

# 数 学 科 学 習 指 導 案

令和4年10月 第3学年 指導者 今井 健太

- 1 単元名 数学的な見方・考え方を働かせて、問題を焦点化しよう
- 2 単元観 ※省略
- 3 生徒の実態及び指導の方針 ※省略
- 4 研究との関わり ※省略
- 5 単元の目標
  - (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を理解し、問題解決の過程でそれらを活用することができる。  
(知識及び技能)
  - (2) 数学を活用して問題を論理的に考察し、与えられた事象を数学化、焦点化し、簡潔に表現し、解決することができる。(思考力、判断力、表現力等)
  - (3) 問題を焦点化し、既習事項を用いて解決する活動を通して、粘り強く考え、その過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度を身に付ける。(学びに向かう力、人間性等)
- 6 単元の評価規準
  - (1) 知識・技能  
様々な数学的事項の基本的な概念を理解し、それらを活用して問題を解くことができる。
  - (2) 思考・判断・表現  
すぐには解決の方針が浮かばない問題について、既習事項を活用できる問題に表現し直し、解決することができる。
  - (3) 主体的に学習に取り組む態度  
問題解決において、粘り強く考え、その過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

## 7 指導と評価の計画 (全5時間)

時間	●ねらい ○学習活動 ☆ICT活用	知	思	態	◇評価項目<方法(観点)> 〔記〕:記録に残す評価
1 } 3	●様々な分野の既習事項を定着できるようにする。 ○基本問題の演習を行う。	○			◇既習事項を用いて、問題を解くことができる。  <ノート(1)>
4 本 時	●問題を焦点化しながら解決できるようにする。 ○「実験」「言い換え」を意識した問題演習を行う。		○	○	◇「実験」を通して、問題の核となる部分を見抜き、自分で解決できるような問題への「言い換え」を行い、解決することができる。  <ワークシート(2)> ◇問題解決の過程を振り返り、本時の問題解決の一連の流れで学んだこと、大切だと思ったこと、手応え、今後の自分の問題演習でできそうなことを言語化している。  <振り返りシート(3)〔記〕>

5	単元テスト ●学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする。 ○単元テストに取り組む。	○	○	◇学習した定理や公式などを正しく用いて、問題を解くことができる。 <単元テスト(1)〔記〕> ◇すぐには解決の方針が浮かばない問題を既習事項を活用できる問題に表現し直し、解法を考察することができる。 <単元テスト(2)〔記〕>
---	---	---	---	--

## 8 本時の展開（4／5時間目）

### (1) ねらい

すぐには解決の方針が浮かばない問題について、「実験」と「言い換え」を通して、既習事項を活用できる問題に表現し直し、解決できるようにする。

※「実験」とは、問題を解く最初の段階で、様々な数値を代入したり、問題の状況を図示したり、例を挙げて考察したりすることを表す。

※「言い換え」とは、与えられた問題を、既習事項を用いて解決できるような問題に表現し直すことを表す。（例）「この問題は、結局、〜〜〜ということだ」「この問題は、〜〜〜に帰着する」

### (2) 準備

ワークシート・振り返りシート

### (3) 展開

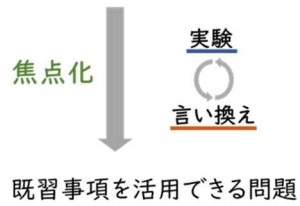
時間	○学習活動 ・想定する生徒の意識 ☆ICT活用	◎研究上の手立て ○指導上の留意点 ●努力を要する生徒への支援 ◇評価項目<方法（観点）>
導入 7分	1 問題を把握し、本時の目標を理解する。  ☆本時の目標をスクリーンに投影する。  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">           問題            すべての正の整数 <math>n</math> に対して、  <math>5^n + an + b</math> が 16 の倍数となるような            16 以下の正の整数 <math>a, b</math> を求めよ。            （一橋大学・1997 年度・前期日程・            数学・問 1）         </div>	◎問題解決のために「実験」と「言い換え」を重視することを説明することで、問題を焦点化することを意識付ける。  ○本時の流れとその意図を理解した上で問題演習に臨めるように丁寧に説明する。 ◎実際の問題演習の場面を想定し、「実験」と「言い換え」を往還しながら問題解決を目指すことを伝える。 T『「実験」と『言い換え』を行ったり来たりしながら問題解決を目指しましょう』
展開 ① 10分	2 Round 1（個別追究） ○個人単位で「実験」と「言い換え」を行い、必要に応じて往還する。  ○「実験」・・・問題を読み、各自でできそうなことを試す。（数値を代入する、例を挙げて考察する、など）	◎問題に関する情報を整理させるために、ワークシートに「実験」の内容を記述させる。 ◎「実験」から分かったことを基に問題を焦点化するために、ワークシートに問題を「言い換え」て表現させる。 ○「実験」と「言い換え」をセットでとらえ、個々の進みに応じて、これらを往還するように伝える。 T「個々の進みに応じて、『実験』と『言い換え』を行ったり来たりしましょう」  ○有益な結果ばかりが得られるとは限らないことを伝え、ためらわずに思いのままに試行錯誤するように指導する。

