

群 教 七	G03 - 03
	平 26. 254 集
	数学一中

既習事項を活用しようとする生徒を育成する 数学科指導の工夫

——既習事項のカード化とワークシートの工夫を通して——

特別研修員 小野里 典史

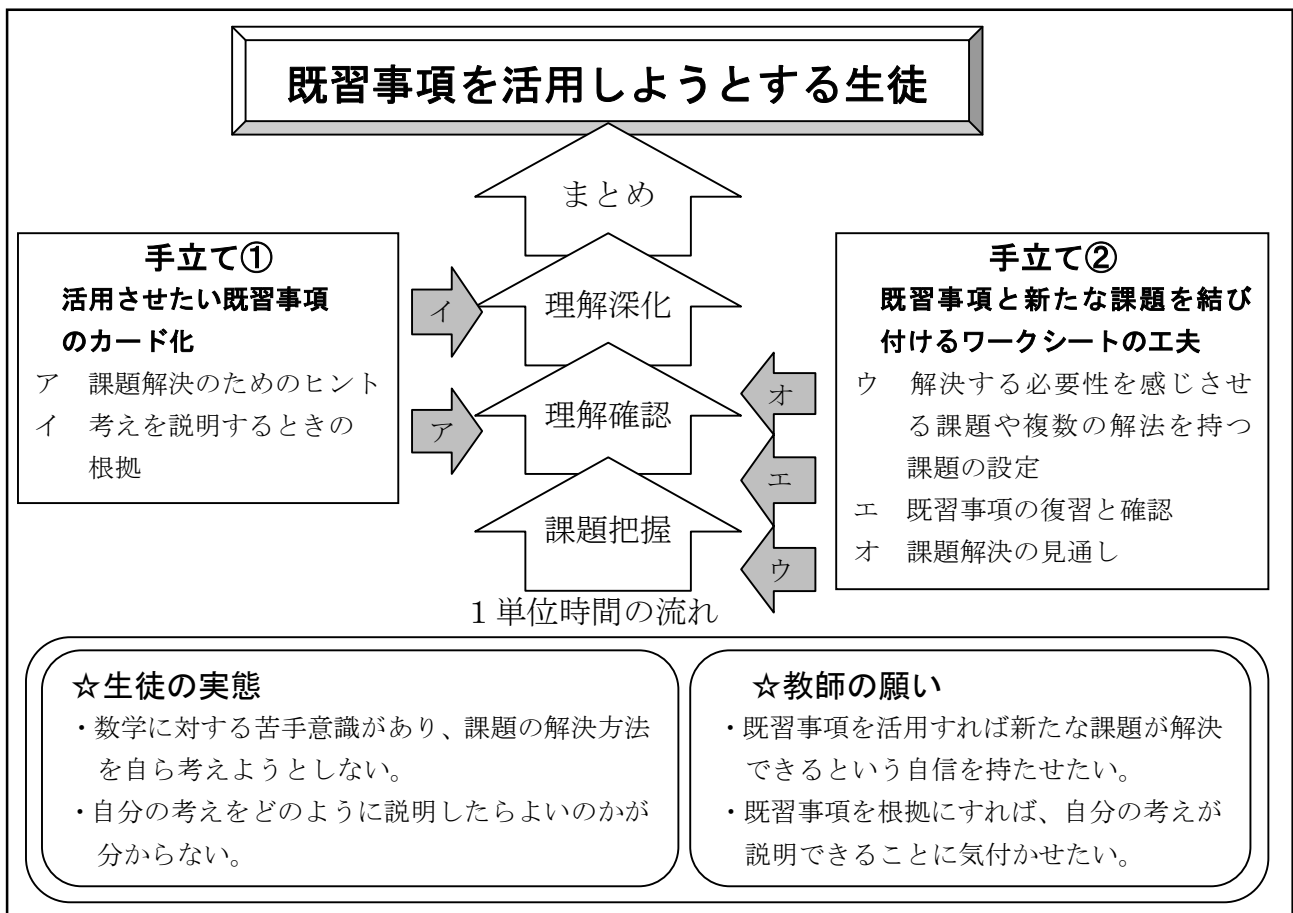
I 研究テーマ設定の理由

はばたく群馬の指導プランでは、「既習の知識や考え方等の活用」「筋道を立てて考え、根拠を明らかにしながら説明すること」を算数・数学の課題としている。本校の生徒においても、課題解決に行き詰ったときや自分の考えを説明する場面で、積極的に既習事項を活用しようとする態度に課題が見られる。

