

群 教 七	G03 - 03
	平 26.254 集
	数学一中

# 自分の考えを表現できる生徒を育成する 数学科指導の工夫

— 数学的な思考を促す学習課題と説明し伝え合う活動を通して —

特別研修員 吉野 康弘

## I 研究テーマ設定の理由

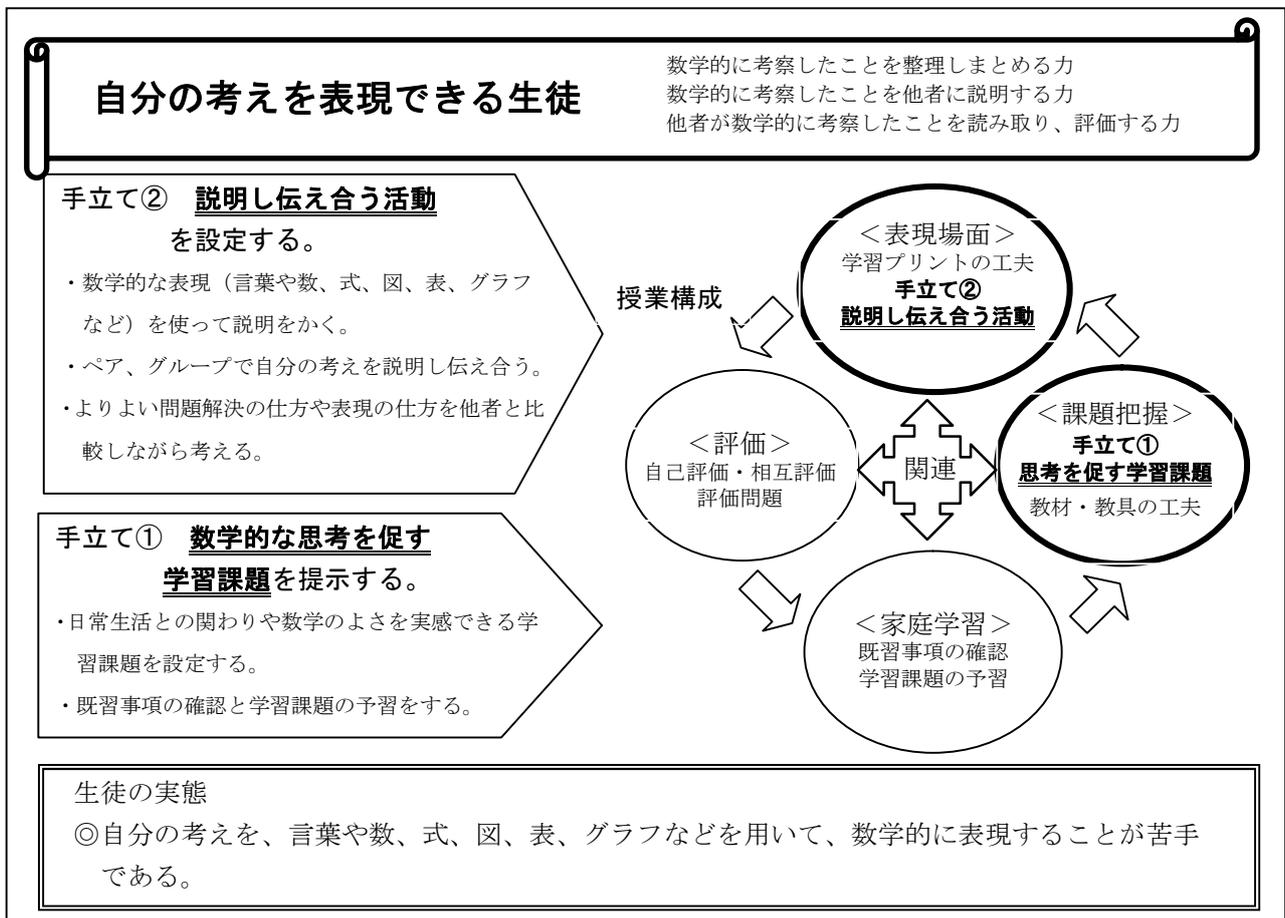
「はばたく群馬の指導プラン」によると「既習の知識や考え方を活用して、課題解決すること」、「筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明すること」が課題とされ、その解決に向けて伸ばしたい資質・能力として「数学的な考え方を身に付けることができる」「数学的な推論を用いて考え、根拠を明確にして説明し合うことができる」ことが挙げられている。

