

数 学 科 学 習 指 導 案

令和2年10月 第3学年 指導者 小笠原 尚樹

1 単元名 数学Ⅱ 図形と方程式「軌跡」

2 学習指導要領上の位置付け

数学Ⅱ (2) 図形と方程式

座標や式を用いて、直線や円などの基本的な平面図形の性質や関係を数学的に表現し、その有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする。

イ 軌跡と領域

軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めること。また、簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすること。

3 目標

数学的活動を通して次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めることができる。(知識及び技能)

イ 座標平面上の図形について、方程式を用いて図形を簡潔・明瞭・的確に表現する。(思考力・判断力・表現力等)

ウ 粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする。(学びに向かう力、人間性等)

4 指導計画 ※別紙参照

5 本時の展開 (2/2)

(1) ねらい

求めた図形の方程式の妥当性を検証することがねらいである。

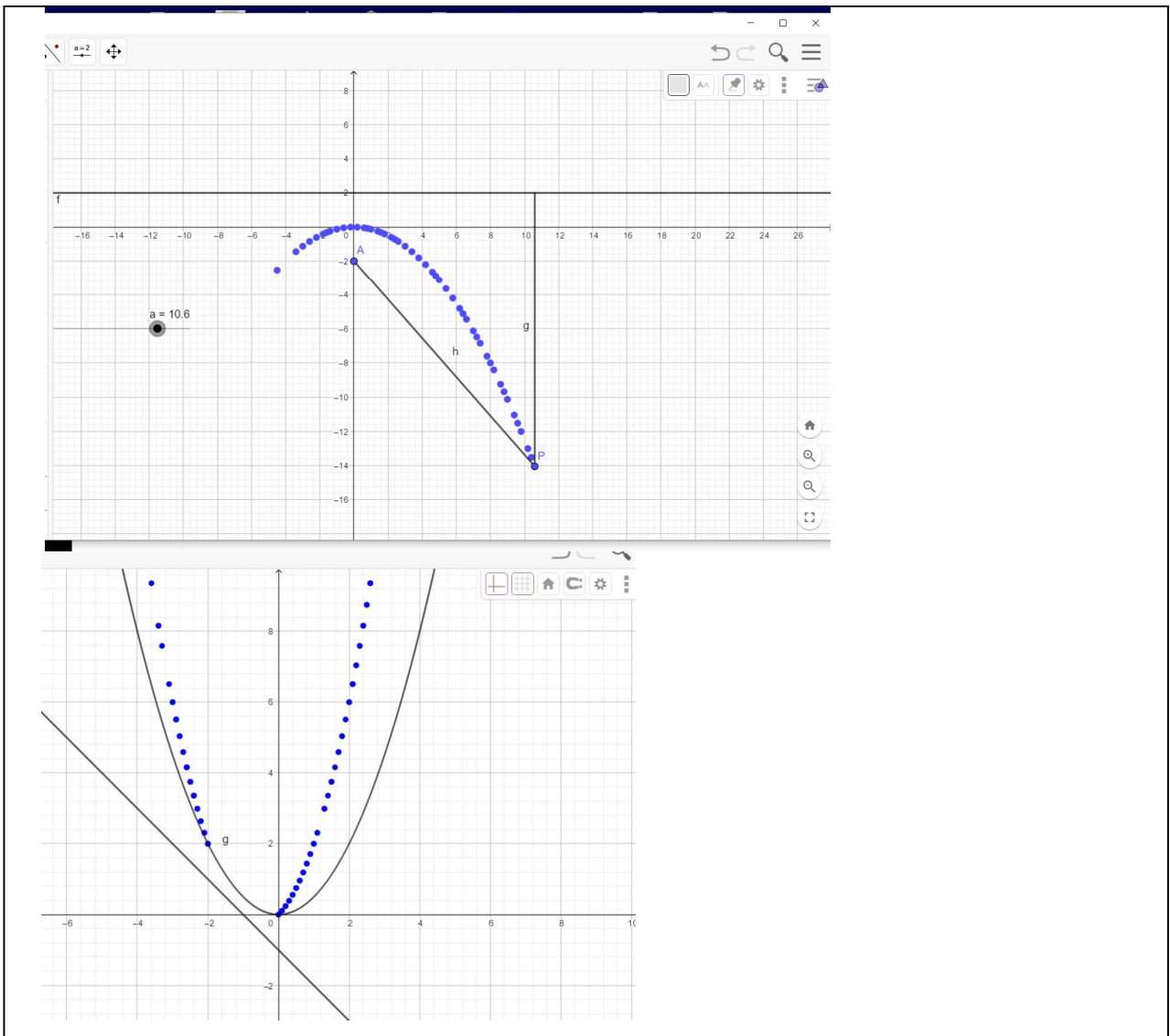
今回は、求める点 P の軌跡が方程式で与えられた図形全体ではなく、定義域に制限があるものを扱う。点 P の軌跡の方程式を求めるだけであれば、条件式をただ機械的に計算するだけでもよいが、そのような解き方では、定義域の制限を見落としてしまう可能性がある。条件式の計算をする前に点 P の軌跡を予想させ、計算後に予想したものと照合する。このような手順を踏むことにより、点 P の動きに関して注意深く考察する習慣を付けることを目指す。