本研究では、本時に深く関わる既習事項をカード化して掲示し、一斉指導やグループ活動において、それらを活用して新たな課題を解決したり、それらを根拠として自分や人の考えを考察したりする場面を設定したりする。またワークシートを工夫して、既習事項の復習を新たな課題に結び付けることができるように構成したり、解決する必要性を感じさせる課題や複数の解法を持つ課題を設定したりする。このような取組を通して、生徒に既習事項を活用しようとする態度を身に付けさせることができると考えた。

II 研究内容

1 研究構想図



2 授業改善に向けた手立て

単元「平方根」（第3学年・1学期）において、カード化した既習事項を活用して課題解決をする活動と、既習事項を根拠として様々な解法について考察する活動を位置付け、実践を試みた。

実践1における研究上の手立て

- 手立て① 課題解決に必要な既習事項をカード化して掲示することで、解決の見通しを持たせ、様々な解法について考察する際にも根拠として利用できるようにする。
- 手立て② 学習する必要性を持たせた課題や複数の解法を持つ課題を扱ったワークシートでスモールステップの学習を行う。

本単元の学習は、有理数では表すことのできない数が存在することを知り、無理数の含まれる式の四則演算について、既習事項を根拠にしながらか算ができるようにしていく。そこで前時までの既習事項をカード化して掲示し、授業の展開の中でそれを意識させることで、課題の解決や自分の解法の説明に既習事項を活用することができるのではないかと考えた。しかし課題がやや複雑になってしまったことで、ねらいを明確にとらえることができない生徒や解決の見通しを持つことができない生徒が見られ、解き方を説明したり、考察したりする時間を十分に確保することができなかった。

これらの実践を受け、単元「 $y=ax^2$ 」（第3学年・2学期）では、次のように手立てを改善した。

実践2における研究上の手立て

- 手立て① カード化する既習事項を本時のねらいに直接結びつくものだけに絞って掲示する。
- 手立て② 活動内容を精選するとともに、既習事項の復習と比較しながら新たな課題の解決法が類推できるようなワークシートを作成する。

実践1の考察を踏まえ、本時のねらいに直接関わる活動の時間を確保するために、ワークシートにおいて、すでに数値の記入された対応表や点線で描かれたグラフを使用するなどして生徒の活動内容を精選した。また既習の学習内容の復習と対比させながら新たな課題の解決法を類推することができるように構成を工夫した。カード化するのには、既習事項の中でも本時のねらいに直接結びつくものだけに絞り、生徒の活動内容を精選したことで、ねらいが明確になり、数学に対する苦手意識の高い生徒も課題に取り組むことができた。個人での課題追究の場面では、一次関数の場合の解き方を参考にして表やグラフを使って課題を解決する様子が見られた。

III 研究のまとめ

1 成果

- ポイントとなる既習事項をカード化して掲示することで、課題解決や解答を考察する場面で、掲示されたカードにかかれた知識を活用しようとする様子が見られた。
- ワークシートによるスモールステップの学習で、苦手意識の高い生徒も復習した既習事項と比較しながら本時の課題を解決しようとしていた。

2 課題

- カード化する既習事項を絞ったことは、生徒に解決の見通しを持たせる上で有効であったが、上位群の生徒には、多くの既習事項の中から必要なものを選択する力を付ける手立てが必要である。
- ワークシートにおいて、既習事項と新しい課題を比較しやすくするだけでなく、比較しながら確認できるような板書計画の工夫も必要である。

3 学んだことを活用する力を高めるために

- 既習事項を活用すれば様々な解法を考えたり、解法について考察したりすることができることを実感させるために、できるかぎり複数の解法を持つ課題を設定する。また根拠を明確にして自分の解法を説明し合う時間を確保することができるように、活動内容を精選する必要がある。

<授業実践>

実践 1

1 単元名 「平方根」 (第3学年・1学期)

2 本単元及び本時について

本単元は、数の平方根について理解し、数の概念の理解を一層深めるとともに、根号をふくんだ式の四則演算の意味を理解し、用いることができることを目標としている。本時は、全16時間計画の第11時にあたり、分母の有理化の意味を理解し、式を変形することができるようにすることをねらいとしている。分母を有理化する必要性を感じさせ、既習事項を活用して様々な方法で分母を有理化することができるように、次のような手立てを取り入れて実践を行った。