論理的に思考し、表現する力は、生活で起こる様々な問題に対応していくためにも欠かせないものである。しかし、多くの生徒が、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて、数学的に表現することが苦手である。

そこで、数学的な思考を促す学習課題を提示することで、生徒が考える意欲を持ち、自分の考えを積極的に表すことができると考えた。また、説明し伝え合う活動を取り入れ、活動の過程で、どんなことを根拠にすれば簡潔で適切に説明できるかを明確にしていくことによって、自分の考えを表現できる生徒を育成できるのではないかと考え、本研究主題を設定した。

## II 研究内容

### 1 研究構想図



## 2 授業改善に向けた手立て

単元「連立方程式」（第2学年・1学期）において、以下の手立てを講じ実践を試みた。

＜実践1における研究上の手立て＞

- ① 数学的な思考を促す学習課題を提示する。
  - ・ 問題解決するときに、既習事項を活用する意義が実感できる学習課題を提示する。
- ② 説明し伝え合う活動を設定する。
  - ・ 学習プリントに数学的な表現（言葉や数、式、図、表、グラフ）を使って解き方のかかせる。
  - ・ 習熟度や人間関係などを考慮し編制したペアで自分の解き方を説明し合う。

本時は、「一つの文字を消去する」「加減法・代入法」といった既習事項を活用して、連立三元一次方程式を解き、その解き方を説明するという学習課題であった。自分のかいた解き方を単に読むだけの生徒が多かったので、分かりやすく説明させる工夫が必要であると考えた。

そこで、単元「一次関数」（第2学年・2学期）では、自分の考えを表現する力を伸ばすための手立てとして、「説明のポイント」や「評価の基準」を設定するように改善した。

＜実践2における研究上の手立て＞

- ① 数学的な思考を促す学習課題を提示する。
  - ・ 生徒にとって身近で、日常生活との関わりや数学のよさが実感できる学習課題を提示する。
- ② 説明し伝え合う活動を設定する。
  - ・ 「説明のポイント」を提示して、分かりやすい説明を意識しながら学習プリントに説明をかかせる。
  - ・ 習熟度や人間関係などを考慮し編制したグループで互いの考えを説明し合い、アドバイスや質問を付箋に記入し交換し合う。それを基に自分の考えを修正させる。
  - ・ 「どのような観点で評価するのか」を理解させるために「評価の基準」を提示し、自己評価させる。

「説明のポイント」として、『「何を用いてどのように考えたか」を書く』『結論と根拠を書く』『数学用語を使って説明する』を提示した。自分なりの説明をして終わるのではなく、他者の説明を聞き、他者へアドバイスしたり、他者からアドバイスされたりすることで説明を振り返ることができた。また、数学的な表現を使ったり、表、式、グラフを関連させて説明したり、より分かりやすい説明に改善することができた。

## Ⅲ 研究のまとめ

### 1 成果

- 数学的な思考を促す学習課題を提示したことで、「数学が日常生活の問題解決に役立った」「学習したことが次の学習に役立った」という自己評価があった。このような経験が、数学を活用することの喜びにつながり、生徒が自分の考えを表現する意欲につながった。
- 意図的なペア、グループでの説明し伝え合う活動を設定したことで、学習プリントに自分の考えをかけない生徒や、説明できない生徒がいなくなった。また、「説明のポイント」や「評価の基準」を示し、お互いの考えを交流したことで、数学的な表現を用いて、説明することができるようになった。

