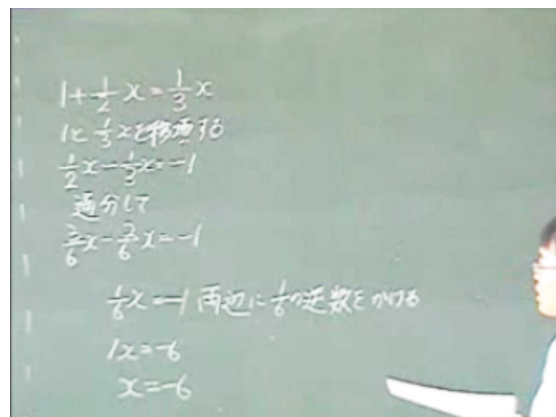


図4 発表の様子

4 考察

- 授業の最初に行った復習テストについては、既習事項の確実な定着という面では効果があったと思われる。しかし、授業の中で生徒のヒントとして活用されることが少なかったため、問題を更に工夫していく必要を感じた。
- 個人解決をする際に、隣の生徒に説明することを想定して、ワークシートに記入させたことは、自分の思考過程を明らかにするのに役立った。また、根拠となることも併せて記入させたため、既習事項を基にして考えることができた。
- 個人解決の場面では、何も思い浮かばず、白紙のまま時間を過ごしてしまった生徒が見られた。ペア学習の段階でも、両方の生徒が白紙であったというペアも見られた。問題の難易度を考えたり、学習形態による席替えを考えたりする必要性を感じた。

実践 2

1 単元名 「比例と反比例（比例と反比例の利用）」（第1学年・2学期）

2 本単元及び本時について

本単元は、小学校で学習した比例や反比例の学習の上に立って、中学校学習指導要領の「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う」をうけて構成されている。この中にもあるように、関数関係についての内容を一層豊かにし、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係の意味を理解できるようにすることが大切である。本時は、19時間計画の第18時にあたり、式、表、グラフの中から適切なものを用いて、具体的な問題を解決することがねらいである。まず、三つの方法の中から、1つを選んで問題を解き、選んだ方法と選んだ理由を発表させた。その後、自分自身で問題を作り、その問題を解決する場面を設定した。

3 授業の実際

(1) 自力解決

式、表、グラフの三つの中から、自分で解決方法を選び、それを用いて問題を解く時間を設定した。

問題

兄と妹が同時に家を出発し、家から 600m離れた図書館に行きます。
妹は毎分50m、兄は毎分75mの速さで歩く時、兄と妹が 150m離れるのは、家を出発してから何分後ですか。

生徒自身が何もないところから表を書いたり、座標平面をつくったりするのは時間がかかることが予想されたため、あらかじめ表や座標平面が印刷されたワークシートを使って解決させた（図5）。その際には、問題を解くだけでなく、選んだ方法とその理由も書くように指示した（手立て2-②）。

比例と反比例のワークシート

比例と反比例の利用 その3

1年 組 番 名 前 _____

兄と妹が同時に家を出発し、家から600mはなれた図書館に行きます。
妹は毎分50m、兄は毎分75mの速さで歩くとき、兄と妹が150mはなれるのは、家を出発してから何分後ですか。

表、式、グラフを使って考えてみましょう。
家を出発してからの時間をx(分)、家からの距離をy(m)とする。

それぞれを表で表すと、

兄の表

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

妹の表

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

グラフをかいてみると、

式を使って考えると、

答. _____

自分が選んだ考え方と、選んだ理由を書きましょう。

比例と反比例のワークシート

比例と反比例の利用 その4

1年 組 番 名 前 _____

条件を変えて、問題を作ってみよう

兄と妹が同時に家を出発し、家から600mはなれた図書館に行きます。
妹は毎分50m、兄は毎分75mの速さで歩くとき、

① 空欄に入る文章を考えよう。

② 実際に解いてみよう。

表

兄の表

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

妹の表

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

グラフ

式

答. _____

～まとめ～

図5 ワークシート

(2) 選んだ方法と理由の発表（手立て2 - ③）

次に、それぞれの方法で解いた生徒を指名して黒板で解かせた後、解き方と選んだ理由を発表させた。表6のように、最も多かった考え方が表を使ったものであり、2番目がグラフ、最も少なかったものが式であった。

表6 生徒たちの意見の代表例

<p>表を選んだ理由</p> <ul style="list-style-type: none">○ 時間と距離が分かりやすく、何分後に 150m 離れるかがすぐに分かるから。○ 表を使うと、何分歩くと何m進むのかが分かり、同じ時間当たりに進む距離を見ていくと、進む距離に 150m の差が出るから。○ 式よりも簡単そうだった。表を使えば次にグラフでも表せるから。 <p>グラフを選んだ理由</p> <ul style="list-style-type: none">○ 表と違って、計算しなくても求められると思ったから。○ グラフだと分かりやすく、差を求める計算が省ける。その差を求めるのも一目で分かる。○ グラフなら縦が距離なので一目で分かるし、何m離れているのかも見やすいから。 <p>式を選んだ理由</p> <ul style="list-style-type: none">○ 書くことが少ないから。○ グラフや表より手間が省けるから。○ いちいちグラフなどかかなくても答えが出るから。

(3) 問題作りと解決（手立て2 - ②）

それぞれの方法のよさを全体で共有した後、問題の最後の部分だけを変えて新しい問題を作らせた。何もせずに過ごしている生徒はおらず、それぞれの能力に応じて課題に取り組むことができた。下位群の生徒は兄と妹の差を変えた生徒が多かったが、上位群の生徒の中には、難易度の高い問題を作る生徒も見られた。様々な問題ができたので、それぞれのワークシートから抜粋し、次時にクラス全体で紹介した（表7）。

表7 生徒たちが作った問題の例

<ul style="list-style-type: none">○ 「兄と妹が 100m はなれるのは、家を出てから何分後ですか」など、距離の差を変えた問題。○ 「兄は妹より何分早く図書館に着きますか」など、2人の到着までの時間差を求める問題。○ 「7分後には兄と妹は何m離れていますか」など、時間を決めて、2人の距離の差を求める問題。○ 「兄が図書館に着いて妹のところまで戻り、そこからまた図書館へ行くことを妹が図書館に着くまで繰り返すと、兄は何m歩きますか」など、より難易度の高い問題。
--

4 考察

- 個人解決の場面では、表を選択した生徒が多かった。ワークシートの最初に表が載っており、さらに、二つの表を上下に配置したことが、その要因であると考えられる。ワークシート作成の際は、限られたスペースの中で必要な情報を記載しなければならないが、レイアウトを更に工夫する必要性を感じた。
- 問題作りの場面では、設定した時間が長かった様子である。早く活動が終わってしまい、時間を持って余している生徒の様子が見られた。ワークシートを複数枚用意するなど、上位群の生徒への対策を考える必要があった。
- 問題作りの場面では、自分で作った問題を解く際に、1問目とは異なる方法を選んだ生徒が多かった。机間指導の中で個別にその理由を聞いたところ、「別の考え方のよさを知り、やってみようと思ったから」という意見がほとんどであった。3種類の方法のよさを全体で共有したことで、新たな解決の手段を知り、それをを用いて解決しようとする姿勢が見られた。