3 授業の実際

手立て① 課題解決に必要な既習事項をカード化して掲示することで、解決の見通しを持たせる。

導入において、前時に配付したプリントの答え合わせを通して既習事項を確認し、カード化して黒板に掲示した(図1)。

まず(有理数)÷(無理数)という計算をしなければならない必要性を感じさせるために、初めから式を与えてしまうのではなく、長方形の面積と横の長さから縦の長さを求めることを課題にした。また(有理数)÷(無理数)よりも(無理数)÷(有理数)の方が計算しやすいことに気付かせるため、1枚の紙を下記のように2つの長方形(A・B)にわけるといった設定にした。

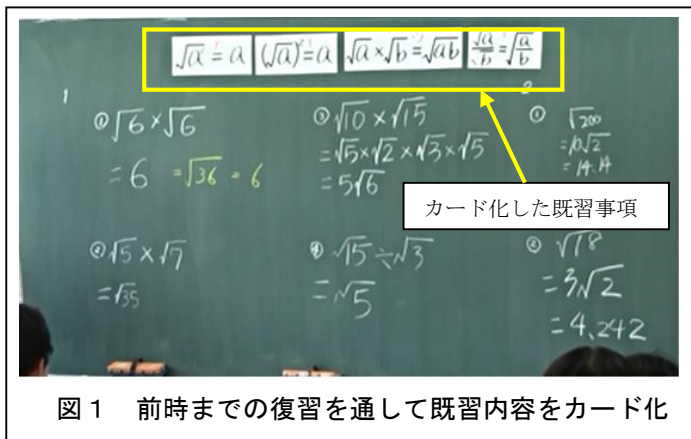


図1 前時までの復習を通して既習内容をカード化

課題 面積が $5cm^2$ で、横の長さが $\sqrt{10}cm$ の長方形と面積が $\sqrt{10}cm^2$ で、横の長さが $2cm$ の長方形の縦の長さが等しいとき、どちらかの長方形を使って縦の長さを求めなさい。

A	B
$\sqrt{10}cm^2$? cm
$2cm$	$\sqrt{10}cm$

数値が整数の時は難なく考えられる(縦の長さ) = (面積) ÷ (横の長さ) であるが、無理数がふくまれるとなかなか立式ができなかった。また(有理数) ÷ (無理数)の計算の大変さに気付かせるために、電卓を使用させなかったため、予定以上に計算する時間がかかった。

分母を有理化する必要性を確認した後、【課題1】を提示し、個人で考える時間を与えた。根号を含んだ式の乗法の計算演習が十分ではなかったため、既習事項をどのように活用すればよいのか戸惑っている生徒も見られた。

【課題1】 $\frac{5}{\sqrt{10}}$ を分母に無理数のない式に変形しよう

(1) $\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

(2) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

指名をされた生徒が板書し、全体で(1), (2)の解法について、途中の式の変形で、どの既習事項が使われているかを、カードを移動しながら全体で確認した(図2)。

次に【課題2】に取り組んだ。

【課題2】 次の式を計算しなさい。

① $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$ ② $3 \div 2\sqrt{3}$ ③ $5 \div \sqrt{18}$ ④ $\sqrt{15} \div \sqrt{6}$



図2 式の変形の根拠をカードで確認

手立て② ワークシートで、複数の解法をもつような課題を扱い、様々な解法について既習事項を根拠として考察する場面を設定する。

個人で課題に取り組んだ後、グループ活動で考えを交流する場を設定し、それぞれの解法において、式を変形するときどんな既習事項を根拠としているかを考察させた。しかし自分で解決できた生徒は、半数ほどで、多くの生徒が、分母と分子に同じ無理数をかける方法であった。グループ活動では、様々な解き方について考察するのではなく、できた生徒ができていない生徒に教える様子が見られた。既習事項をカード化したり、ワークシートの課題を工夫したりするだけでなく、下位群の生徒への個別支援を工夫する必要がある。

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">$\text{ア } \sqrt{a^2} = a$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">$\text{イ } (\sqrt{a})^2 = a$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">$\text{ウ } \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">$\text{エ } \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$\text{オ } \frac{b}{a} = \frac{b \times c}{a \times c}$</div>	$ \begin{aligned} & 3 \div 2\sqrt{3} \\ &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2 \times 3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} $ <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; margin: 0 10px;"> $\left. \begin{array}{l} \leftarrow \text{オ} \\ \leftarrow \text{イ} \end{array} \right\}$ </div>	$ \begin{aligned} & 3 \div 2\sqrt{3} \\ &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{9}}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} $ <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; margin: 0 10px;"> $\left. \begin{array}{l} \leftarrow \text{ア} \\ \leftarrow \text{エ} \end{array} \right\}$ </div>
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block;"> 式の変形において、どの既習事項が根拠になっているかを確認 </div>		