### 2 課題

- 他の単元においても数学的な思考を促すための効果的な学習課題を開発する。
- ペアやグループでの交流と全体交流の位置付けとその役割を考え、授業の流れや時間配分も考慮し、必要な交流を必要な場面で行うことができるように、単元指導計画を再考する。

### 3 提言 数学的な表現力を高めるために

- 数学的な表現力を育成するには、自分の考えをまとめ整理し、それを他者に説明したり、他者の説明を読み取り、評価したりする活動が効果的である。

<授業実践>

実践 1

1 単元名 「連立方程式」 (第2学年・1学期)

2 本単元及び本時について

本単元は、「連立二元一次方程式とその解の意味について理解し、加減法や代入法を用いて簡単な連立二元一次方程式を解くことができ、それを活用することができるようにする」ことを目標としている。本時は、全14時間計画の第12時にあたり、単元のまとめとして発展的な問題に取り組んだ。連立三元一次方程式を作り、加減法や代入法と同様に、式変形をして文字を消去するという考えを基に、その解き方を理解することがねらいとなる。解き方を考える場面で、数学的な表現を用いて考え、分かりやすく説明させるために、次のような手立てを取り入れて実践を行った。

3 授業の実際

導入において、図1のように、レディネス学習を提示した。

手立て①

- ・問題解決するとき、既習事項を活用する意義が実感できる学習課題を提示する。

学習課題をつかみ、レディネス学習を用いて見通しを持つ場面の様子

レディネス学習①を行い、どちらのチームの成績がよいか考えさせることで、サッカーの勝ち点の考え方を理解させることができた。

次に、考えたことを図や式に表現させるために、レディネス学習②に取り組んだ。

T: 分かっていることは何ですか。

S1: 試合数が10試合。

S2: 勝ち点が15点。

T: では、求めるものは何ですか。

S3: 何勝・何分け・何敗か。

レディネス学習①

次の表は、10試合行った時の試合の結果です。どちらのチームの成績がよいですか。

	ブラジル	スペイン
勝	6	5
分	2	4
負	2	1

(勝ち3点、引き分け1点、負け0点)

レディネス学習②

日本は、10試合を終えて、勝ち点が15点でした。

何勝・何分け・何敗だったでしょうか。

図1 レディネス学習

その後、レディネス学習②における生徒の考えを発表させた(図2)。

T: 問題を解いてみて、気付いたことはないですか。

S4: 答えが一つに絞れない。

S5: 三つの文字を使うと二つの方程式では、解が複数になってしまう。

その後、「学習のめあて」を確認し、本時の学習課題を提示した。

学習課題: 日本は、10試合を終えて、勝ち点が15点でした。  
また、引き分けと負けの試合数が同じでした。  
何勝・何分け・何敗ですか。

5え方) 勝ち点、引き分け、負けをそれぞれ

	勝(3)	分(1)	負(0)
勝(3)	5	3	4
分(1)	0	6	3
負(0)	5	1	3

$$\begin{cases} 3x + y + 0z = 15 \text{ (勝ち点)} \\ x + y + z = 10 \text{ (試合数)} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3x + y = 15 \\ -) x + y + z = 10 \\ \hline 2x - z = 5 \end{array}$$

$$2x - z = 5 \text{ (引き分けと負けの試合数が同じ)}$$

$$\begin{array}{r} x \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \\ 2 \ 1 \ 3 \ 5 \ 7 \end{array}$$

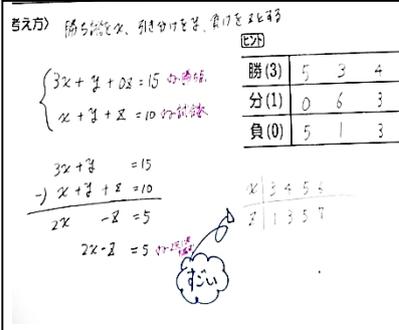


図2 生徒の考え

T: 一つ条件を加えます。引き分けと負けの試合数が同じだとすると、何勝・何分け・何敗ですか。

T: それぞれの試合数を求める方法を考えてください。そのときにどのように考えたのか、数学的な表現を用いて、説明をかいてください。

日常生活に関連した内容で、情報が多い文章ではあるが、具体的な数を用いることによって勝ち点の仕組を考えさせたり、分かっている事柄・数量、求める事柄を確認したりすることで、問題を把握することができた。自分なりに表や式を使ったり、数字を当てはめたりして、答えを求めることができた（図3）。