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n</math> に様々な値を代入して、条件を満たす <math>a, b</math> の組を探す。</li> <li>• <math>a, b</math> に様々な値を代入して、条件を満たす <math>a, b</math> の組を探す。</li> <li>• <math>5^n + an + b = 16k</math> において、式変形を試みる。</li> <li>• <math>a, b</math> の組が特定の組しかあり得ないことに気付く。</li> </ul> <p>○「言い換え」・・・「実験」をもとに、もとの問題を自分にとって解決しやすくなるような問題に表現し直す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 「実験」で得た <math>a, b</math> の組は必要条件でしかないことに気付き、それがすべての正の整数 <math>n</math> に対して成り立つことを示す証明問題に帰着させる。</li> <li>• これまでに考えた問題の中に、本時の問題の解決に使える題材がないか、問題集やこれまでの授業プリントを見直す。</li> </ul>	<p>T 「失敗を恐れずに、まずはできることを探して実行しましょう」</p> <p>◇「実験」を通して、問題の核となる部分を自分の言葉や図、表を用いて表現できる。</p> <p style="text-align: right;">&lt;ワークシート (2)&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>●いずれかの文字に具体的に数値を代入し、<math>a, b</math> の組を探すよう助言を行う。</li> </ul> <p>○問題を焦点化し、表現できるように、「問題を解決するためには、～に注目すべきだ」「この問題は、結局～ということだ(～に帰着する)」「この問題は～さえわかれば解決する」などの「言い換え」の方法を提示する。</p> <p>T 「もとの問題を自分にとって解決しやすくなるような問題に表現し直しましょう」</p> <p>○「言い換え」の内容が問題解決に繋がりそうか、「言い換え」の内容が問題の状況を正しく表せているか、を確認するために、再度「実験」をするように促す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>●問題集やこれまでの授業プリントを参照して、本時の問題との類似点を探してもよいことを伝える。</li> <li>●「言い換え」に行き詰まる場合は、「実験」が不十分である可能性が高いため、再度「実験」を行うように指示する。</li> </ul> <p>◇自分で解決できるような問題への「言い換え」ができる。</p> <p style="text-align: right;">&lt;ワークシート (2)&gt;</p>
<p>展開 ② 10 分</p>	<p>3 Round 2 (協働追究)</p> <p>○個別追究の内容を周囲の生徒と共有する。</p> <p>○周囲の生徒と議論しながら「実験」と「言い換え」を行い、必要に応じて往還する。</p> <p>※以下、「G」は任意の少人数グループを表す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• G 1 <math>n = 1</math> を代入し、<math>5 + a + b</math> が 16 の倍数であることに気付き、さらに、<math>n = 2</math> を代入し、<math>a + 20</math> が 16 の倍数であることに気付いている。そして、<math>a = 12, b = 15</math> を探し当てている。</li> <li>• G 2 <math>n = 1</math> を代入し、<math>5 + a + b</math> が 16 の倍数であることに気付いている。<math>a + b</math> の値から <math>a, b</math> の組を探そうとしている。</li> <li>• G 3 <math>a, b</math> に様々な値を代入して、総当たりで <math>a, b</math> の組を探そうとしている。</li> </ul>	<p>○自由に席を立ち、歩き回ってもよいことを伝える。</p> <p>○行った「実験」「言い換え」が最終的な問題解決にどのようなつながるか、という視点で議論させる。</p> <p>※以下、「T○ (○は数字)」はG○への指導を表す。</p> <p>T 1 「<math>a = 12, b = 15</math> をそのまま答えにしてよいか(議論は十分か)?」「他の組が見つかることはないか?」「<math>n = 3</math> 以降も必ず成り立つか?」と問い掛ける。