4 考察

- 面積、立式というハードルを越えないと分母の有理化にたどりつかないことで、本時のねらいをしっかりとらえることができない生徒が見られた。一斉に指導する内容や生徒の活動内容を精選することで、ねらいを明確にし、様々な考え方を交流させる時間を確保する必要がある。
- 既習事項を使えば新たな課題の解決ができることや既習事項を使って工夫すればより簡単に計算できるおもしろさを実感させるために、複数の解法で分母の有理化を確認した。しかし苦手意識を持つ生徒には、分かりづらく、本時のねらいである分母の有理化の技能の定着は不十分であった。
- 既習事項をカード化したことで、生徒が課題解決の見通しを持つ段階で支援となるだけでなく、途中の式の変形で使った既習事項を、カードを動かして確認することができた。また式を変形する時には、必ず根拠となる既習事項があることを意識させることができた。
- 本時の課題解決に必要な既習事項をカード化したり、ワークシートで複数の解法を持つ課題を与えたりするだけでなく、自分で解決できない生徒への支援を工夫していく必要がある。

実践 2

1 単元名 「 $y=ax^2$ 」 (第3学年・2学期)

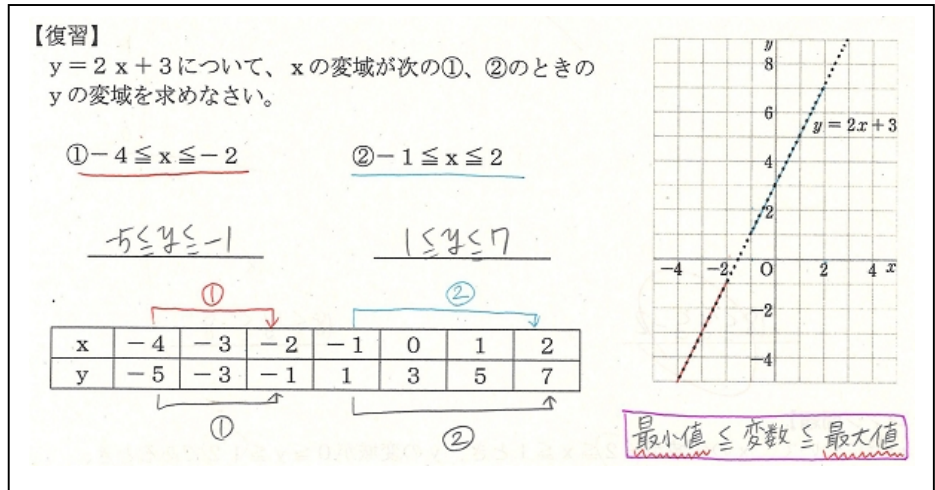
2 本単元及び本時について

本単元は、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばすことを目標としている。本時は、全12時間計画の第6時にあたり、関数 $y=ax^2$ において x の変域に対する y の変域を求めることができることをねらいとしている。既習の一次関数の変域の求め方と比較しながら関数 $y=ax^2$ における変域の求め方を理解することができるように、次のような手立てを取り入れて実践を行った。

3 授業の実際

導入において「変域」の意味を確認し、一次関数における変域の復習を行った。

式に x の変域の最大値と最小値を代入して y の変域を求める生徒が多く、表やグラフから変域を求めようとする生徒はほとんどいなかったのので、表とグラフから求める方法も確認した。