私の考え

勝ち  $x$  分け  $y$  負け  $z$

$$\begin{cases} x + y + z = 10 & \text{①} \\ 3x + y = 15 & \text{②} \end{cases}$$

②を①に代入

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + y = 15 \end{cases}$$

$6x + 2y = 30$

$$\begin{array}{r} 6x + 2y = 30 \\ -(x + 2y = 10) \\ \hline 5x = 20 \\ x = 4 \end{array}$$

$3 \times 4 + y = 15$

$$\begin{array}{r} 12 + y = 15 \\ y = 15 - 12 \\ y = 3 \end{array}$$

A 勝4 分3 負3

図3 生徒の学習プリント

勝ちを  $x$  試合、引き分けを  $y$  試合、負けを  $z$  試合とします。

試合数から式をつくると  $x + y + z = 10$

勝ち点から式を作ると  $3x + y = 15$

引き分けと負け試合の数が同じだから  $y = z$

$x$  と  $y$  だけの式にしたいから  $z$  を消去しました。

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + y = 15 \end{cases}$$

この方程式を解くと  $x = 4, y = 3, z = 3$  になります。

よって 勝ち4試合、引き分け3試合、負け3試合

図4 生徒の説明

手立て②

- ・学習プリントに数学的な表現（言葉や数、式、図、表、グラフなど）を使って解き方やかかせる。
- ・習熟度や人間関係などを考慮し編制したペアで自分の解き方を説明し合う。

どの結果を基に、どのペアも数学の学力が均一になるように編制して授業を実施した。苦手な生徒が単にペアの答えを写すだけでなく、自分の考えを持ったり、一緒に考えたりして深め合う場面が見られ、ペア学習が機能している班は効果的であった（図4、5）。

確認問題：日本は、12 試合を終えて、勝ち点が 22 点でした。  
また、勝った試合数は、負けた試合数の 3 倍でした。  
何勝・何分け・何敗ですか。

その後、確認問題に取り組んだ。ペアを組み、お互いの考え方を説明させたり、教え合ったりしたことで、ほとんどの生徒が方程式の解を求めることができた。また、連立二元一次方程式の加減法や代入法と同様に、式変形をして文字を減らせば解けるということを説明する生徒も見られた。



図5 ペアでの説明の様子

4 考察

- 連立三元一次方程式を利用した学習課題を提示し、既習事項を用いた課題解決を意識させた。このことにより、新たな問題を解決する場面においても、既習事項を基にしながら、あきらめずに考え、方程式の解き方をまとめることができたと考える。
- 生徒の感想として、「ペア活動をしたので、分からない問題も助けてもらいながら考えられた」、「問題が難しく、分からない問題もあったが、ペアの人と協力して考えることで自分の考えている事とは違う考え方も解くことができた」と書いている。このことから、意図的なペアでの説明し伝え合う活動を行わせたことで、自分の考えを説明することができたと考える。
- 学力や人間関係などを考慮し、ペアを編制したが、男女のペアや能力差が大きいペアでは、説明し伝え合う活動が機能しないことがあった。同性のペアを組むなど生徒の状況を見て臨機応変に対応する必要がある。
- 自分のかいた解き方を単に読むだけの生徒が多かったので、数学的な表現を用いて考え、分かりやすく説明させる工夫が必要である。