すべての正の整数 <math>n</math> に対して成り立つことを確認するための「再実験」を促す。また、数学的帰納法で証明すべき問題であるという「言い換え」を引き出す。</p> <p>T 2 表などで整理させながら、そのまま「実験」を継続させる。</p> <p>T 3 「全部で何組調べる必要があるか?」と問い掛け、その困難さを認識させ、違う方針での「実験」を考えさせる。</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ G 4 <math>5^n + an + b = 16k</math> において、式変形から <math>a, b</math> の組を探そうとしている。</li> <li>・ G 5 議論が行き詰まっている。</li> </ul>	<p>T 4 「<math>a, b</math> の組が求められるようにするためには、式のどの部分を変形すべきか？」と問い掛け、二項定理により式変形すべき問題であるという「言い換え」を引き出す。</p> <p>T 5 ほかの小グループのところへ出向くように促す。</p>
展開③ 15分	<p>4 Round 3 (全体共有)</p> <p>○「実験」「言い換え」をクラス全体で共有する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ このままでは必要条件を求めただけだな。十分性を示す必要があるな。</li> <li>・ 証明には数学的帰納法が使えるそうだな。</li> </ul>	<p>○ G 1 の考えを取り上げ、クラス全体で共有する。</p> <p>○ 適宜発問しながら、問題解決の後半で数学的帰納法による証明問題に帰着することに気付かせる。 「<math>a, b</math> の組が 1 組求まりそうですが、これをそのまま答えとしてよいでしょうか？」</p> <p>○ 補足や疑問がある場合は発言させる。</p>
展開④ 3分	<p>5 Round 4 (「解答の設計図」作成)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ Round 1～3 をまとめると、解答の流れが見えてきたな。</li> </ul>	<p>◎ 「実験」「言い換え」の内容を整理し、解答の作成に取り掛かれるようにするために、ワークシートに「解答作成の設計図(どのような流れで解答を作成するか)」としてまとめさせる。</p> <p>○ 答案に含めるべき内容と、そうでない内容を区別させる。</p> <p>◇ 「解答の設計図」を自分の言葉でまとめることができる。</p> <p style="text-align: right;">&lt;ワークシート (2) &gt;</p>
展開⑤ 10分	<p>6 問題の「解決」</p> <p>○ 「解答作成の設計図」に基づき、解答を作成する。</p> <p>○ 解説を聴く。 ☆ 効率化のために、タブレットで準備しておいた解答例をスクリーンに投影しながら解説する。</p>	<p>◎ Round 1～4 の内容を活かすことができるように、ワークシートを参照しながら、解答用紙に解答を作成させる。</p> <p>● クラス全体で共有した方法と異なる方法で解答を作成しようと考えている生徒に挙手させ、個別で対応する旨を伝える。</p>
まとめ 5分	<p>7 振り返り</p> <p>○ 本時の振り返りをプリントに書く。</p>	<p>○ 本時の問題を解決する過程で行ったことのうち、今後の問題演習で役立つような具体的な内容をまとめさせる。</p> <p>○ 「実験」「言い換え」の大切さに改めて言及する必要はないことを伝える。</p> <p>◇ 問題解決の過程を振り返り、本時の問題解決の一連の流れで学んだこと、大切だと思ったこと、手応え、今後の自分の問題演習でできそうなことを言語化している。</p> <p style="text-align: right;">&lt;振り返りシート (3) &gt;</p>

(4) 板書計画 (投影内容)

すぐには解決の方針が浮かばない問題



1

## 実験

問題を読んで、  
問題の状況をつかむ／傾向を探るために  
できそうなことをやってみる

うまくいかないこともある。失敗を恐れない!

2

## 言い換え

問題を解き進められるように、  
問題を表現し直すこと

3

Q. ○○のとき、△△を求めよ。



この問題は結局～～ということ

4

Q. ○○のとき、△△を求めよ。



条件は◎◎ということ

5

Q. ○○のとき、△△を求めよ。



▲▲を求めることと等しい  
▽▽ができれば解決する

6

## 実験



7

Round1

個人で  
10分間

## 実験



8

Round2  
協働して  
10分間

出歩き自由

議論しながら、「実験」「言い換え」の  
サイクルを回す

「実験」「言い換え」が最終的に  
問題解決につながりそうか確認する

「解答の方針」をまとめる

9