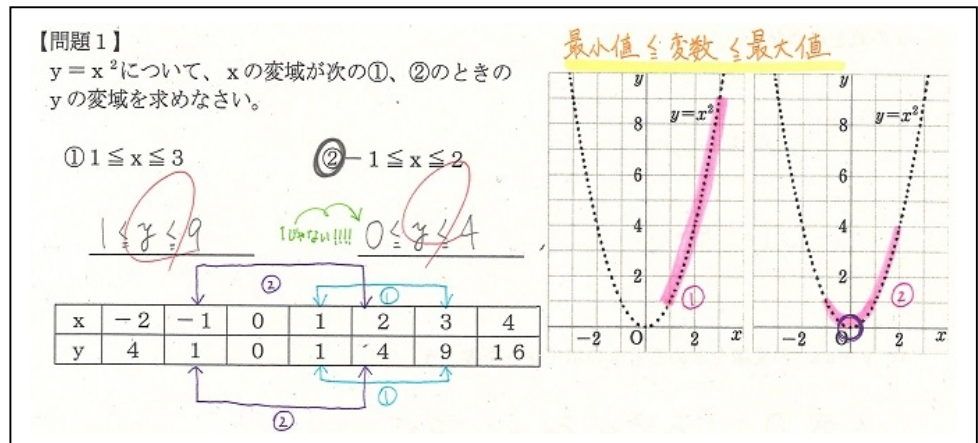
手立て① カード化する内容をねらいに直接結び付くものに絞って掲示する。

カード化するのは、「最小値」「最大値」「放物線」に絞り、変域を求めるためには、変数の「最小値」と「最大値」を求めればよいことを、一次関数の表とグラフから確認させ、 $y=ax^2$ における変域について考えさせた。

手立て② 活動内容を精選して既習事項の振り返りと新たな課題との関連が明確なワークシートを作成する。

ワークシートにおいて、点線のグラフや数値を入れた表を用意したことや一次関数と比較しながら、 $y=ax^2$ の変域を求めることができるような構成にしたことで、ねらいに即した活動に時間をかけることができた。また数学に対して苦手意識持つ生徒も進んで活動に取り組む様子を見ることができた。

問題1では、①の正答率は高かったが、②で正答したのはわずか1名で、 $1 \leq y \leq 4$ という誤答が多く見られた。しかし「最大値」「最小値」を対応表やグラフから確認することで、誤答に3割ほどの生徒が気づき、



まわりの人と情報交換をすることで、多くの生徒が最小値は0であることに納得した。更に【問題2, 3】では、表もグラフも与えず、必要な生徒には、ヒントカードとして空欄の対応表とグラフ用紙を配付した。

【問題2】
 $y = 2x^2$ について、 x の変域が次の①、②のときの y の変域を求めなさい。

① $2 \leq x \leq 3$ ② $-3 \leq x \leq 2$

【問題3】
 $y = -2x^2$ について、 x の変域が次の①、②のときの y の変域を求めなさい。

① $1 \leq x \leq 3$ ② $-2 \leq x \leq 3$

半数ほどの生徒がヒントカードを使用した。図3のような簡単なグラフに表して考えている生徒や必要な数値のみの表を用いて考えている生徒が見られた。

グループでの学び合いの時間には、解答を確認し合ったり、困っている生徒に教えたりする様子が見られ、仲間に説明をする際には、「最大値」「最小値」というキーワードが多く使われていた《図4》。またワークシートの学習のまとめにも既習事項の活用が見られた（図5）。

図3 自分で図を描いて考える生徒



生徒の学習のまとめから

☆ $y = ax^2$ の変域を求めるときのポイントを書こう。

- x の変域が正の領域を求めると、 x の変域が正数を取るときの、 y の変域は、 a が正の数の場合、0が最小値になり、最大値は、 x の変域の絶対値が大きい方の値になる。
- a が負の数の場合、0が最大値になり、最小値は x の変域の絶対値が大きい方の値になる。

☆ $y = ax^2$ の変域を求めるときのポイントを書こう。

- x が0になる時があるかを確認すること。
 (上に開くグラフの場合は x が0の時、 y の値は 最小値になる。)
 (下に開くグラフの場合は x が0の時、 y の値は 最大値になる。)
- $y = ax$ と同じように ふううに代入する。

図5 ワークシートの既習事項の活用が見られる記述（下線）

4 考察

- 既習事項の中でも特に本時のねらいに深く関わる言葉のみをカード化して掲示したことで、生徒が課題を解決したり、解答を考察したりする時に、それを使って考えようとする姿が見られた。
- ねらいに直接結び付く活動に時間をかけることができるようにワークシートを工夫したことで、多くの生徒が、既習事項を意識しながら本時の課題に取り組んでいた。
- 一次関数と比較しながら $y = ax^2$ の変域の求め方を考えることができるようにワークシートを工夫したことで、一次関数と $y = ax^2$ の表や式やグラフについての理解を深めることができたが、ワークシートだけでなく、板書計画についても工夫をしていく必要がある。