## 実践 2

### 1 単元名 「一次関数」(第2学年・2学期)

### 2 本単元及び本時について

本単元は、「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解する」また、「関数関係を見だし、表現し、考察することができる」ことを目標としている。本時は、全20時間計画の第17時にあたり、自動車の使用期間と総費用の関係を、表、式、グラフを利用することにより調べ、どちらの自動車が経済的か、分かりやすく説明することがねらいとなる。課題を解決するに当たり、数学的な表現を用いて考え、分かりやすく説明させるために、次のような手立てを取り入れて実践を行った。

### 3 授業の実際

導入において、自動車のカタログと次の学習課題を提示した。

#### 手立て①

生徒にとって身近で、日常生活との関わりや数学のよさが実感できる学習課題を提示する。

#### 学習課題をつかみ、レディネス学習を用いて見通しを持つ場面の様子

T：自動車を買い換えたいと考え、カタログの中から、図6のように次の5車種を選びました。年間の燃料費はいくらかかりますか。

T：自動車Bは、いくらですか。

S1：6万円です。

T：自動車Cは、いくらですか。

S2：12万円です。

T：どのように求めましたか。

自動車Bを例にして説明してください。

S3： $12000 \div 30 = 400$   $400 \times 150 = 60000$   
になります。

その後、候補となる自動車の状況を示すグラフを選定させ、その理由を聞いた(図7)。そして、グラフの切片が車体価格、傾きが年間燃料費を表していることを確認し、本時の学習課題を提示した。

T：今日の学習課題です。使用期間と総費用の関係を調べ、どちらの自動車がお買い得か考えましょう。

学習課題：次の条件を満たすようにするには、どちらの自動車がお買い得でしょうか。分かりやすく説明しましょう。

T 自動車で販売している車の例

	自動車C	自動車D
車体価格		
燃費	15km/ℓ	30km/ℓ
年間走行距離	12000km	12000km
年間の燃料費		

〈条件〉

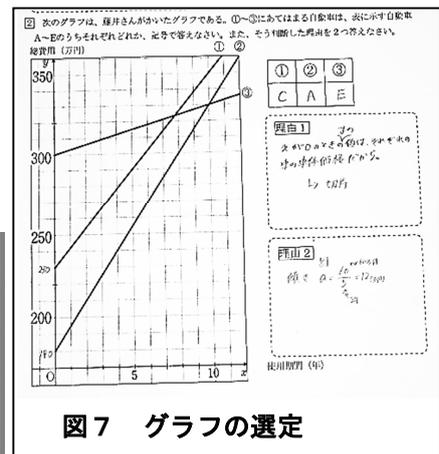
- ・できるだけ安い方がよい。
- ・一度買ったら、5年以上は乗り続けたい。
- ・年間12000km走行する予定である。
- ・ガソリン価格は、150円/ℓ

① 次の表は、自動車A～Eの車体価格、燃費などをまとめたものです。

自動車 B～Dの年間の燃料費を求めなさい。ただし、ガソリン価格は150円/ℓとする。

	自動車A	自動車B	自動車C	自動車D	自動車E
車体価格	180万円	220万円	230万円	280万円	300万円
燃費	12km/ℓ	30km/ℓ	15km/ℓ	30km/ℓ	60km/ℓ
年間走行距離	12000km	12000km	12000km	12000km	12000km
年間の燃料費	15万円				3万円

図6 レディネス学習①



#### 手立て②

- ・「説明のポイント」を提示して、分かりやすい説明を意識しながら学習プリントに説明をかかせる。
- ・習熟度や人間関係などを考慮し編制したグループで互いの考えを説明し合い、アドバイスや質問を付箋に記入し交換し合う。それを基に自分の考えを修正させる。
- ・「どのような観点で評価するのか」を理解させるために「評価の基準」を提示し、自己評価させる。

この後、自力解決・交流場面では、図8のように「説明のポイント」を設定して、自分の考えを表現する活動に入った。まず、学習プリントに表、式、グラフ、言葉を利用して自分の考えの説明をかいた(図9)。その後、グループで自分の考えを説明し、付箋にアドバイスや質問を記入し合い交流した(図10)。