(2) 展開

学習活動 ・予想される児童（生徒）の反応	時間	○指導上の留意点 ◎研究上の手立て 評価項目<方法（観点）>
1 本時の目標を確認する。 ワークシートを配布する。	3分	○本時の目標を生徒に伝える。 ◎問題を解く手順を生徒に伝える。
<p>目標</p> <p style="text-align: center;">求めた方程式の妥当性を検証する。</p>		
<p>問題1 点A(0, -2)との距離と直線$y = 2$との距離が等しい点Pの軌跡を求めよ。</p> <p>問題2 点A(-1, 0)を通り、傾きがaの直線をlとする。放物線$y = \frac{1}{2}x^2$と直線lが2点B, Cで交わっているとき、線分BCの中点Pの軌跡を求めよ。</p>		
<p>問題を解く手順</p> <p>手順1 問題文を読み、図形をかく。</p> <p>手順2 条件から、軌跡の方程式を求める。</p> <p>手順3 手順2で求めた軌跡と、手順1で予想した図形を照合してみる。</p>		
2 問題1の問題文を読んだ後、点Pの軌跡を予想して図示してみる。（手順1）	5分	○手順1の説明をする。 「まず、点Pの軌跡を予想してかいてみよう」 「どんな図形になった？」 「どこを通る？」
3 点Pの軌跡をスクリーンで確認し、図を修正する。	5分	◎GeoGebraを用いて、点Pが動く様子を見せる。 ○映し出された直線や曲線が何を表しているか確認し、点Pが条件に従って動いていることを生徒に実感させる。 ○生徒が通ると答えた点を実際に通っているか確認する。 「予想した図と比べてどうだった？」
4 点Pの軌跡の方程式を求め(手順2)、予想した図形と照合する。(手順3)	10分	○手順2、手順3の説明をする。 「点Pの条件はなんだろうか？」 「ではこの式を計算して点Pの軌跡の方程式を求めて

		みよう」 「求めた式と予想の図が合ってるか確認してね」 「（確認した結果）どうだった？」
5 手順に従って、問題2を解く。 (1) 自力解決	8分	◎問題1 演習開始 20分を目安に、問題2に移る。 ○対話により、問題を解く手順を再度確認する。
(2) 集団検討	14分	◎GeoGebra に数式や条件を入力しながら、点 P の動く様子を見せる。 ○映し出された点、直線、曲線が何を表しているかを確認し、点 P が条件に従って動いていることを実感させる。 ◎生徒と対話しながら、生徒が行った手順 1 の様子を GeoGebra 上で再現していく。 「点 P の条件はなんだろう？」 「さっきと何が違う？」 「点 P が消える（軌跡が途切れる）のはどんな場合だろうか？」 「まずは点 P の x 座標を求めてみよう」 「そのためには何が必要？」
		点の軌跡をイメージしながら、軌跡の方程式を求めている<観察（数学的な見方や考え方）>
6 まとめ ・ワークシートの振り返り部分を書く。	5分	○模範解答は最後に配布する。
		点の軌跡をイメージしながら、軌跡の方程式を求めることの有効性を実感している<ワークシート（数学的な見方や考え方）>

6 板書計画



指導計画 数学科 第3学年 単元名「図形と方程式(軌跡)」(全2時間計画)

目標	数学的活動を通して次の事項を身に付けることができるよう指導する。 ア 軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めることができる。(知識及び技能) イ 座標平面上の図形について、方程式を用いて図形を簡潔・明瞭・的確に表現する。(思考力・判断力・表現力等) ウ 粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする。(学びに向かう力、人間性等)		
評価規準	(1) 軌跡を求める手順を理解している(知識・理解) (2) 式を用いて、与えられた条件を満たす方程式を求め、それがどのような図形になるかを考察することができる。(数学的な見方や考え方) (3) 与えられた条件を満たす点全体が作る図形に関心を持ち、軌跡を調べようとする。(関心・意欲・態度)		
過程	時間	○ねらい ㊟めあて	・振り返り(意識) 評価項目 <方法(観点)>
つかむ	1	○軌跡の意味を理解し、条件から軌跡の方程式を求めることができるようにする。 1. 2定点A(-4, 0), B(2, 0)に対して、 AP:PB=2:1となる点Pの軌跡を求めよ。 2. 点A(-3, 0)と円 $x^2 + y^2 = 4$ 上を動く点Qがある。線分AQを1:2に内分する点Pの軌跡を求めよ。	・基本的な問題が解けている。 ・軌跡を求める手順を理解している。<観察・質問に対しての生徒の回答(1)> ・与えられた条件を満たす点全体が作る図形に関心を持ち、軌跡を調べようとする。<観察(3)>
追究する・まとめ	1	○求めた図形の方程式の妥当性を検証する。 1. 点A(0, -2)との距離と直線 $y = 2$ との距離が等しい点Pの軌跡を求めよ。 2. 点A(-1, 0)を通り、傾きが a の直線を l とする。放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 l が2点B, Cで交わっているとき、線分BCの中点Pの軌跡を求めよ。	・点Pの軌跡をイメージし、図示することができる。 ・図のイメージから、除外点や点の存在範囲に注意して、点Pの軌跡の方程式を正確に求めることができる。 ・式を用いて、与えられた条件を満たす方程式を求め、それがどのような図形になるかを考察することができる。<観察・振り返りシート(2)>