＜説明のポイント＞

- ・「何を用いてどのように考えたか」を書く。
- ・結論と根拠を書く。
- ・数学用語を使って説明する。

**図8 説明のポイント**

＜説明＞

表を見ると、8年までではCの方が安い  
表とちとにグラフをつくと、8年を過ぎたあたりからCの方が高くなる。7より  
グラフから式をつくと、

C  $y = \frac{4}{5}x - 230$       D  $y = \frac{3}{5}x + 280$

$y = 12x + 230$        $y = 6x + 280$

結論  
0～8年4月はC、8年4月～をえるとDが安い。  
だから、5年以上乗る場合はDの方が得。

$y = 12x + 230$   
 $y = 6x + 280$   
-  $6x = -50$   
 $x = \frac{50}{6}$   
 $y = \frac{25}{3} \times \frac{50}{6} + 280$   
 $y = 330$   
 $\frac{50}{6} \rightarrow (x = \frac{50}{6}, y = 330)$

**図9 生徒の学習プリント**



使用期間と総費用の関係を調べるために表を選択した生徒が多かった。そして、表からグラフや式へと表現を変換し、二つの自動車の総費用が同じになる使用期間を求めることができた。次に、自分の考えを表現した学習プリントを基にして、自分の考えを他者に説明し、付箋にアドバイスや質問を記入し合った。そして、他者との相互交流の中で、自分の考えや説明を見直し、自分の考えを手直ししたり、かき加えたりした。このことにより、思考とそこで用いた表現を洗練することが可能となり、数学的な表現力を高めることに効果があった。図11のような「評価の基準」を示し、図12のような自己評価を通して、本時の学習を振り返らせた。

評価の基準	
A	自動車C、Dの使用期間と総費用の関係を表や式、グラフを用いて表し、どのような条件の時に、どちらの自動車を選ぶべきか、具体的に説明できている。
B	自動車C、Dの使用期間と総費用の関係を表や式、グラフを用いて表しているが、具体的な説明をしていない。
C	自動車C、Dの使用期間と総費用の関係を表や式、グラフを用いて表すことができず、具体的な説明もできていない。

**図11 生徒に示した「評価の基準」**

＜自己評価＞	＜他者の説明のよさ＞
<ul style="list-style-type: none"> <li>○身の回りの中でも一次関数を使って求められたのでおもしろかった。</li> <li>○表に変化の割合などをかき込むことで説明が分かりやすくなると思う。</li> <li>○グループでアドバイスをもらったときの方が細かいところまで説明することができた。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○グラフから傾きや切片を具体的に説明しているところがよい。</li> <li>○表やグラフを使って具体的な数字を求めて説明すると分かりやすかった。</li> <li>○xとyが何を表しているのか詳しく説明してあって分かりやすい。</li> </ul>

**図12 「自己評価」と「他者の説明のよさ」**

#### 4 考察

- 生徒は、具体的に表現しなければならないという必要性を感じ、数学的な表現を用いて、学習プリントに自分の考えをまとめることができた。これは、生徒にとって身近で、日常生活との関わりや数学のよさが実感できる学習課題を提示したことが有効であったと考える。
- 「説明のポイント」や「評価の基準」を示し、自分の説明を振り返る活動を通して、相手を意識して分かりやすく伝えるためにはどうすればよいかを考えることで、自分の考えを整理し、更に深めることができた。
- 言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて説明を改善するなど、数学的な表現力を高めることができた。これは、分かりやすい説明にするための視点を共有したことや自分の考えや説明を見直し、自分の考えを手直ししたり、かき加えたりしたことが有効であったと考える。
- 相手の考えを読み取り、評価する力を伸ばすことができた。これは、説明し伝え合う活動を行うことにより、説明する側、説明を聞く側の立場を経験することになり、相手の考えを理解しようと聞いたり、アドバイスや質問を考えたりするようになったからだと考える。